

日立造船 正員 近藤 淳
日立造船 正員 ○今井 裕雄

1. まえがき

支索で支持された塔状構造物の振動解析では、支索の質量、支索のたわみ形状、塔体に作用する軸圧縮力などの影響を解析に導入する必要がある。この条件とみにつ固有振動数計算法として、全構造系をディスクリートの線形構造系にモデル化したマトリクス解析法を報告する。

2. 解析法

解析の対象とした構造は、図-3に示すように、曲げ剛性のない支索と、曲げ剛性のある塔体の二種類の構造要素を組み合わせたものである。振動モデルにおいては、支索は有限個の質点とその間とつなぐ無質量の軸力部材からなるディスクリートな系に、塔体は支索との結合点と節点とする Beam-Column に置換した。

a) 支索の剛性マトリックス

支索の剛性マトリックスは下記の仮定の下に導いた。

- (i) 節点の自由度は、三方向の Translation と許すものとする。
- (ii) 力のつりあいは、変形後の状態で考える。
- (iii) 振動変位は、微小であり、節点力と節点変位の関係式において、変位の二次以上の高次項は省略し得る。

軸力部材の変形前と変形後の状態を、図-1に示す。節点力の変化分のベクトルと $X = \{\Delta X_1, \Delta Y_1, \Delta Z_1, \Delta X_2, \Delta Y_2, \Delta Z_2\}$, 節点変位ベクトルと $U = \{x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2\}$ とすると剛性マトリックス K は次のようになる。⁽¹⁾

$$K = \begin{bmatrix} p\alpha^2 + g & & & & & \\ p\alpha\beta & p\beta^2 + g & & & & \\ p\alpha\gamma & p\beta\gamma & p\gamma^2 + g & & & \\ -(p\alpha^2 + g) & -p\alpha\beta & -p\alpha\gamma & p\alpha^2 + g & & \\ -p\alpha\beta & -(p\beta^2 + g) & -p\beta\gamma & p\alpha\beta & p\beta^2 + g & \\ -p\alpha\gamma & -p\beta\gamma & -(p\gamma^2 + g) & p\alpha\gamma & p\beta\gamma & p\gamma^2 + g \end{bmatrix} \quad \text{SYM.} \quad \dots (1)$$

$$K \ll L \quad p = \left(\frac{EA}{L} - \frac{T}{L} \right), \quad g = \frac{T}{L}$$

ここで L は材長、 E はヤング率、 A は断面積、 T は初張力、 α, β, γ は変形前の部材軸の方向余弦である。上式は、たわみ易い支索においては振動変位の大きさによって適用しうる限界があると考えられる。しかし固有振動数計算では十分な精度が得られることと模型実験で確認した。

6) 塔体の剛性マトリックス

塔体の剛性マトリックスは下記の仮定の下に導いた。

(i) 節点の自由度は水平二方向の Translation と回転の四自由度とする。

(ii) 力のつりあいは変形後の状態を考える。

(iii) 振動時の軸圧縮力 N の変化は無視する。

節点力と節点変位の正の方向を図 - 2 に示すようにとると 上記の仮定により、これらの関係は周知の ⁽²⁾ Beam-Column 理論により

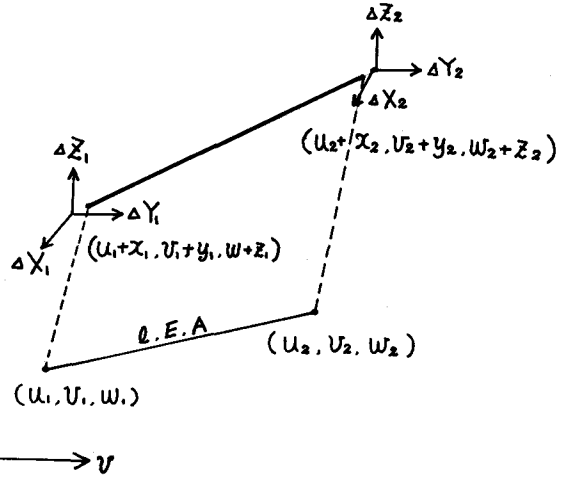


図 - 1

節点力ベクトル $X = \{X_1, M_1, X_2, M_2\}$ 節点変位ベクトル $U = \{x_1, \theta_1, x_2, \theta_2\}$ に対して剛性マトリックス K は 次のようになる。

$$K = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} \left(\frac{2C_3}{l^2} - \frac{N}{EI} \right) & -\frac{C_3}{l} & \frac{C_1}{l} & \left(\frac{2C_3}{l^2} - \frac{N}{EI} \right) \\ -\left(\frac{2C_3}{l^2} - \frac{N}{EI} \right) & \frac{C_3}{l} & -\frac{C_3}{l} & \frac{C_1}{l} \\ \frac{C_1}{l} & -\frac{C_3}{l} & \left(\frac{2C_3}{l^2} - \frac{N}{EI} \right) & -\frac{C_3}{l} \\ \left(\frac{2C_3}{l^2} - \frac{N}{EI} \right) & \frac{C_1}{l} & -\frac{C_3}{l} & \left(\frac{2C_3}{l^2} - \frac{N}{EI} \right) \end{bmatrix} \quad \text{---- (2)}$$

ただし

$$C_1 = \frac{t_1}{t_1^2 - t_2^2}, \quad C_2 = \frac{t_2}{t_1^2 - t_2^2}$$

$$C_3 = C_1 + C_2$$

$$t_1 = \frac{1}{\phi^2} (1 - \phi \cot \phi)$$

$$t_2 = \frac{1}{\phi^2} \left(\frac{\phi}{\sin \phi} - 1 \right)$$

$$\phi = l \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

ここで N は軸圧縮力 l は材

長、 E はヤング率 I は断面二次モーメントである。

図 - 2.

上式は 一方向の曲げ変形に対する剛性マトリックスであるが、二方向の曲げに対しても、曲げの方向を Beam-Column の主軸面と一致させれば 互いに独立な曲げ変形となり、上式の形の剛性マトリックスと直接重ね合せばよい。

c) Reduction法による固有振動数計算

全構造系の固有値方程式は次式となる。こゝでは塔体の節点変位および支索の節点変位から任意に選んだ変位のベクトルであり、 x_i は i 番目の支索の節点変位で y に含まれないものの変位ベクトルである。

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 & \cdots & B_n \\ B_1^T & C_1 & & & \\ B_2^T & & C_2 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ B_n^T & & & & C_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} D & E_1 & E_2 & \cdots & E_n \\ E_1^T & F_1 & & & \\ E_2^T & & F_2 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ E_n^T & & & & F_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad \cdots (3)$$

剛性マトリックスおよび質量マトリックスのサイズは 塔体の節点数 n 、支索の節点数と平均 l とすると 約 $(4nl + 3ml)$ 元 となり非常に大きい。 l は支索の数である。

(3) 式より 変位ベクトルの y のみを残すように Reduction すると 支索相互の間は連結されていないので 固有値方程式は次式となる。(3)(4)

$$Gy = \lambda Hy \quad \cdots (4.a)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } G &= A - \sum_i B_i C_i^{-1} B_i^T \\ H &= D - \sum_i (E_i C_i^{-1} B_i^T + B_i C_i^{-1} E_i^T - B_i C_i^{-1} F_i C_i^{-1} B_i^T) \end{aligned} \quad \cdots (4.b)$$

(4.a) 式を解けば y に含まれる変位の数だけの最小固有値が求められる。なお (4.b) 式に見られるように Reduction は各支索毎に行なえばよいので 取り扱うマトリックスのサイズは高々 $3ml$ 元である。

3. おわりに

本解析法は支索の質量、たわみ形状、塔体に導入された軸力と全く考慮した解析法であり、さらに支索にとりつけられた荷子等の集中質量の影響も容易に解析にとり入れることができ、また 塔体の振動方向を決定する必要がないほどの特徴がある。数値計算例、模型実験結果 との比較は当日発表する。

参考文献

- (1) 後藤茂夫 : 有限変形法による吊橋の解析, 土木学会論文集 156号 (昭.43.8)
- (2) F. Bleich : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill (1952)
- (3) G.C. Wright : An Economical Method for Determining the Smallest Eigenvalues of Large Linear Systems. Int. J. of Num. Methods in Eng. Vol.3 (1971)
- (4) R.J. Guyan : Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA J. Vol.3 No.2 (1965)

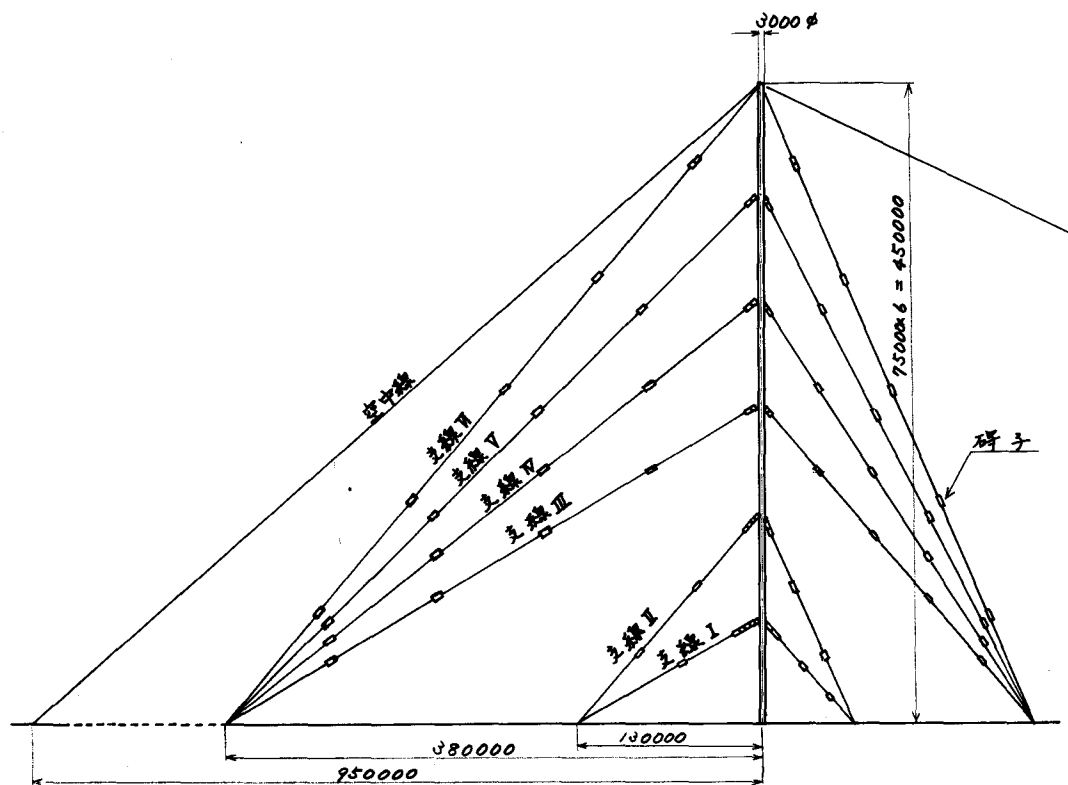


圖 - 3 送信用空中線鐵塔.