I-123　弾性地盤に支持されている二層式ラーメンの一解析法（第1報）

日本大学　生産工学部　　正　員　　木田哲量

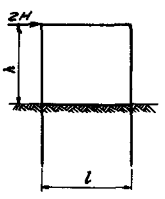
1．要　旨

従来，橋脚構造の多くは脚柱地上部と基礎地中部とに分離した理論で設計計算が行われている。この設計法では，構造物が必要以上に安全となったり，或は危険な状態になる可能性がある。このような不安をさける一方法として，地中部の基礎と地上部のラーメン構造とに分けることなく一体化した構造物を考える。この考え方を適応させる構造物として，基礎杭とラーメンの柱部が同一部材からなるラーメン構造の橋脚を考える。さらにこの構造物に地表面水平バリを入れた構造物とする。

このラーメン構造においては，地中部に存在する杭部と地表面水平バリは共に弾性地盤支承上のハリという設定を行なう。これは，"土を含む地中部の構造物の変位と力の間には比例関係が成立する"ことに着目し構造物の水平抵抗力の増加を企て，各部材に生ずる曲げモーメントの軽減を目的とするものである。このような見地から，脚柱の一部が地盤中にあり，地表面水平バリを有する二層式ラーメン構造の解析を試みる。（図－1）

2．基本方程式

垂直杭に水平荷重が載荷された場合の横抵抗について，*Y.L.Chang* の方法で解く。図－2に示す如く，地表面に座標軸の原点をとり，杭の深さ方向に x 軸，杭のたわみ方向に y 軸をとる。反力 P は杭のたわみ y に正比例すると仮定し，その比例係数を地盤の弾性係数 E_s とする。したがって，杭が満足すべき微分方程式およびその一般解として次式を得る。



図－1

地上部（$-h \leq x \leq 0$）

$$EI\,d^4y_1/dx^4 = 0 \quad , \quad y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

地中部（$0 \leq x \leq \infty$）

$$EI\,d^4y_2/dx^4 = -P = -E_sy, \quad y_2 = e^{\beta x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x) + e^{-\beta x}(C\cos\beta x + D\sin\beta x)$$

ここで，a_0，a_1，a_2，a_3，A，B，C，D は積分定数である。また，$\beta = \sqrt{E_s/4EI}$ である。

ここで，地上に h だけ突出していて杭頭が自由端の杭において，その上端に曲げモーメント M，水平力 H，　地表面点で曲げモーメント M_0，水平力 H_0 が作用するものとする。この場合の積分定数は，

$$a_0 = \{H(1+\beta h)/2EI\beta^2 + M/2EI\beta^2\} + \{H_0/2EI\beta^3 + M_0/2EI\beta^2\}$$

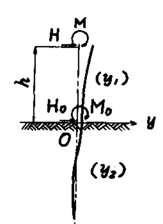
$$a_1 = \{H(1+2\beta h)/2EI\beta^2 + (-M/EI\beta)\} + \{(-H_0/2EI\beta^2) + (-M_0/EI\beta)\}$$

$$a_2 = \{Hh/2EI + M/2EI\} + (M_0/2EI)\ , \ a_3 = (H/6EI) + (H_0/6EI)$$

$$C = \{H(1+\beta h)/2EI\beta^3 + M/2EI\beta^2\} + \{H_0/2EI\beta^3 + M_0/2EI\beta^2\}$$

$$D = \{(-Hh/2EI\beta^2) + (-M/2EI\beta^2)\} + (-M_0/2EI\beta^2)$$

$A = B = 0$　，となる。



図－2

3．ラーメン解法の基本

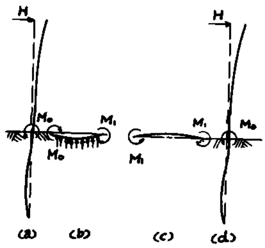
図－1に示すような二層式ラーメンに水平力が作用したときの杭部および地表面水平バリ部に生ずるたわみ y，たわみ角 θ，曲げモーメント M，せん断力 S の一般式を求める。地表面水平バリは水平

荷重の影響によってたわむ。このたわみによって生ずる反力が垂直杭の地表面剛節点で抵抗モーメントM_0を生じさせる。ただし，杭部の地表面剛節点における水平変位は等しいものとする。このような状態における杭部のy, θ, M, Sは基本方程式より地中部，地上部に分けて容易に求められる。

なお，地表面上の杭の水平変位量：$f = H(1+\beta h)/2EI\beta^3 - M_0/2EI\beta^2$ となる。

4. 水平バリに関する方程式

水平バリは図－3(b),(c)に示すような弾性地盤支承上のハリと中空バリとの部分が生ずる。この時の地中バリと中空バリの接点($y=f+y_0$)における曲げモーメントをM_1とする。この水平バリが満足すべき微分方程式とその一般解はつぎのようになる。



図－3

地中部

$$d^4x_1/dy^4 + E_S' x_1 = 0$$

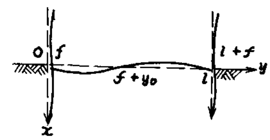
$$x_1 = e^{\beta' y}(A'\cos\beta' y + B'\sin\beta' y) + e^{-\beta' y}(C'\cos\beta' y + D'\sin\beta' y)$$

中空部

$$d^2x_2/dy^2 = M_y/EI'$$

$$x_2 = \iint (M_y/EI')\,dy + \int c_1\,dy + c_2$$

ただし，A', B', C', D', C_1, C_2は積分定数であり，$\beta' = \sqrt[4]{E_S'/4EI'}$ である。ここで上式の各境界諸条件を適用させて，



図－4

$$M_y = -M_1 \quad (f+y_0 \leq y \leq l+f),\quad M_0 = H(1+\beta h)/\beta - 2EI\beta^2 f$$

$$M_1 = (I'/I)\times(4EI\beta^3 f - H)/\beta^2(l-y_0)$$

$$C_1 = (4EI\beta^3 f - H)/2EI\beta^2,\quad C_2 = 0$$

$$e^X(A'\cos X + B'\sin X) + e^{-X}(C'\cos X + D'\sin X) = 0 \qquad (1)$$

$$e^{X+Y}\{A'\cos(X+Y) + B'\sin(X+Y)\} + e^{-(X+Y)}\{C'\cos(X+Y) + D'\sin(X+Y)\} = 0 \qquad (2)$$

$$e^X(B'\cos X - A'\sin X) - e^{-X}(D'\cos X - C'\sin X) = \{H(1+\beta h) - 2EI\beta^3 f\}/2EI'\beta\beta' \qquad (3)$$

$$e^{X+Y}\{B'\cos(X+Y) - A'\sin(X+Y)\} - e^{-(X+Y)}\{D'\cos(X+Y) - C'\sin(X+Y)\} \qquad (4)$$

$$= (4EI\beta^3 f - H)/2EI\beta^2\beta'(l-y_0) \qquad (4)$$

$$e^X\{(A'+B')\cos X - (A'-B')\sin X\} - e^{-X}\{(C'-D')\cos X + (C'+D')\sin X\}$$

$$= \{H(1+\beta h) - 4EI\beta^3 f\}/2EI\beta^2\beta' \qquad (5)$$

$$e^{X+Y}\{(A'+B')\cos(X+Y) - (A'-B')\sin(X+Y)\} - e^{-(X+Y)}\{(C'-D')\cos(X+Y) + (C'+D')\sin(X+Y)\}$$

$$= (4EI\beta^3 f - H)/2EI\beta^2\beta' \qquad (6)$$

なる式が得られる。ただし，$X=\beta' f$，$Y=\beta' y_0$，l：垂直杭間距離，y_0：$y=0$から水平バリの中間における垂直変位零点までの距離。

5. むすび

式(1)～(6)からA', B', C', D', y_0, fを求めることによって地表面水平バリのy, θ, M, Sが求められる。この研究は日本大学成瀬勝武教授，同岡本但夫教授，同久宝雅史教授の御教示によるものであることを銘記し深く感謝の意を表します。

参考文献：土質工学会編：土質工学ハンドブック，第15章クイ基礎
石井靖丸，石黒健著：鋼杭工法，杭の横抵抗の計算