I-64　飽和した非線形多孔質弾性体中を伝わる波動のSimple Wave解について

京都大学大学院　学生員　佐藤忠信

地震時の地盤の動的挙動を調べる場合，地盤を構成する土の動的な物理定数と波動の伝播速度の関係が明らかにされなければならない。このような観点から M.A.Biot[1] は線形多孔質弾性体中を伝播する波動の性質を詳しく研究している。しかし，土木構造物の安全性に関係する地表層では層を構成する土はかなり軟かく，線形理論だけでは十分その性格を表示することはできないと考えられる。そこで，応力レベルの大きさによって土試料中を伝播する波動の伝播速度がどのように変化するかを測定しようとする試み[2]がなされているが，解析的研究はあまりない。ここでは，地盤を構成する土を水で飽和された等方性の非線形多孔質弾性体と考え，このような物質中を伝播する波動の伝播速度をSimple Wave理論[3]によって表示し，伝播する波動の形態についての検当を行なう。

1．Simple Waveの存在条件

水で飽和された非線形多孔質弾性体を支配する運動方程式は，筆者の研究[4]によれば次式で与えられる。

$$\rho_{11}\ddot{U}_I+\rho_{12}\ddot{V}_I+b(\dot{U}_I-\dot{V}_I)+\rho_0^s G_i^s=\left(\frac{\partial W}{\partial U_{I,J}}\right)_{,J}\quad,\quad \rho_{12}\ddot{U}_I+\rho_{22}\ddot{V}_I-b(\dot{U}_I-\dot{V}_I)+\rho_0^f G_i^f=\left(\frac{\partial W}{\partial V_{I,J}}\right)_{,J}\quad\cdots(1)$$

ここに，U_I：弾性相の変位，V_I：流体相の変位，W：系全体のひずみエネルギー，$\rho_{11},\rho_{12},\rho_{22}$：孔げきを流れる流体相の相対速度が一様でないことを考慮に入れた質量係数，・記号：$\partial/\partial t$，$,J$ 記号：$\partial/\partial X_J$，ρ_0^s,ρ_0^f：弾性相と流体相の単位質量，G_i^s,G_i^f：弾性相と流体相の物体力，b：ダルシー形の減衰係数である。なお質量係数の間には次式が成立する。

$$\rho_0^s=\rho_{11}+\rho_{12}\ ,\ \rho_0^f=\rho_{12}+\rho_{22}\ ,\ \rho_{11}>0\ ,\ \rho_{22}>0\ ,\ \rho_{12}<0\ ,\ \rho_{11}\rho_{22}-\rho_{12}^2>0\quad\cdots\cdots(2)$$

波動の伝播形式を問題にするわけだから，式(1)で物体力，ダルシー形減衰を無視した場合について考える。いま座標X_1を波動の伝播する方向と一致させれば，$U_I=U_I(X_1,t)$，$V_I=V_I(X_1,t)$ ···(3)

と表わせ，変位勾配$U_{I,J},V_{I,J}$は$J=1$以外はゼロになるので，$m_I=U_{I,1}$，$n_I=V_{I,1}$ ·····(4)

なる変数を定義する。この場合，弾性相のひずみ不変量I_E,II_E,III_Eと流体相のそれI_f,II_f,III_fは

$$I_E=m_1+\tfrac{1}{2}m_1^2+\tfrac{1}{2}m_2^2+\tfrac{1}{2}m_3^2\ ,\ II_E=-\tfrac{1}{4}(m_2^2+m_3^2)\ ,\ III_E=0\ ,\ I_f=n_1+\tfrac{1}{2}n_1^2,\ II_f=0\ ,\ III_f=0\quad\cdots\cdots\cdots(5)$$

と表わされる。ダルシー形減衰と物体力を無視した式(1)は1階の偏微分方程式系へ変換され次式となる。

$$\left.\begin{aligned}&A_{IJ}m_{J,1}+B_{IJ}n_{J,1}-\xi_I-\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\right)\dot{\eta}_I=0 &\quad \xi_{I,1}-\dot{m}_I=0\\ &C_{IJ}m_{J,1}+D_{IJ}n_{J,1}-\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\right)\dot{\xi}_I-\dot{\eta}_I=0 &\quad \eta_{I,1}-\dot{n}_I=0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

ただし，$\xi_I=\dot{U}_I$，$\eta_I=\dot{V}_I$であり，$A_{IJ},B_{IJ},C_{IJ},D_{IJ}$は次式で与えられる。

$$A_{IJ}=(1/\rho_{11})(\partial^2W/\partial m_I\partial m_J)\ ,\ B_{IJ}=(1/\rho_{11})(\partial^2W/\partial m_I\partial n_J),\ C_{IJ}=(1/\rho_{22})(\partial^2W/\partial n_I\partial m_J)\ ,\ D_{IJ}=(1/\rho_{22})(\partial^2W/\partial n_I\partial n_J)\quad\cdots(7)$$

なお，ひずみエネルギーWは，等方性の仮定から，ひずみ不変量の関数と考えられるから次式のように表わせる。$W=W(I_E,II_E,III_E,I_{vf})$ ····(8)　ただし，$I_{vf}=(1+2I_f+4II_f+8III_f)^{1/2}-1$ ·····(9)

式(8),(9),(5)を考慮して，式(7)を成分表示すると次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}&A_{11}=\theta_{mm}/\rho_{11}\ ,\ A_{12}=2m_2\theta_{mM}/\rho_{11}\ ,\ A_{13}=2m_3\theta_{mM}/\rho_{11}\ ,\ A_{22}=(4m_2^2\theta_{MM}+2\theta_M)/\rho_{11}\\ &A_{33}=(4m_3^2\theta_{MM}+2\theta_M)/\rho_{11}\ ,\ A_{23}=4m_2m_3\theta_{MM}/\rho_{11}\ ,\ A_{12}=A_{21}\ ,\ A_{13}=A_{31}\ ,\ A_{23}=A_{32}\end{aligned}\right\}\cdots(10)$$

$$\left.\begin{array}{l} B_{11}=\theta_{mn}/\rho_{11}\ ,\ B_{21}=2m_2\theta_{Mn}/\rho_{11}\ ,\ B_{31}=2m_3\theta_{Mn}/\rho_{11}\ ,\ \text{他の}\ B_{IJ}=0\ ,\ D_{11}=\theta_{nn}/\rho_{22} \\ C_{11}=\theta_{mn}/\rho_{22}\ ,\ C_{12}=2m_2\theta_{Mn}/\rho_{22}\ ,\ C_{13}=2m_3\theta_{Mn}/\rho_{22}\ ,\ \text{他の}\ C_{IJ}=0\ ,\ \text{他の}\ D_{IJ}=0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(11)$$

ただし，式(10)，(11)でつぎの記号を用いている。 $m_1\to m\ ,\ n_1\to n\ ,\ m_2^2+m_3^2\to M$ ……(12)

$$\left.\begin{array}{l} \theta_{mm}=\partial^2W/\partial m^2,\ \theta_{mn}=\partial^2W/\partial m\partial n\ ,\ \theta_{nn}=\partial^2W/\partial n^2\ ,\ \theta_M=\partial W/\partial M\ ,\ \theta_{MM}=\partial^2W/\partial M^2 \\ \theta_{mM}=\partial^2W/\partial m\partial M\ ,\ \theta_{Mn}=\partial^2W/\partial M\partial n \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(13)$$

式(6)の特性曲線の勾配を入とすれば，入を求める特性方程式は次式のように与えられる。

$$|f_{IJ}| = \begin{vmatrix} A_{11}-\lambda^2 & A_{12} & A_{13} & B_{11}-(\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}})\lambda^2 \\ A_{21} & A_{22}-\alpha\lambda^2 & A_{23} & B_{21} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33}-\alpha\lambda^2 & B_{31} \\ C_{11}-(\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}})\lambda^2 & C_{12} & C_{13} & D_{11}-\lambda^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \cdots(14)\ ,\quad \text{ただし，}\ \alpha = 1-\frac{\rho_{12}^2}{\rho_{11}\rho_{22}} \quad \cdots(15)$$

式(14)に，式(10)，(11)を代入し整理すると次式をうる。

$$(\alpha\lambda^2-2\theta_M/\rho_{11})\left\{\alpha^2\lambda^6-\alpha(p+q)\lambda^4+(\alpha r+qp-s)\lambda^2-qr+t\right\}=0 \quad \cdots\cdots(16)$$

ここに，

$$\left.\begin{array}{l} p=\theta_{mm}/\rho_{11}-2\rho_{12}\theta_{mn}/\rho_{11}\rho_{22}+\theta_{nn}/\rho_{22}\ ,\quad q=2(2M\theta_{MM}+\theta_M)/\rho_{11} \\ r=(\theta_{mm}\theta_{nn}-\theta_{mn}^2)/\rho_{11}\rho_{22}\ ,\quad s=4M(\theta_{mM}^2/\rho_{11}-2\rho_{12}\theta_{mM}\theta_{Mn}/\rho_{11}\rho_{22}+\theta_{Mn}^2/\rho_{22})/\rho_{12} \\ t=4M(\theta_{nn}\theta_{mM}^2-2\theta_{mn}\theta_{mM}\theta_{Mn}+\theta_{mm}\theta_{Mn}^2)/\rho_{11}^2\rho_{22} \end{array}\right\} \quad \cdots(17)$$

式(16)がλ^2に関して4実根をもつとき，方程式(6)はtotaly hyperbolic となり simple wave 解が存在することになる。このためには式(16)の第2項の{ }の中の式が3実根をもてばよい。すなわち，

$$4b(3b-a^2)^2-2a(3b-a^2)(9c-ab)+3(9c-ab)^2<0 \quad \cdots\cdots(18)$$

が成立すればよい。ただし， $a=-(p+q)/\alpha,\ b=(\alpha r+pq-s)/\alpha^2,\ c=(t-qr)/\alpha^2$ ……(19)

以上のことから水で飽和された非線形多孔質弾性体中を伝播する simple wave は，ひずみの適当な条件下（式(18)が成立すること）で，4つ存在することになる。以下で詳しく述べるが，式(16)の第1項の( )から $\lambda_s^2=2\theta_M/\alpha\rho_{11}$ をえ，第2項の{ }から得られる根を大きい順に$\lambda_1^2,\lambda_2^2,\lambda_3^2$ とすれば，λ_1は流体相を伝わる圧縮波を表わし，λ_2は弾性相を伝わる圧縮波を表わす。λ_s ならびに λ_3 は弾性相を伝わるせん断波を表わすものとなる。

2．伝播する波動の形態

いま式(14)のI行目の各余因子を $F_{I1},F_{I2},F_{I3},F_{I4}$ とすれば，これらはλ^2の関数になる。この場合変位勾配 m_1,m_2,m_3,n_1 の増分 dm_1,dm_2,dm_3,dn_1 はマトリックス $[f_{IJ}]$ の固有ベクトルとして表わされるから，I行目の各余因子と，$dm_i\ (i=1,2,3)$，dn_1 との間には次式が成立する。

$$\frac{dm_1}{F_{I1}}=\frac{dm_2}{F_{I2}}=\frac{dm_3}{F_{I3}}=\frac{dn_1}{F_{I4}} \quad \cdots\cdots(20)$$

(2−1) $\lambda^2=\lambda_s^2=2\theta_M/\alpha\rho_{11}$ の場合 ： $\lambda^2=\lambda_s^2$ を f_{IJ} の1行目の各余因子に代入するとすべてがゼロとなるから，式(20)の計算には2行目の余因子を用いる。この余因子に$\lambda^2=\lambda_s^2$を代入すれば，

$$F_{21}(\lambda_s^2)=0\ ,\quad F_{22}(\lambda_s^2)=f m_3^2\ ,\quad F_{23}(\lambda_s^2)=-f m_2 m_3\ ,\quad F_{24}(\lambda_s^2)=0 \quad \cdots\cdots(21)$$

となる。なお，

$$f=\frac{16}{\alpha\rho_{11}^3}\theta_{MM}\theta_M^2-\frac{8}{\alpha\rho_{11}^2}\theta_{MM}\theta_M\left(\frac{1}{\rho_{11}}\theta_{mm}-\frac{2\rho_{12}}{\rho_{11}\rho_{22}}\theta_{mn}+\frac{1}{\rho_{22}}\theta_{nn}\right)+\frac{8}{\alpha\rho_{11}^3}\theta_{mM}^2\theta_M$$
$$+\frac{8}{\alpha\rho_{11}^2\rho_{22}}\theta_{Mn}^2\theta_M+\frac{4}{\rho_{11}^2\rho_{22}}\theta_{MM}(\theta_{mm}\theta_{nn}-\theta_{mn}^2)+\frac{1}{\rho_{11}^2\rho_{22}}(2\theta_{mM}\theta_{Mn}\theta_{mn}-\theta_{mM}^2\theta_{nn}-\theta_{Mn}^2\theta_{mm}) \quad \cdots(22)$$

である。式 (21) を式 (20) に代入し積分を行なうと次式をうる。

$$m_1 = m = C_1 \ , \quad m_2^2 + m_3^2 = M = C_2^2 \ , \quad n_1 = n = C_3 \qquad (C_1, C_2, C_3 : \text{定数}) \cdots\cdots (23)$$

一方，$\theta_M = \theta_M(m, M, n)$ であったから，θ_M は $\lambda = \lambda_s$ の場合には一定値となり，すべての特性曲線は同じ勾配をもつ直線群となる。このような波動における，弾性相の変位勾配ベクトル m_I は一定の大きさ $(m^2+M)^{1/2}$ をもち，波動の伝播方向に一定の成分 $m = C_1$ をもつようなものとなる。また，波動の伝播方向に直角な面内の成分は任意の方向を向くが，その大きさは一定値 $M^{1/2} = C_2$ をもつものとなる。したがって，ϕ なる新しい独立変数を導入し $m_2 = C_2 \sin\phi$，$m_3 = C_2 \cos\phi$ と表示することができる。なお流体相の変位勾配ベクトルは波動の伝播方向に一定の成分 $n_1 = C_3$ をもつものとなる。もしかりに境界で $C_1 = C_3 = 0$ になるような条件（境界で流体相ならびに弾性相に体積ひずみが作用しない場合に相当する）が与えられれば，ひずみは弾性相のみに起り，波動の伝播方向に直角な面内だけに発生するから，$\lambda_s = \sqrt{2\theta_M/\alpha\rho_{11}}$ の波動は弾性相のみを伝播してゆくせん断波と言うことができよう。

(2-2)　$\lambda^2 = \lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$ の場合 ：　この場合は $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ の形式が簡単に求まらないから，(2-1) の場合のように一般的な考察を行なうことはできないが，若干の演算の結果つぎのようなことが明らかになる。まず f_{IJ} の4行目の各余因子を求めると次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}
F_{41} &= \left(\alpha\lambda^2 - \frac{2\theta_M}{\rho_{11}}\right)\left[\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\alpha\lambda^4 - \left\{\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}(4M\theta_{MM} + 2\theta_M) + \alpha\theta_{mn}\right\}\frac{\lambda^2}{\rho_{11}} + \frac{1}{\rho_{11}^2}(2M\theta_{MM}\theta_{mn} + \theta_M\theta_{mn} - 2M\theta_{mM}\theta_{Mn})\right] \\
F_{42} &= -\frac{m_2}{\rho_{11}}\left(\alpha\lambda^2 - \frac{2\theta_M}{\rho_{11}}\right)\left\{\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\theta_{mM} - \theta_{Mn}\right)\lambda^2 - \frac{1}{\rho_{11}}(\theta_{mM}\theta_{mn} - \theta_{Mn}\theta_{mm})\right\} \\
F_{43} &= -\frac{m_3}{\rho_{11}}\left(\alpha\lambda^2 - \frac{2\theta_M}{\rho_{11}}\right)\left\{\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\theta_{mM} - \theta_{Mn}\right)\lambda^2 - \frac{1}{\rho_{11}}(\theta_{mM}\theta_{mn} - \theta_{Mn}\theta_{mm})\right\} \\
F_{44} &= -\left(\alpha\lambda^2 - \frac{2\theta_M}{\rho_{11}}\right)\left[\alpha\lambda^4 - \frac{1}{\rho_{11}}(\alpha\theta_{mm} + 4M\theta_{MM} + 2\theta_M)\lambda^2 + \frac{2}{\rho_{11}^2}(2M\theta_{mm}\theta_{MM} + \theta_{mm}\theta_M - 2M\theta_{mM}^2)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (24)$$

式 (24) を式 (20) に代入し次式をうる。

$$\frac{dm_3}{dm_2} = \frac{m_3}{m_2} \cdots\cdots (25), \quad \frac{dm_2}{dm_1} = \frac{-m_2\left\{\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\theta_{mM} - \theta_{Mn}\right)\lambda^2 - \frac{1}{\rho_{11}}(\theta_{mM}\theta_{mn} - \theta_{Mn}\theta_{mm})\right\}}{\left[\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\alpha\lambda^4 - \left\{\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}(4M\theta_{MM} + 2\theta_M) + \alpha\theta_{mn}\right\}\frac{\lambda^2}{\rho_{11}} + \frac{1}{\rho_{11}^2}(2M\theta_{MM}\theta_{mn} + \theta_M\theta_{mn} - 2M\theta_{mM}\theta_{Mn})\right]} \quad (26)$$

$$\frac{dm_1}{dn_1} = -\frac{\left[\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}\alpha\lambda^4 - \left\{\frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}(4M\theta_{MM} + 2\theta_M) + \alpha\theta_{mn}\right\}\frac{\lambda^2}{\rho_{11}} + \frac{1}{\rho_{11}^2}(2M\theta_{MM}\theta_{mn} + \theta_M\theta_{mn} - 2M\theta_{mM}\theta_{Mn})\right]}{\left\{\alpha\lambda^4 - \frac{1}{\rho_{11}}(\alpha\theta_{mm} + 4M\theta_{MM} + 2\theta_M)\lambda^2 + \frac{1}{\rho_{11}^2}(2M\theta_{mm}\theta_{MM} + \theta_{mm}\theta_M - 2M\theta_{mM}^2)\right\}} \cdots\cdots (27)$$

式 (25) より，$m_2/m_3 = const.$ $\cdots\cdots$ (28)，をうる。式 (28) は弾性相の変位勾配の wave front に平行な面内の成分が常に一方向を向いていることを表わしている。すなわち変位勾配のベクトルは波動の伝播する方向を含む面内にあることになる。式 (25) はいずれの λ ($= \lambda_1$ or λ_2 or λ_3) に対しても成立する式であるから，以上に述べたことは，流体相を圧縮波が伝播するとき ($\lambda = \lambda_1$ に相当)，弾性相を圧縮波が伝播するとき ($\lambda = \lambda_2$ に相当)，弾性相をせん断波が伝播するとき ($\lambda = \lambda_3$ に相当) のいずれの場合にも言えることである。式 (26)，式 (27) を解くためには，λ_1, λ_2, λ_3 の値が式 (13) で定義された変数の関数として表示されなければならないが，簡単に求めることはできない。したがって，以下では，ひずみエネルギー W を m, M, n で3次の項までテーラ展開し，$\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$ の近似値を求め，それについて考察を加えることにする。$\theta_{mm}, \theta_{mn}, \theta_{nn} \cdots\cdots$ などは，W を m_1, m_2, m_3, n_1 などで2階微分したものであるから，おのおのの近似値としては，m_1, n_1 の1次のオーダまでで十分である。m_2, m_3 は $m_2^2 + m_3^2 = M$ なる関係で W に入ってくるから，この場合には考えなくてよいことになる。したがって次式をうる。

$$\left.\begin{array}{ll}\theta_{mm}=(\lambda+2\mu)+(3\lambda+6\mu+6\ell)m_1+(R+2f_2)n_1+\cdots\cdots, & \theta_{mn}=R+(R+2f_2)m_1+(\frac{7}{8}R+2f_3)n_1+\cdots\cdots \\ \theta_{nn}=Q+(\frac{3}{4}R+2f_3)m_1+\frac{21}{8}Qn_1+\cdots\cdots, & \theta_M=\frac{\mu}{2}+(\frac{R}{2}-\frac{1}{4}f_1)n_1+(\lambda+2\mu-\frac{1}{4}m_E)m_1+\cdots\cdots \\ M\theta_{MM}\cong O(m_1^2), \quad M\theta_{mM}\cong O(m_1^2), & M\theta_{Mn}\cong O(m_1^2)\end{array}\right\}\cdots(29)$$

ここに，λ, μ, ℓ, m_E：弾性相の弾性係数，Q：流体相の体積弾性率，R, f_2, f_3：流体相と弾性相のひずみの coupling を表わす定数である。式(29)を式(16)の第2項｛　｝= 0 に代入し λ^2 について解くと次式のようになる。

$$\lambda_1^2=p_1^2+q_1^2m_1+r_1^2n_1+\cdots\cdots, \quad \lambda_2^2=p_2^2+q_2^2m_1+r_2^2n_1+\cdots\cdots, \quad \lambda_3^2=S_1^2+t_1^2m_1+u_1^2n_1+\cdots\cdots \quad (30)$$

ここに，p_i, q_i, r_i $(i=1,2)$，S_1, t_1, u_1 は式(29)に表われる各係数の複合された関数である。式(30)で $m_1, n_1\to 0$ とすれば $\lambda_1^2=p_1^2$, $\lambda_2^2=p_2^2$, $\lambda_3^2=S_1^2$ となるが，微小ひずみ理論の解析結果より，p_1が流体相を，p_2が弾性相を伝播する圧縮波の伝播速度であり，S_1が弾性相を伝播するせん断波の伝播速度を表わすことがわかっているから，非線形波動においても λ_1 が流体相を，λ_2 が弾性相を伝播する圧縮波の伝播速度となり，λ_3 が弾性相を伝播するせん断波の伝播速度を表わしていると考えることができる。なお (2-1) で考察した λ_S は式(29)の関係を用いると，$\lambda_S^2=S_1^2+t_1^2m_1+u_1^2n_1+\cdots\cdots$ (31) となるから，変位勾配の1次のオーダーの近似では $\lambda_S=\lambda_3$ となり弾性相中を伝播する2つのせん断波の伝播速度は一致することになる。なお，λ_S, λ_3 は m_1 と n_1 に関係することになるが，これは流体相と弾性相の圧縮ひずみが，弾性相のせん断波速度に，影響をおよぼすことを示している。

式$(30)_1$, $(30)_2$ を式(26), (27) に代入して m_1 と m_2，n_1 と m_1 の間の関係を与える微分方程式を求めると次式のようになる。

$$\frac{dm_2}{dm_1}=\frac{X_i m_2}{P_i+S_in_1+T_im_1}, \quad \frac{dm_1}{dn_1}=\frac{P_i+S_in_1+T_im_1}{A_i+B_in_1+C_im_1} \quad \begin{pmatrix} i=1,2,3 \\ \text{for } \lambda=\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\end{pmatrix} \quad (32)$$

ここに，$i=1,2,3$ に対して $\lambda=\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ が対応し，各特性曲線上でのひずみの関係式を表わすものとなる。なお，式(32)の $A_i, B_i, C_i, P_i, S_i, T_i, X_i$ は P_{11}, P_{12}, P_{22} ならびに式(29), (30) に表われた各係数の複合された関数である。式(32)は同次形の方程式で積分可能である。式(32)から求まる m_1 と n_1 m_2 と n_1 の関係式を式(30)に代入すれば，伝播速度が弾性相あるいわ流体相の圧縮ひずみによって表示できることになる。なお式(18)が成立するとき，式(6)は totaly hyperbolic になり，特性曲線は直線となるから，境界条件として流体相あるいは弾性相のひずみが与えられれば，式(30), (32)を用いて X_1-t 平面内での変位が決定できる。いま式$(32)_1$ で式$(32)_2$, (28)を考慮すれば次式をうる。

$$m_2=m_2^0\exp\left\{\int\frac{X_i\,dm_1}{P_i+S_in_1(m_1)+T_im_1}\right\}, \quad m_3=m_3^0\exp\left\{\int\frac{X_i\,dm_1}{P_i+S_in_1(m_1)+T_im_1}\right\} \quad \cdots\cdots (33)$$

ここに，m_2^0, m_3^0 は境界条件より決まる定数である。$m_2^0=m_3^0$ ならば，式(33)より恒等的に $m_2=0$ $m_3=0$ が成立することになる。これは圧縮波が単一で存在できることを表わすもので，筆者が行なった前回の報告の解析を裏づけるものとなっている。

1) M.A.Biot ; Theory of Propagation of Elastic Wave in Fluid Saturated Porous Solid, Jour. Acoust. Soc. Am. vol 28, NO.2, 1956 pp168

2) 柴田徹・石黒良夫 ; 土中を伝播する弾性波速度に関する考察，土木学会関西支部学術講演会 Ⅲ-13 1971

3) D. R. Bland ; Nonlinear Dynamic Elasticity , 1969, Blaisdel. Pub. Co.

4) 後藤尚男・工岐憲三・佐藤忠信 ; 非線形多孔質弾性層の振動性状に関する研究，第11回地震工学研究発表会，1971

5) 後藤尚男・佐藤忠信 ; 非線形多孔質弾性体中を伝わる圧縮波の伝播速度について，土木学会関西支部学術講演会 I-52，1971