

I-79 Feed-Back系による地盤振動の反射屈折現象の表現

九州大学 工学部 正員 小坪 清 真

九州工業大学 正員 高西 照 彦

1. まえがき

地盤中に築造された構造物の地震応答を計算する場合、まず地盤の地震応答を求めることが必要になる。多層地盤に対する地震応答は、厳密には波の重複反射及び屈折の現象を表現できる波動法を用いて計算すべきであろう。水平方向に無限の広がりをもつ多層地盤に対する地震応答を、波動法を用いて厳密に計算することは可能であるが、しかし地盤上或いは地盤中に構造物が存在する場合には、地震時の地盤中の各点の動きを波動法を用いて厳密に計算することは困難である。

それ故、地盤一構造物系の地震応答を計算する場合には、地盤及び構造物をそれぞれ多質点系に置換して計算する方法或いは Modal Analysis による方法が現在広く採用されている。しかし、現在一般に用いられているこれ等の方法では、多層地盤の重複反射及び屈折の現象を表現することは勿論できない。本論は、従来の Modal Analysis 法の概念はその不予利用し、ただその入力波動に修正を加えることにより地盤中の波の重複反射及び屈折の現象を近似的に表現できるかどうかについて、論じたものである。

2. 解析の基本的考え方

一般の地盤はそれを各層の力学的性質が一樣な多層地盤と近似できると考える。まず本解析法は、この多層地盤に対して計算される厳密な振動型を用いてこれを適当な次数までとって、その各振動型に適当な Weight を掛け加え合わせ地盤変位を求めるいわゆる Modal Analysis の手法を用いる。次にこの各振動型に対する入力について考える。多層地盤に対して適用される波動法の入力についてみれば、上層の各層における加速度或いは変位の一定割合がある一定の時間遅れをもつ刻々基礎の入力に Feed Back されていることが判る。従って前述の各振動型に対する入力についても同様に考え、上層の各層における加速度の一定割合をある一定の時間遅れをもつ刻々 Feed Back することによって各振動型に対する入力を修正し、その修正された入力を用いて刻々の応答計算を行えば、波の重複反射及び屈折の現象を Modal Analysis の手法を用いて近似的に表現できるであろう。Feed Back のべき量に関する議論は4節で詳論することにして、ここで本法の利点を挙げると、(1)本解析法においては地盤の減衰常数を仮定する必要がない。

(2)大きな構造物が地盤上に存在する場合、これを地盤一構造物系として波動法を用いて厳密に解析することは困難であるが、本法によれば波の重複反射及び屈折という現象を生かした近似解を比較的容易に行うことができる。

(3)本法は Modal Analysis 法を利用した解析法であるから、本法によって応答計算をする場合には広く知られた種々の数値積分法が利用でき、波動法を用いる場合に比べて一般に親しみやすく、また計算も容易である。

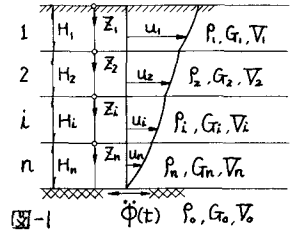
3. 地盤の振動方程式

図-1に示すような多層地盤のオム層の相対変位 $u_i(z_i, t)$ は次式のように表わせる。

$$u_i(z_i, t) = \sum_{p=1}^P b_p p U_i(z_i) \quad (1)$$

ここに、 $p U_i(z_i)$ はオム層のオム次の振動型、 p は採用する振動型の最高次数、 b_p はオム次振動の大きさを示す量で次式に F で与えられる。

$$\ddot{b}_p + \omega_p^2 b_p = -\delta_p \ddot{\phi}(t) \quad (2)$$



ここに、 ω_p はオム次の固有円振動数、 $\ddot{\phi}(t)$ は基礎の加速度で上昇波と下降波の和、 δ_p はオム次の刺激係数で次式から求められる。

$$\delta_p = \left(\sum_{i=1}^n \int_0^{H_i} \frac{\rho_i}{q} p U_i(z_i) dz_i \right) / \left(\sum_{i=1}^n \int_0^{H_i} \frac{\rho_i}{q} p U_i^2(z_i) dz_i \right) \quad (3)$$

$\ddot{\phi}(t)$ が与えられれば、(1)、(2)、(3)式から刻々の地盤の変位 u_i を求めることが出来る。なお、多層地盤に対する固有円振動数 ω_p 、振動型 $p U_i(z_i)$ については既によく知られた計算式をそのまゝ用いてその値を求めればよいので、ここでは改めず述べない。

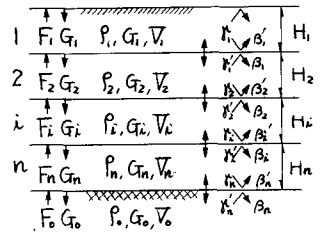


図-2

4. 入力波動 $\phi(t)$ について

2節で述べた考え方に従って(2)式に対する入力波動 $\phi(t)$ の表示式を導く。上昇波及び下降波の変位をそれぞれ $F(t)$ 、 $G(t)$ とすれば、図-2の多層地盤に対して次式に示す波動の基礎式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} G_1(t) &= F_1(t) \\ G_i(t) &= \beta_{i-1} F_i(t) + \rho'_{i-1} G_{i-1}(t - \delta_{i-1}) \quad (i=2, 3, \dots, n) \\ G_0(t) &= \beta_n F_0(t) + \rho'_n G_n(t - \delta_n) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $\delta_i = H_i / V_i$ ($i=1, 2, \dots, n$)、 β_i 、 ρ'_i はそれぞれオム層とオム層との境界における反射及び透過係数であって、波動インピーダンス比を

$$\alpha_i = \rho_i V_i / \rho_{i+1} V_{i+1} \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

$$\alpha_n = \rho_n V_n / \rho_0 V_0$$

とすれば次式のように定義される。

$$\beta_i = (1 - \alpha_i) / (1 + \alpha_i)$$

$$\rho'_i = 2\alpha_i / (1 + \alpha_i)$$

一方、多層地盤において各層の境界における地盤の絶対変位を $\varphi_i(t)$ で表わせば

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(t) &= F_i(t) + G_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ \phi(t) &= F_0(t) + G_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(4)、(6)の両式から $G(t)$ を消去し、時間おくれを考慮して整理すると、結局次式のような漸化式が得られる。

$$F_i(t-\delta_1-\dots-\delta_n) = \frac{1}{2} \psi_i(t-\delta_1-\dots-\delta_n)$$

$$F_i(t-\delta_1-\dots-\delta_n) = \frac{1}{1+\beta_{i-1}} \left\{ \psi_i(t-\delta_1-\dots-\delta_n) + \beta'_{i-1} \psi_{i-1}(t-\delta_1-\dots-\delta_n) + \beta'_{i-1} F_{i-1}(t-\delta_1-\dots-\delta_n) \right\} \quad (7)$$

($i = 2, 3, \dots, n$)

$$\phi(t) = (1+\beta_n) F_0(t) + \beta'_n \{ \psi_n(t-\delta_n) - F_n(t-\delta_n) \}$$

上式は入射波 $F_0(t)$ 、各層の境界における絶対変位 $\psi_i(t)$ と基礎上の変位 $\phi(t)$ との関係を示す波動法による厳密な式である。

今、ここで、 $\psi_i(t)$ が (1) 式の $u_i(z_i, t)$ を用いて近似的に

$$\psi_i(t) = \phi(t) + u_i(0, t) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

と表わせることを考慮すれば、これを (7) 式に代入して結局、入射波 $F_0(t)$ 、各層の境界での相対変位 $u_i(0, t)$ と $\phi(t)$ との関係が得られる。

(7)、(8) 式の関係は変位について導いたが、両式は変位についてだけでなく、加速度（以下、添字“”をつけて表わす）についても全く同様の式が成り立つことは勿論である。

したがって以上のことから、入射波 $\ddot{F}_0(t)$ が与えられれば (1)、(2) 式から計算される $\ddot{u}_i$ について、それぞれ適当な時間おくれを考えた値を用いて (7)、(8) の両式から $\ddot{\phi}(t)$ を求めることができる。特に、一層地盤と二層地盤との 2 つの場合について $\ddot{\phi}(t)$ を示せば次の通りである。

一層地盤の場合

$$\ddot{\phi}(t) = (1+\beta_1) \ddot{F}_0(t) + \frac{\beta'_1}{2} \left\{ \ddot{\phi}(t-\delta_1) + \ddot{u}_1(0, t-\delta_1) \right\}$$

二層地盤の場合

$$\ddot{\phi}(t) = (1+\beta_2) \ddot{F}_0(t) + \frac{\beta'_2}{1+\beta_1} \left\{ \beta_1 \ddot{\phi}(t-\delta_2) + \beta_1 \ddot{u}_2(0, t-\delta_2) + \frac{\beta'_1}{2} \ddot{\phi}(t-\delta_1-\delta_2) + \frac{\beta'_1}{2} \ddot{u}_1(0, t-\delta_1-\delta_2) \right\}$$

5. 数値計算及び考察

前述の理論の妥当性を検証するために以下に示すような場合について、数値計算を行った。

(1)、一層地盤の場合

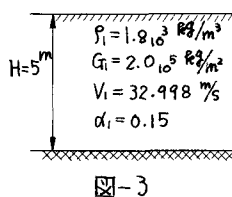
まずはじめに、図-3 に示すような諸元をもった一層地盤に対して、入射波 $\ddot{F}_0(t)$ として

$$(a) \text{ 正弦波 } \ddot{F}_0(t) = \sin \omega t$$

$$(b) \text{ 人工地震波 } \ddot{F}_0(t) = a t e^{-bt} \sum_{n=1}^N f_n \cos \{ 2\pi(f_n t + \delta_n) \}$$

の 2 通りの場合について、それぞれ波動法と本解析法とを用いて応答計算を行った。

(a) の場合については、 ω として表-1 に示すように系の 5 次までの固有円振動数を含む総計 9 通りの ω に対して、(b) の場合については、 $a = 0.1 \text{ m/s}^2$ 、 $b = 1.0 \text{ s}^{-1}$ 、 $N = 20$ 、 $f_n = 1/6 \sim 4 \text{ Hz}$ 、 $\delta_n = 0 \sim 1.0$ に対してそれぞれ数値計算を行った。本解析法では 6 次までの振動型を採用した。



(a) の結果を表-1に示す。

表中の値はそれぞれ基盤上及び地表面上の加速度及び変位の最大値である。両者は比較的良好に一致しているといえる。

(b) の結果についてはここに示さず、かつ、両者はそれぞれ変位及び加速度について非常に一致を示している。

(2). 二層地盤の場合

現在計算中であり、結果は講演時発表する予定である。

今後さらに、多層地盤の場合について本解析法の妥当性を確かめること、また地表面にある構造物が存在する場合に対する地盤-構造物系の地震応答の解析に本法を適用すること、境界を有する有限地盤に於ける適用等について考察を行ってゆきたいと考えている。

ω (rad/s)	$\ddot{\phi}(t)$ (m/s^2)		$\phi(t)$ (m)		$\ddot{u}_1(0,t)$ (m/s^2)		$u_1(0,t)$ (m)	
	近似解	厳密解	近似解	厳密解	近似解	厳密解	近似解	厳密解
5.0	1.9769	1.9770	0.0791	0.0791	0.7431	0.7187	0.0293	0.0287
10.3667 ^①	0.0137	0.1997	0.00016	0.00186	13.236	12.884	0.1231	0.1199
20.0	1.9821	1.9846	0.0050	0.0050	3.922	3.9457	0.0098	0.0099
31.1002 ^②	0.0476	0.5481	0.00013	0.00057	13.051	12.622	0.0135	0.0130
40.0	1.9727	1.9610	0.0013	0.0012	0.1063	0.1053	0.00006	0.00007
51.8336 ^③	0.1134	0.8315	0.00014	0.00031	11.086	10.986	0.0041	0.0040
60.0	1.9895	1.9931	0.00067	0.00055	3.9171	3.9629	0.0011	0.0011
72.5671 ^④	0.1517	0.3798	0.00017	0.00007	12.378	12.138	0.0023	0.0023
93.3005 ^⑤	0.2637	0.4822	0.00021	0.00006	11.837	11.949	0.0014	0.0014

表-1