I-120　曲線材を含む立体構造物の剛性マトリックス法による解析について

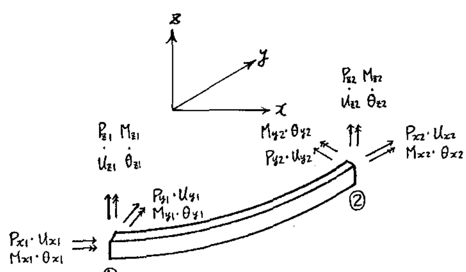
北海道大学　工学部　正員　芳村　仁
北海道大学　工学部　正員　奥村　勇
北海道開発局　　　　正員　○岩上　淳一

1．まえがき

円弧曲線部材の面内荷重に対する剛性マトリックスはすでに示されているが,[1)] 本報告では，一般的荷重に対する剛性マトリックスを誘導して，直線材と曲線材とから成る一般的な立体骨組構造物の変形法による解析を可能としたものである。数値計算例として，連続曲線立体ラーメンの静的および動的な解析をおこなった。

2．円弧曲線部材の剛性マトリックス

座標 $x\,y\,z$ が構成する空間に $x-y$ 面に平行におかれた円弧曲線部材の各節点力とそれに対応した各変位は図－1に示すとおりである。要素の剛性マトリックスは6個の節点力による歪エネルギーからカスティリアノの第2定理を用いて計算することができる。



図－1

要素の曲率半径を R，全体を見込む角を β，曲げ剛性を EI，ねじり剛性を GJ で表わすと，要素の剛性方程式が次の様に得られる。

$$
\begin{Bmatrix} P_{x1}\\ P_{y1}\\ P_{z1}\\ M_{x1}\\ M_{y1}\\ M_{z1}\\ P_{x2}\\ P_{y2}\\ P_{z2}\\ M_{x2}\\ M_{y2}\\ M_{z2} \end{Bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
A_1 &&&&&&&&&&& \\
B_1 & D_1 &&&&&&&&&& \\
0 & 0 & U_1 &&&&&&&&& \\
0 & 0 & W_1 & Z_1 &&&& \text{Symmetrical} &&&& \\
0 & 0 & V_1 & Y_1 & X_1 &&&&&&& \\
C_1 & E_1 & 0 & 0 & 0 & F_1 &&&&&& \\
A_2 & B_2 & 0 & 0 & 0 & C_2 & A_1 &&&&& \\
-B_2 & D_2 & 0 & 0 & 0 & E_2 & -B_1 & D_1 &&&& \\
0 & 0 & U_2 & W_2 & V_2 & 0 & 0 & 0 & U_1 &&& \\
0 & 0 & W_2 & Z_2 & -Y_2 & 0 & 0 & 0 & W_1 & Z_1 && \\
0 & 0 & -V_2 & Y_2 & X_2 & 0 & 0 & 0 & -V_1 & -Y_1 & X_1 & \\
C_2 & -E_2 & 0 & 0 & 0 & F_2 & C_1 & -E_1 & 0 & 0 & 0 & F_1
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} u_{x1}\\ u_{y1}\\ u_{z1}\\ \theta_{x1}\\ \theta_{y1}\\ \theta_{z1}\\ u_{x2}\\ u_{y2}\\ u_{z2}\\ \theta_{x2}\\ \theta_{y2}\\ \theta_{z2} \end{Bmatrix}
$$

$$= [K]\{u_{x1},\ u_{y1},\ u_{z1},\ \cdots\ \theta_{z2}\}^T \qquad (1)$$

上式中の $[K]$ が一般荷重に対する円弧曲線部材の剛性マトリックスである。

ここで

$$A_1 = \frac{EI_z}{R^3F}\left(\frac{e^2}{\beta} - d\right),\quad B_1 = \frac{EI_z}{R^3F}\left(b - \frac{ae}{\beta}\right),\quad C_1 = \frac{EI_z}{R^3F}(ad - be)\frac{R}{\beta}$$

$$D_1=\frac{EI_z}{R^3F}\left(\frac{a^2}{\beta}-c\right),\quad E_1=\frac{EI_z}{R^3F}(ce-ab)\frac{R}{\beta},\quad F_1=\frac{EI_z}{R^3F}(b^2-cd)\frac{R^2}{\beta}$$

$$A_2=-A_1\cos\beta-B_1\sin\beta,\quad B_2=-B_1\cos\beta-D_1\sin\beta,\quad C_2=-C_1\cos\beta-E_1\sin\beta$$

$$D_2=B_1\sin\beta-D_1\cos\beta,\quad E_2=C_1\sin\beta-E_1\cos\beta,\quad F_2=E_1R\sin\beta-C_1R(1-\cos\beta)-F_1$$

$$U_1=\frac{EI_y}{R^3H}(xz-y^2),\quad V_1=\frac{EI_y}{R^2H}(wy-vz),\quad W_1=\frac{EI_y}{R^2H}(vy-wx)$$

$$X_1=\frac{EI_y}{RH}(uz-w^2),\quad Y_1=\frac{EI_y}{RH}(wv-uy),\quad Z_1=\frac{EI_y}{RH}(ux-v^2) \tag{2}$$

$$U_2=-U_1,\quad V_2=-V_1,\quad W_2=-W_1,\quad X_2=-V_1R\sin\beta-X_1\cos\beta+Y_1\sin\beta$$

$$Y_2=-W_1R\sin\beta-Y_1\cos\beta+Z_1\sin\beta,\quad Z_2=-W_1R(1-\cos\beta)-Y_1\sin\beta-Z_1\cos\beta$$

$$F=b(b-2ae/\beta)+c(e^2/\beta-d)+a^2d/\beta,\quad a=\beta-\sin\beta,\quad b=\sin^2\beta/2+\cos\beta-1$$

$$c=3\beta/2-2\sin\beta+\sin 2\beta/4,\quad d=\beta/2-\sin 2\beta/4,\quad e=\cos\beta-1,\quad \gamma=EI_y/GJ$$

$$H=z(ux-v^2)+w(2vy-wx)-uy^2,\quad v=\sin^2\beta/2+\gamma(1-\cos\beta-\sin^2\beta/2)$$

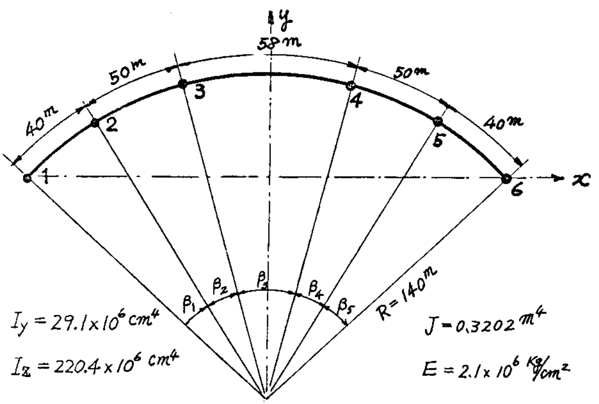
$$u=(\beta-\sin\beta\cos\beta)/2+\gamma(3\beta/2-2\sin\beta+\sin 2\beta/4),\quad w=(\sin\beta\cos\beta-\beta)/2+$$

$$+\gamma\{\sin\beta-(\beta+\sin\beta\cos\beta)/2\},\quad x=(\beta+\sin\beta\cos\beta)/2+\gamma(\beta-\sin\beta\cos\beta)/2$$

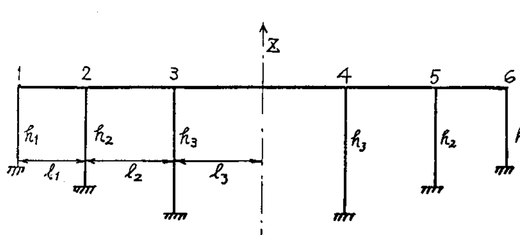
$$y=-\sin^2\beta/2+\gamma\sin^2\beta/2,\qquad z=(\beta-\sin\beta\cos\beta)/2+\gamma(\beta+\sin\beta\cos\beta)/2$$

3. 数値計算例

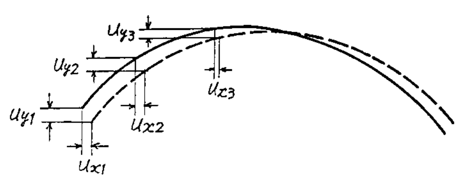
図－2に示す連続立体ラーメンについて，求めた曲線部材の剛性マトリックスと，柱に対する直線材の剛性マトリックスを併用して，静的および動的解析を行なった結果の一部を図－3に示す。



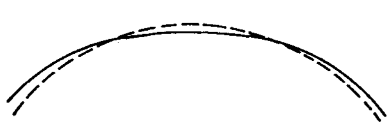
$h_1=18^m$	$l_1=30.306^m$	$\beta_1=\beta_5=0.14286$ (Rad)
$h_2=23^m$	$l_2=46.081^m$	$\beta_2=\beta_4=0.17857$
$h_3=27.8^m$	$l_3=28.792^m$	$\beta_3=0.20714$



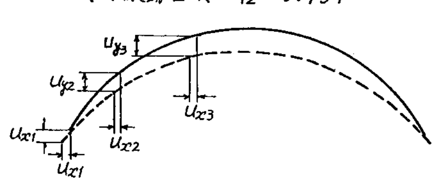
図－2



逆対称振動1次　$T_1=1.194^{sec.}$



対称振動2次　$T_2=0.951^{sec.}$



対称振動1次　$T_1=1.145^{sec.}$

図－3

注）H. C. Martin，吉識雅夫訳「マトリックス法による構造力学の解法」