

I-116 ジャイロによる吊橋の耐風制振効果

正会員 本田建終橋公団(新東大学院) ○ 村田正信

正会員 東京大学 工学部

伊藤 学

1. 緒 言

吊橋のようにスレンダーな構造物が風によって破壊的振動を生ずることを防ぐには、剛性の増加、空気力学的に安全な断面の採用というような手段がとられている。しかし、いずれにせよ生起振度のきわめて低い稀な強風を考慮するがために、構造物としての機能、経済性に大きな制約を加えるという点は問題とするに足る。一方、振動減衰性を増大することも一つの手段ではあるが、飛振風速を大幅に高めるに十分な有効な手法はまだ案外化されていない。

本研究は、ジャイロを吊橋に設置することによって上述の破壊的振動を積極的に抑制しうることと期待して、風洞模型実験および理論的検討を行なったものである。現在のところ吊橋のねじれフラッターのみを対象とし、基礎的研究の域を出ていないが、かなりの効果が期待できさうである。

ジャイロ装置については東大機械工学科の三浦宏文助教授より種々教示を賜わり、またこの手法に因しては以前に川田工業の川田忠樹氏から示唆をうけたことがあり、両氏には厚く謝意を表したい。

2. ジャイロと吊橋の連成自由振動

回転運動変位 φ なる構造系にジャイロを取付けした場合、 φ に直角方向のジャイロ軸の回転角を θ 、ジャイロ回転による回転角運動量(ジャイロローターの回転角速度と慣性モーメントの積)を H とすれば、ジャイロには $-H\dot{\theta}$ なるトルクが、また構造系には $+H\dot{\theta}$ なるトルクが外力として作用する。 H と $\dot{\theta}$ のベクトル積をジャイロモーメントと称する。したがって、ねじれ自由振動を行なう吊橋の x なる位置にジャイロを設置すれば、運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{吊 橋: } & \textcircled{H} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + E G \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - (G K + \frac{H_0 b^2}{4}) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \frac{E A_c}{L_E} \int_0^l \varphi dx - H \dot{\theta} \delta(x-x_0) = 0 \\ \text{ジャイロ: } & I_g \ddot{\theta} + K_g \dot{\theta} + H \dot{\varphi} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに I_g : θ 軸周りのジャイロの慣性モーメント, K_g : ジャイロの復元モーメント係数, $\textcircled{H}$: 吊橋の極慣性モーメント, $E G$: 補剛げたの反り剛性, $G K$: 補剛げたのねじり剛性, $E A_c$: ケーブルの伸び剛性, H_0 : ケーブルの死荷重水平張力, b : ケーブル間隔, f : ケーブル垂距, l : 吊橋支間長, L_E : ケーブルについて定義された長さ, $\delta(x)$: デルタ関数である。符号は、 $\dot{\theta}$ が正のとき $H \dot{\theta}$ は φ を増加させる方向に、逆に $H \dot{\varphi}$ は $\dot{\varphi}$ が正のときジャイロ回転 θ を減少させる方向に働くとして定める。式(1)にみるように、構造系とジャイロは一般に連成振動を行なう。

$\varphi(x, t) = \sum \varphi_n \sin(n\pi x/l) \cdot \tilde{\varphi}_n(t)$ と比較関数として Galerkin 法で式(1)に適用すれば、 $\tilde{\varphi}_n$ と θ に関する次式が導かれ、これから振動数方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \textcircled{H} \ddot{\tilde{\varphi}}_n + K_n \tilde{\varphi}_n + \frac{D}{n} \sum_f \frac{\varphi_f}{f} \tilde{\varphi}_n - H B_n \dot{\theta} &= 0 \\ I_g \ddot{\theta} + K_g \dot{\theta} + H \sum_f \varphi_f \sin \frac{n\pi x_0}{l} \cdot \tilde{\varphi}_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{ここに } K_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \left[E C_w \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + G K + \frac{H b^2}{4} \right], \quad D = \frac{128 f^{1/2} b^2}{\pi^2 l^3} \frac{E_c A_c}{L_E}, \quad B_n = \frac{2}{l} \sin \frac{n\pi x_0}{l}$$

式(2)の右1式の左辺の2項は n が偶数のときは0となり、さらに $H=0$ (ジャイロが作動しない) または $B_n=0$ (ジャイロが構造系の振動モードの節点にある) のとき、このような偶数次モードは他のモードと独立であるが、その他の場合はジャイロ作用により構造系の固有振動数およびモードは変化する。それによってもジャイロの固有振動数も変化する。

3. ねじれフラッターに対するジャイロの影響

簡単のため図1の風洞の中におかれた構造系を、円振動数 Ω で振動する1自由度系におきかえる。これにジャイロが設置され作動したときの運動方程式は複素表示をまじえて

$$\left. \begin{aligned} \text{構造系: } \ddot{\varphi} + g_p \omega_p \dot{\varphi} + \omega_p^2 \varphi - \frac{H}{\Theta} \dot{\theta} &= \frac{\Omega^2}{\nu} (M_{pr} + i M_{pi}) \varphi \\ \text{ジャイロ: } \ddot{\theta} + g_g \omega_g \dot{\theta} + \omega_g^2 \theta + \frac{H}{I_g} \dot{\varphi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

右1式の右辺は非常空力モーメントの項で、 ρ : 空気密度、 b : 構造体の半幅、 M_{pr}, M_{pi} : それぞれ変位、速度と同位相の空気力成分で、換算振動数 $k = \Omega b / \nu$ と断面形状などにより定まる。また g_p, g_g : それぞれ構造系、ジャイロの減衰係数、 $\omega_p, \omega_g (= \sqrt{K_g / I_g})$: それぞれ構造系、ジャイロの固有円振動数、 $\nu = \Theta / (\pi \rho b^4)$ である。

臨界状態で $\varphi = \varphi_0 e^{i\Omega t}$, $\theta = \theta_0 e^{i(\Omega t + \delta)}$ とすると、式(3)で $\varphi_0 = \theta_0 = 0$ でない解が存在するための条件は

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\omega_p^2 - \Omega^2 - \frac{M_{pr}}{\nu} \Omega) + i \Omega (g_p \omega_p - \frac{M_{pi}}{\nu} \Omega) & -i \Omega \frac{H}{\Theta} \\ i \Omega \frac{H}{\Theta} & \omega_g^2 - \Omega^2 + i \Omega g_g \omega_g \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

これは $\Delta = \Delta_R + i \Delta_I = 0$ の形になっているので、 $\Delta_R = 0$ と $\Delta_I = 0$ の2つの条件、すなわち

$$\left. \begin{aligned} (g_p \sqrt{X} - \frac{M_{pi}}{\nu}) \{ (ZX - 1)^2 + g_g^2 ZX \} + \mu g_g \sqrt{Z} X^{\frac{3}{2}} &= 0 \\ (X - 1 - \frac{M_{pr}}{\nu}) \{ (ZX - 1)^2 + g_g^2 ZX \} - \mu (ZX - 1) X &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

が満足されなければならない。ここに $X = (\omega_p / \Omega)^2$, $Z = (\omega_g / \omega_p)^2$, $\mu = H^2 / (I_g \Theta \omega_p^2)$ 。 M_{pr}, M_{pi} は $k = \Omega b / \nu$ の関数であったから、上の両式よりねじれフラッターが発生するときの限界風速 V_F およびそのさいの振動数 Ω が求まる。

式(5)の右1式は減衰を評価する式で、左辺の値が負になることはフラッター(自励振動)の発生を意味する。したがって、正なる最終項の存在はジャイロによるフラッターの抑制効果を示す。

4. 風洞模型実験

風洞模型として支間長 16 m の単径間補剛吊橋の全橋模型を用いた。補剛げは高さとの比 0.2 なる箱形断面で、ジャイロを設置しない場合、風速 4.8 m/sec で対称1次モードのねじれフラッターを生ずる。ねじれ固有振動数は1次が 2.94 Hz、2次が 3.61 Hz であり、対数減衰率は1次モードに対して 0.038 であった。

ジャイロ装置は図-1に示すごとく、上記補剛げに収容できるよう設計され、重量は約 1.5 kg

で吊橋総重量の約 $1/60$ 、ジャイロのローターは外部から送られる圧縮空気を吹きつけて回転し、その最大回転数は 5000 rpm 程度である。ジャイロ本体はバネを介して固定され、その固有振動数は $3 \sim 4$ Hz の間に選んだ。

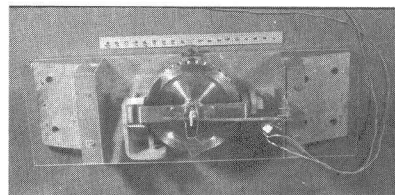


図-1 ジャイロ模型

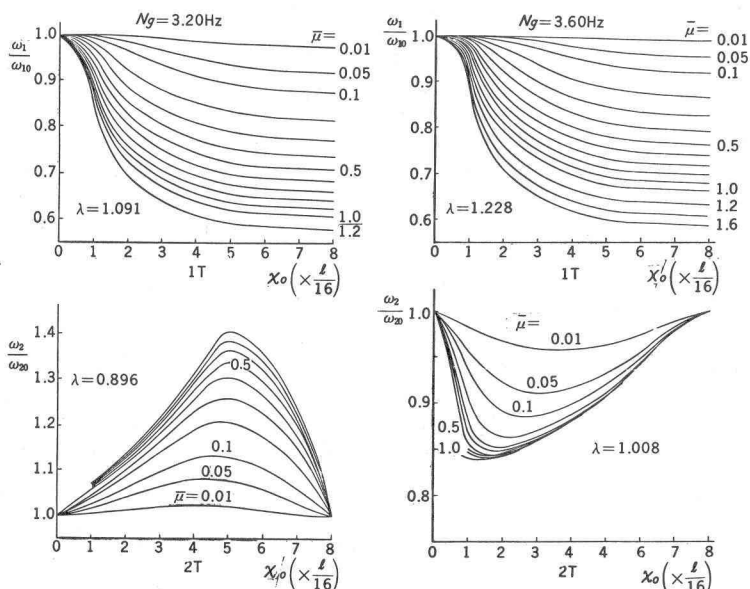
5. 模型の固有振動性状に対する数値解析

ジャイロの位置 $\xi = x_0/l$ 、ジャイロと吊橋の固有振動数比 $\lambda_n = \omega_g/\omega_{n0}$ 、ジャイロの回転速度 f (rpm)、ジャイロの回転角運動量 $\bar{\mu} = H^2/(I_g \omega_{n0}^2 l/2)$ が吊橋の固有振動数にいかに関与するかを、模型の諸元を用いて検討した。ここに ω_{n0} はジャイロがないときの吊橋の n 次固有円振動数、後述の ω_n はジャイロ作用下の吊橋の n 次固有円振動数である。

(1) 吊橋の固有振動数

a) ジャイロ設置点の影響

図-2 にみるように、1次モードの場合にはモードの腹の位置付近にジャイロを設置したとき、しかも $\bar{\mu}$ の大きいほど影響は大きい。2次モードでは $\bar{\mu}$ が増すとともに影響の大きいジャイロ位置はジャイロの固有振動数 (N_g) が吊橋のそれより低いときはスパン中央より、逆のときは端部よりに移動する。



(a) $N_g = 3.20$ Hz

(b) $N_g = 3.60$ Hz

図-2 ジャイロ設置点による振動数の変化

b) ジャイロの固有振動数の影響

ジャイロと構造系の固有振動数に近く選ぶほど構造物の振動数に対するジャイロの影響は敏感となり、 $\bar{\mu}$ の大きいほど顕著となる。

c) ジャイロの回転数の影響

図-2 に示したように、 $\omega_g > \omega_{n0}$ のとき $\bar{\mu}$ の増加とともに振動数は低下し、 $\omega_g < \omega_{n0}$ では逆の傾向

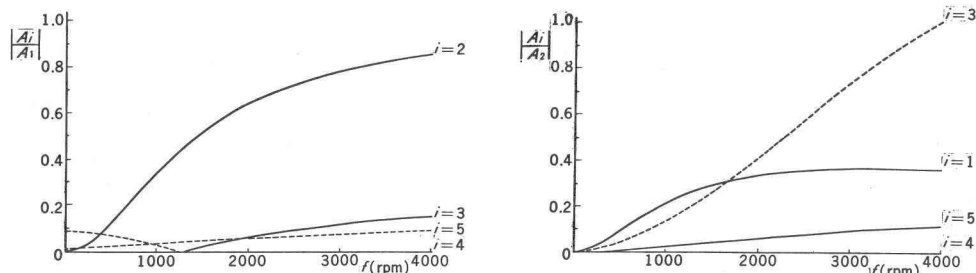


図-3 ジャイロによる振幅比の変化 ($\xi = 1/4$, $N_g = 3.20$ Hz)

を示す。場合により μ の増加の影響は顕著となる。ジャイロの固有振動数もジャイロの作用により吊橋の振動と連成して変化するが、その影響は一般に小さい。

(2) 吊橋の振動モード

ジャイロの回転による吊橋の n 次モードの振幅と j 次振動の振幅との比 A_n/A_j の変化の例を図-3に示す。 j は1あるいは2に合った。図中実線はこの比が正、破線は負の場合に対応する。ジャイロの作用により対称モードと非対称モードさえも連成することがあり、連成の状況はジャイロの設置点、回転数に応じて異なる。

6. 風洞実験の結果

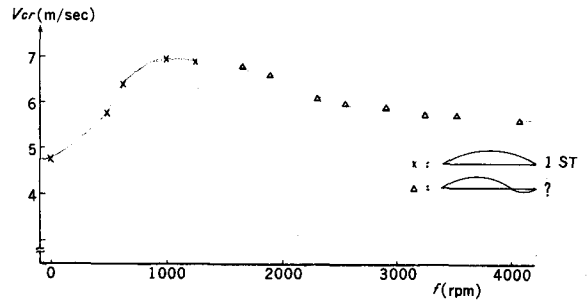
もっとも影響の顕著であった例を図-4に示す。ジャイロ回転数の増加とともにフラッター発振風速は上昇し、約1000 rpmで46%増に及ぶ。それ以上回転数を増すと発振風速はかえって漸減する。これはジャイロによる減衰効果を上まわる、振動数低下による空気

力係数の増大によるものと思われる。これらの傾向は、前述の理論の結果と定性的にはよく一致するが、数値上の評価についてはさらに検討を要する。発振風速が最大になる領域での振動モードは図-4(a)に付記したように、ジャイロ設置点に節のあるまったく新しい波形になる。このときの振動数はこの波形と1次振動波形が連成したものとした場合[図-4(b)の破線]とよく一致する。

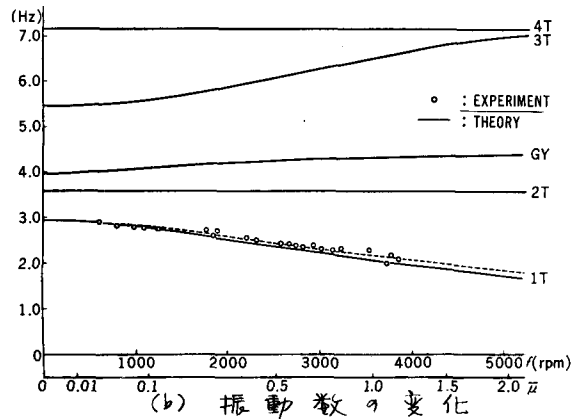
ジャイロをスパン中央に設置した場合、発振風速の変化の状況は図-4(a)に似るが、 $N_g = 3.95$ Hzのとき発振風速の上昇は $f \approx 2500$ rpmで約28%にとどまり、このときはフラッターモードは変化しない。しかし $N_g = 3.07$ Hzの場合、 $f \approx 1400$ rpmで約40%の発振風速上昇がみられ、2次モードが発生しやすくなることが注目された。

7. 結 論

- (1) 風によって誘起される吊橋の振動をジャイロによって抑制することは可能と思われる。
 - (2) ジャイロの回転数をむやみに上げるとは必要もなく、もっとも効果の大きい最適回転数が存在する。ジャイロの設置点、性能についても同様であり、構造系の固有振動性状などに関連がある。
 - (3) ジャイロの回転軸まわりの減衰性を大きくしておくことは、ジャイロによる制振効果を高めるのに有効である。
 - (4) ジャイロの作用によって構造系の固有振動性状そのものも変化する。
- 今後は実用化の可能性についても検討することが望まれる。



(a) フラッター限界風速の変化



(b) 振動数の変化

図-4 風洞実験結果の例 [$\zeta = 1/4$, $N_g = 3.36$ Hz]