

# I-85 地震応答解析に関する2・3の問題点について

(株) 間 組 正 員 山 口 靖 紀

## 1、まえがき

構造物の地震応答を解析するのに、振動方程式を直接的に数値積分して、電子計算機によって計算する方法が多く行なわれているが、数値積分を行なうと必ず多少の誤差を含むようになり、しかも、構造物の固有値、地震波の時間きざみによっては、誤差が非常に大きくなることもある。

また、たわみ易い構造物については、これを多質点に分割して多自由度系として解く方法がある。このとき、質点を何個に分割するのが適当かという問題が生じる。

これらの時間きざみ、質点数の問題を解決するのに数学的に解く方法があると思われるが非常にむずかしい問題であるので、ここで簡単なモデルを想定して、電子計算機を用い、色々なケースについて実際に応答を求め、検討を行なった。地震波としてはエルセントロNS成分を、数値解析する方法としてはルンゲ・クッター法を用いた。

## 2、質点数と固有周期について

構造物を多質点に分割して振動解析を行なう場合、質点数をいくつにするかということがまず問題となる。超高層ビルや高橋脚のように、長くてたわみ易いものは、質点の数の定め方によっては実際の振動性状と異なる結果を与える。

そこで、質点数と固有周期の関係を調べ、適正な質点分割方法を見出すこととした。表-1は、以上の検討を行なうためにもちいた25質点系の質量とばねの諸定数を示したものである。

計算は、表-1に示した25質点系を1, 3, 5, 12, 25、の各質点に置換えて行なった。置換えは、通常用いられている方法によるもので、つぎに示す通りである。

凡個の質点をひとまとめにする場合

$$\text{質 量 } M = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$\text{ばね定数 } \frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

$$K = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n}{k_i} \right)}$$

このようにして求めた質量とばね定数を用いて、1次固有周期を計算した結果を図-1に示す。

図-1によると、質点数が5以下になると1次固有周期が急激に長くなるようになっている。したがって、質点数

表-1 25質点系の諸定数

| 階  | 質 量 $m_i$<br>(T·SEC <sup>2</sup> /CM) | ばね定数 $k_i$<br>(T/CM) |
|----|---------------------------------------|----------------------|
| 25 | 0.18                                  | 280                  |
| 24 | 1.06                                  | 926                  |
| 23 | 0.43                                  | 926                  |
| 22 | 1.10                                  | 560                  |
| 21 | 0.97                                  | 560                  |
| 20 | 0.96                                  | 633                  |
| 19 | 0.97                                  | 670                  |
| 18 | 0.97                                  | 713                  |
| 17 | 0.97                                  | 768                  |
| 16 | 0.98                                  | 932                  |
| 15 | 1.00                                  | 986                  |
| 14 | 1.00                                  | 1063                 |
| 13 | 1.01                                  | 1211                 |
| 12 | 1.04                                  | 1260                 |
| 11 | 1.04                                  | 1325                 |
| 10 | 1.05                                  | 1369                 |
| 9  | 1.05                                  | 1510                 |
| 8  | 1.06                                  | 1755                 |
| 7  | 0.98                                  | 1760                 |
| 6  | 0.88                                  | 1925                 |
| 5  | 0.88                                  | 2100                 |
| 4  | 0.91                                  | 1600                 |
| 3  | 0.96                                  | 1425                 |
| 2  | 0.95                                  | 2495                 |
| 1  | 0.82                                  | 3340                 |

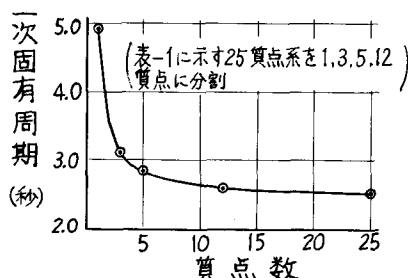


図-1 質点数と1次固有周期の関係

は5〜10個位に分割するのが良い。

### 3. 時間きざみについて

インプットする地震波の時間きざみは、細かくすればする程振動方程式の解は誤差が少なくなり、また、安定で収束性がよいのは当然であるが、データがぼう大なものとなり計算に時間がかかり、ときには大型の計算機でないと計算できないということも生じる。時間きざみの定め方として、米国の Hurtyらは $n$ 次の固有周期の $\frac{1}{10}$ 程度とすれば十分であるとしており、日本でもすべての振動系に対して0.002秒としているところもある。

そこで、きざみ時間をどのようにすれば適切であるかを調べる一段階として、1自由度系について数種類の固有周期をもつ振動系を仮定した。多質点系については表-1に示した振動系を用いて、きざみ時間を変化させ実際に電子計算機によって計算し、きざみ時間によって解が安定になるところと不安定になるところの境界をさがすこととした。

表-1に示す振動系は25質点であるが、これを12, 10, 8, 5質点に置き換えたものも含め5通りについて安定性を調べた。

図-2は、1自由度系について固有周期 $T$ ときざみ時間 $\Delta t$ との関係において、安定な範囲を見出したものである。この結果 $\Delta t \leq 0.47T$ とすれば安定であることがわかった。

図-3は、きざみ時間 $\Delta t$ と $n$ 次の固有周期 $T_n$ の関係において計算可能な境界を示したもので、安定な状態で応答を求めるためには、 $\Delta t \leq 1.78 T_n^{2/16}$ としなければならないことがわかる。

以上において $n$ 次の固有周期が長くなるときざみ時間も長くすることが可能であるが、地震波の性状をできるだけ正確に入力させるためのきざみ時間の最大は0.05秒とすることが望ましいと考える。

### 4. まとめ

長くてたわみ易い構造物の地震応答を、多質点に変換して計算する場合、5〜10質点程度に分割するのが手間を少なくして、かつ十分な精度をうるのに適当である。

振動方程式を数値積分して計算するときに生ずる誤差が累積されないようなきざみ時間は、1自由度系では $\Delta t \leq 0.47T$ としなければならない。また、多自由度系についてこれを検討することは非常にむずかしいが今回想定したモデルにおいてほぼ $\Delta t \leq 1.78 T_n^{2/16}$ とすれば良いことがわかり、他の構造物について計算するときの何らかの資料になることと思う。

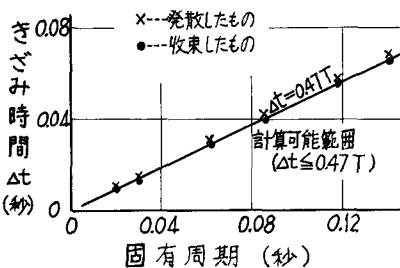


図-2 1自由度系における計算可能なきざみ時間

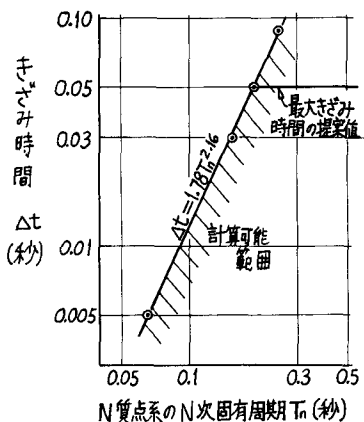


図-3 きざみ時間と $N$ 次固有周期の関係