

I-74 無次元量による吊橋とアーチ橋の動的静的解析

熊本大学 正員 の平井一男
 " " 吉村虎蔵
 三井港湾 宮崎建夫

はしがり

筆者らはさきに桁(補剛桁)を放物線状の軸力材(アーチ・ケーブル)で補強した構造物すなわち吊橋とアーチ橋は根本的に同じタイプのものであり、これらは共通した解析理論のもとで簡単に解けることを述べた²⁾。その報告では簡単な基礎式より固有振動数と振動モードを求めさらにそれらをもととしてたわみ・曲げモーメントが解析できることを示した。この基礎式は簡単であるが無次元量で表

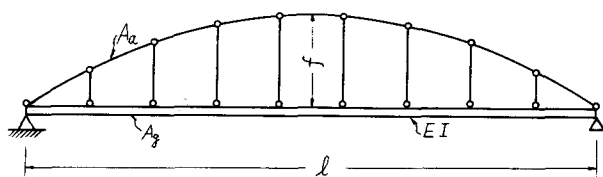


Fig. 1

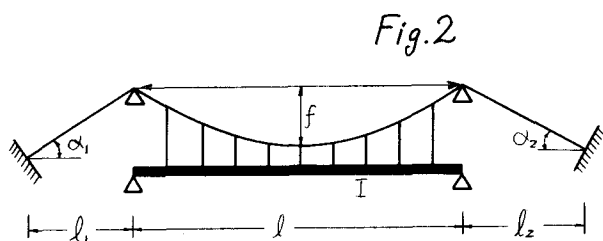


Fig. 2

わされていないために、この橋について計算をする必要があった。しかし、振動数方程式を無次元化し、この時式中にあらわれる一つの無次元量(これは橋の諸元より簡単に計算できる)を変化させて一度計算し、これを図に書いておけば、後は単にこの橋についてこの無次元量のみを求めて図より固有振動数・モード・たわみ・曲げモーメントを自動的に決定できることが明らかになった。

理論

さきに報告した論文¹⁾²⁾では、Fig. 1に示すアーチ橋をもとにして基礎式を導出した

振動数方程式

$$1 + \frac{512 E f^2 B}{\pi^2 \rho l^4} \sum \frac{1}{n^2 (\omega_{gn}^2 - \omega^2)} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\omega_{gn}^2 = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \frac{EI}{\rho}$$

振動モード

$$\varphi_m(x) = \sum \frac{1}{n (\omega_{gn}^2 - \omega_m^2)} \sin \left(\frac{n\pi x}{l} \right) \quad \dots (2)$$

正規化モード

$$\bar{\varphi}_m(x) = C_m \varphi_m(x) \quad \dots (3)$$

$$C_m = \sqrt{\frac{2}{\rho l}} \frac{1}{\sqrt{\sum \left\{ \frac{1}{n^2 (\omega_{gn}^2 - \omega_m^2)} \right\}^2}}, \quad B = \frac{A_a}{\frac{A_a}{A_g} + \left\{ 1 + 8 \left(\frac{f}{l} \right)^2 + 19.2 \left(\frac{f}{l} \right)^4 \right\}}$$

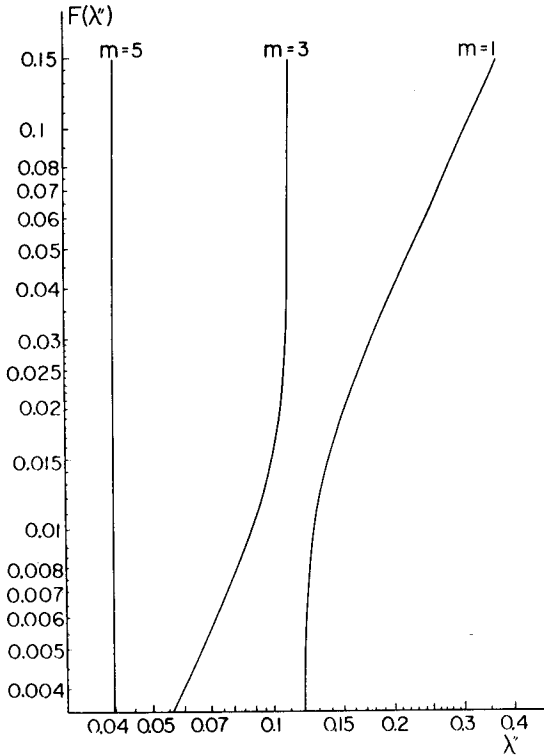


Fig. 3

$$B_3 = A_c / \left[\left\{ 1 + 8 \left(\frac{f}{l} \right)^2 + 19.2 \left(\frac{f}{l} \right)^4 \right\} + (l_1/l) \sec^2 \alpha_1 + \left(\frac{l_1}{l} \right) \sec^2 \alpha_2 \right]$$

first normalized modes for the values of $\lambda''_{m=1}$

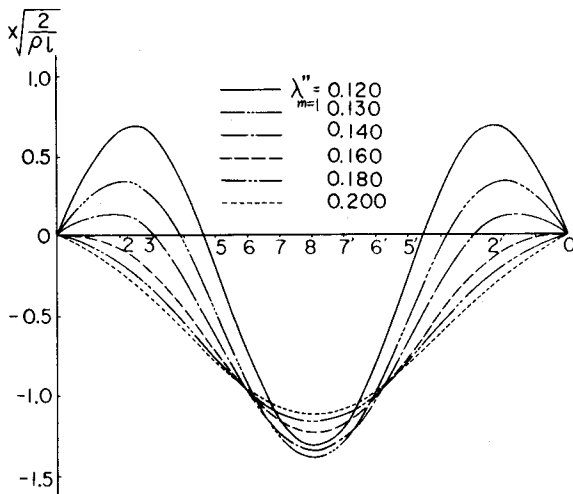


Fig. 4

式(1)を変形すると式(4)となる。

$$F(\lambda'') = \frac{\pi^6 I}{512 f^2 B} = \sum_n \frac{1}{n^6 (1 - n^4 \lambda''^2)} - 1.0014$$

$$n = 1, 3, 5, \dots \quad \text{---- (4)}$$

$$\lambda'' = \omega_{g1} / \omega$$

式(4)より左辺は橋の諸元が与えられれば決定できる無次元量である。いまこれをFであらわす。このFが上述の無次元量である。式(4)を図に示したのが Fig. 3 である。橋の諸元よりFを計算すれば、この図より直ちに $m = 1, 3, 5$ 次の対称振動の固有値が横桁より決定できる。Fig. 2 の平橋に対しては、適合条件よりF値を次式より求めればよいことがわかる。

$$F = \frac{\pi^6 I}{512 f^2 B_3} \cdot \frac{E}{E_c} \quad \dots (5)$$

ここに

E_c : ケーブルのヤング率

式(3)を λ'' を用いて表現すると

$$\Phi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{\rho l}} \left[\frac{\sum_n \frac{1}{n^2 \{n^4 - (\lambda''_m)^2\}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}{\sum_n \frac{1}{n^2 \{n^4 - (\lambda''_m)^2\}}} \right]$$

---- (6)

この式の $m = 1$ の1次の振動モードに対して [] 内の値を λ'' をパラメータとして書いたのが Fig. 4 である。これより $\lambda''_{m=1}$ の値が与えられれば1次の対称モードが直ちにわかる。

Fig. 5 のアーチ橋に対しては、図中の A_a , A_g を使用し

$$I = I_a + I_g \quad \text{---- (7)}$$

と近似して使用するとよい。

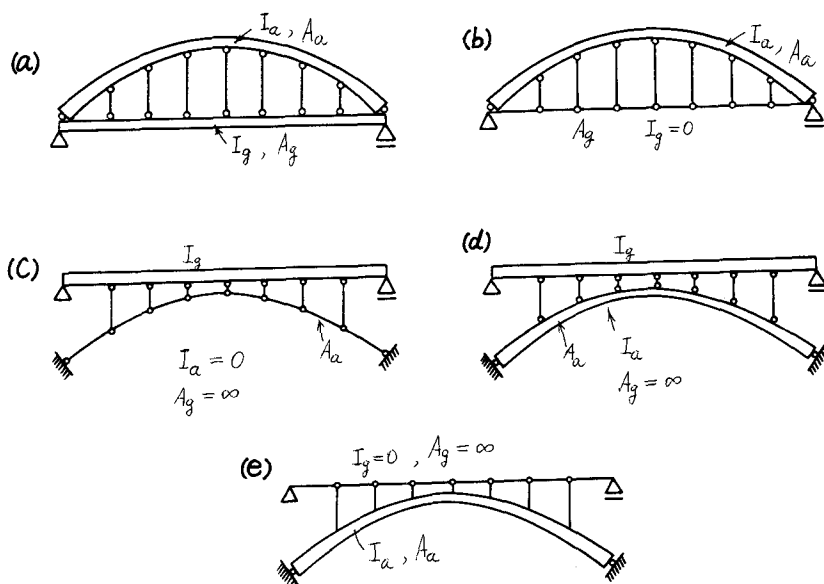


Fig. 5

固有値とモードとが決定できると静的解が求められる。たとえば、たわみ W は次式より計算できる。

$$W = \sum_m \frac{\bar{\Phi}_m(x_i) \bar{\Phi}_m(x_j)}{\omega_m^2} P, \quad x_i, x_j \text{ は 測点(荷重点)の座標} \quad \dots (8)$$

以下にたわみ・曲げモーメント・アーチ水平推力 ΔH の影響線を無次元量で示す。

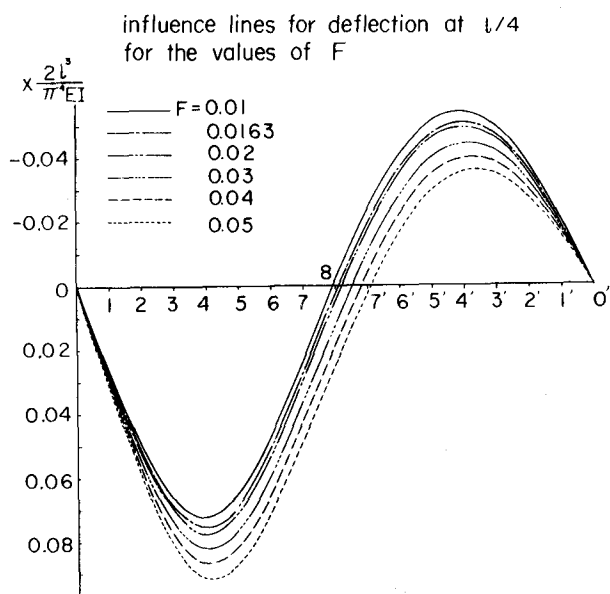


Fig. 6

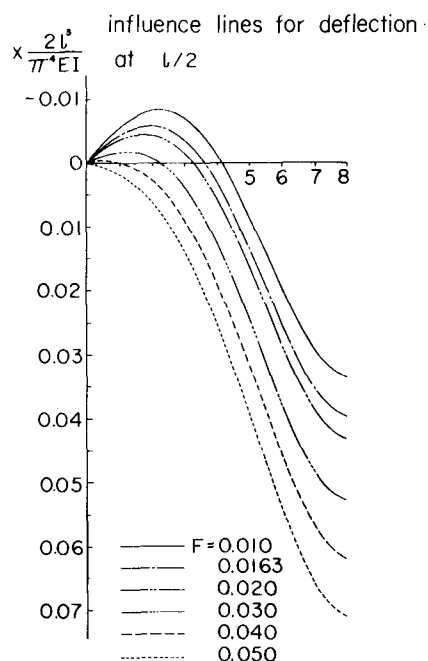
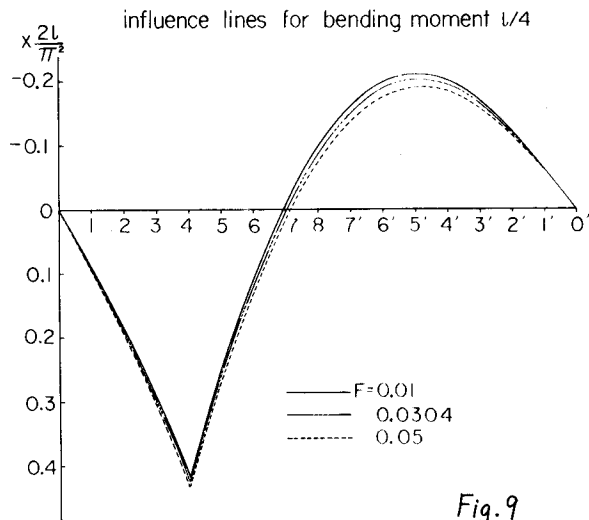
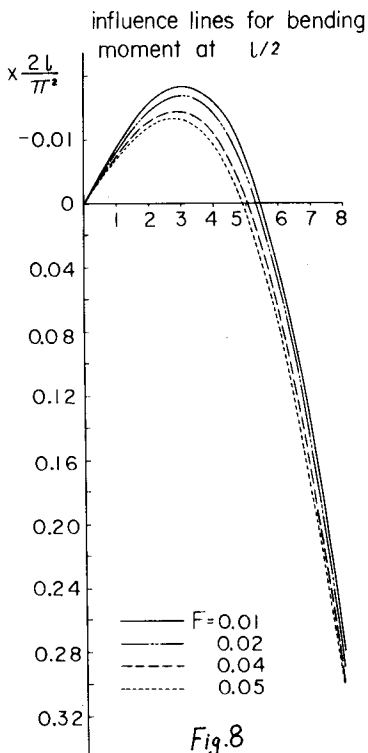
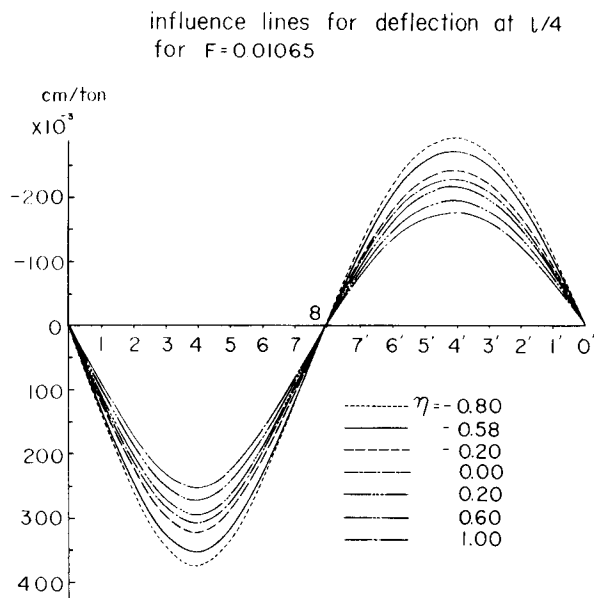
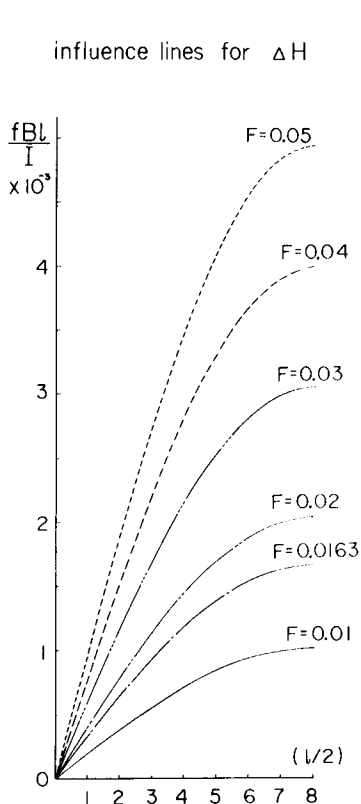


Fig. 7



アーチ橋・吊橋は死荷重による水平推力 H_0 の影響を無視できない場合がある。アーチ橋では圧縮・吊橋では引張力となる。 $\eta = H_0 l^2 / (EI \pi^2)$ として $l/4$ 点のたわみの影響線を下図に示した。図中⊕は引張・⊖は圧縮である。



参考文献

- (1) 吉村・平井：ランガー桁の動的解析，土木学論文集 No. 101
- (2) 吉村・平井：補剛アーチ橋および平橋の動的共通解析，土木学会論文集 No. 115.