

I-61 部材中を伝播する曲げ波動に関する考察

東北学院大学 正員 楠渡 滋

従来、はりを伝播する波動に関する研究は数多く発表されているが、その多くは縦波動に関するものである。また、曲げ波動については半無限ばかりに関するものが多く、構造部材すなわち両端に境界条件を持つはりに関するものは少い。土木構造物は、その振動性状が曲げ波動に大きく左右されるものが多いが、その理論解は、簡単な構造に関するものでも繁雑であり実用性に乏しい。そこで、曲げ波動を差分法を用いて数値解析し、構造物中を伝播する曲げ波動の性質を知る一手法としての差分法の有用性を確かめようとした。差分法は、その計算誤差が許容される値以下であれば、骨組構造の境界条件を考慮するヒヒが比較的容易であり、計算の骨程も単純である等の利点が認められる。

一般的な土木構造物を考えるととき、使用されている材料の性質、構造の幾何学的大さや、振動源としての地震波の振動周期等から elemental theory を用いるヒヒが可能であると考えられる。曲げ振動の方程式 $EI y_{xxxx} + \frac{1}{\beta} y_{ttt} = 0$, ($\beta = EIg/fA$) …… (1)

は形式的に次の様に差分化される。

$$\begin{aligned} & \frac{y_{x+2h,t+2\tau} - 4y_{x+h,t+2\tau} + 6y_{x,t+2\tau} - 4y_{x-h,t+2\tau} + y_{x-2h,t+2\tau}}{h^4} \\ & + (1-\alpha) \frac{y_{x+2h,t} - 4y_{x+h,t} + 6y_{x,t} - 4y_{x-h,t} + y_{x-2h,t}}{h^4} + \frac{1}{\beta} \frac{y_{x,t+2\tau} - 2y_{x,t} + y_{x,t-2\tau}}{h^2} = 0 \quad \dots\dots (2) \end{aligned}$$

h : はりの軸方向格子間隔, τ : 時間々隔

Fig.1 $y (x10^{-4}l)$

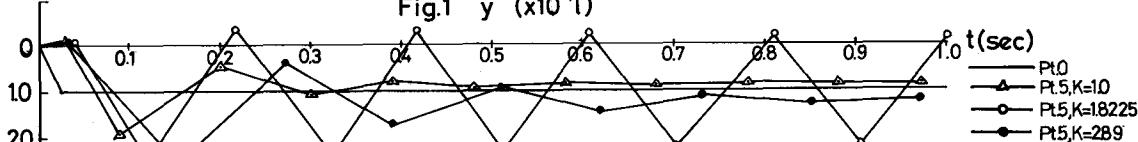


Fig.2 $y(x10^{-4}l)$ upper, $y'(x10^{-3}l\cdot EI)$ middle, $y''(x10^{-2}l\cdot EI)$ lower

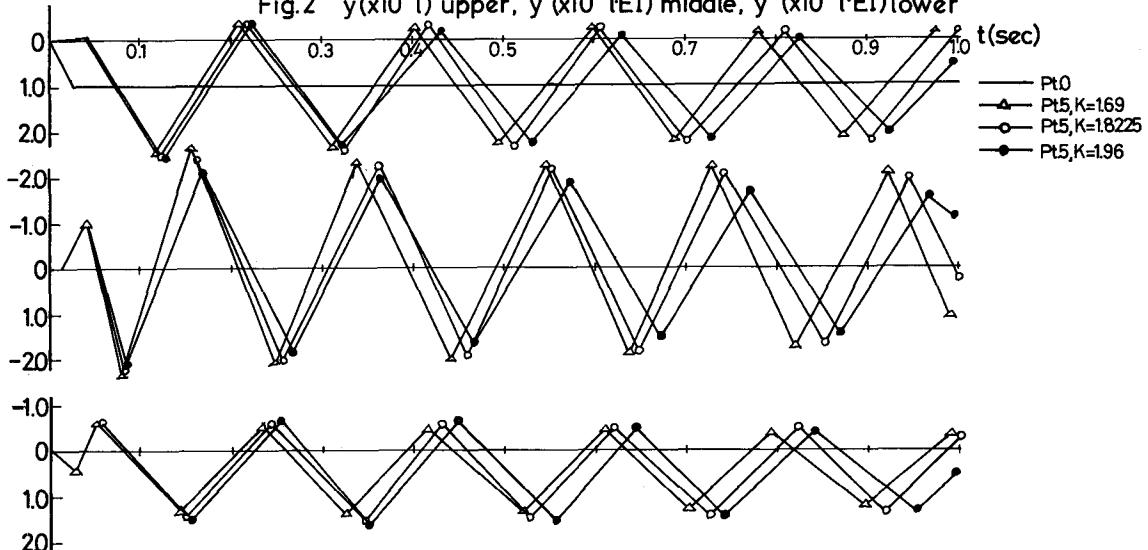
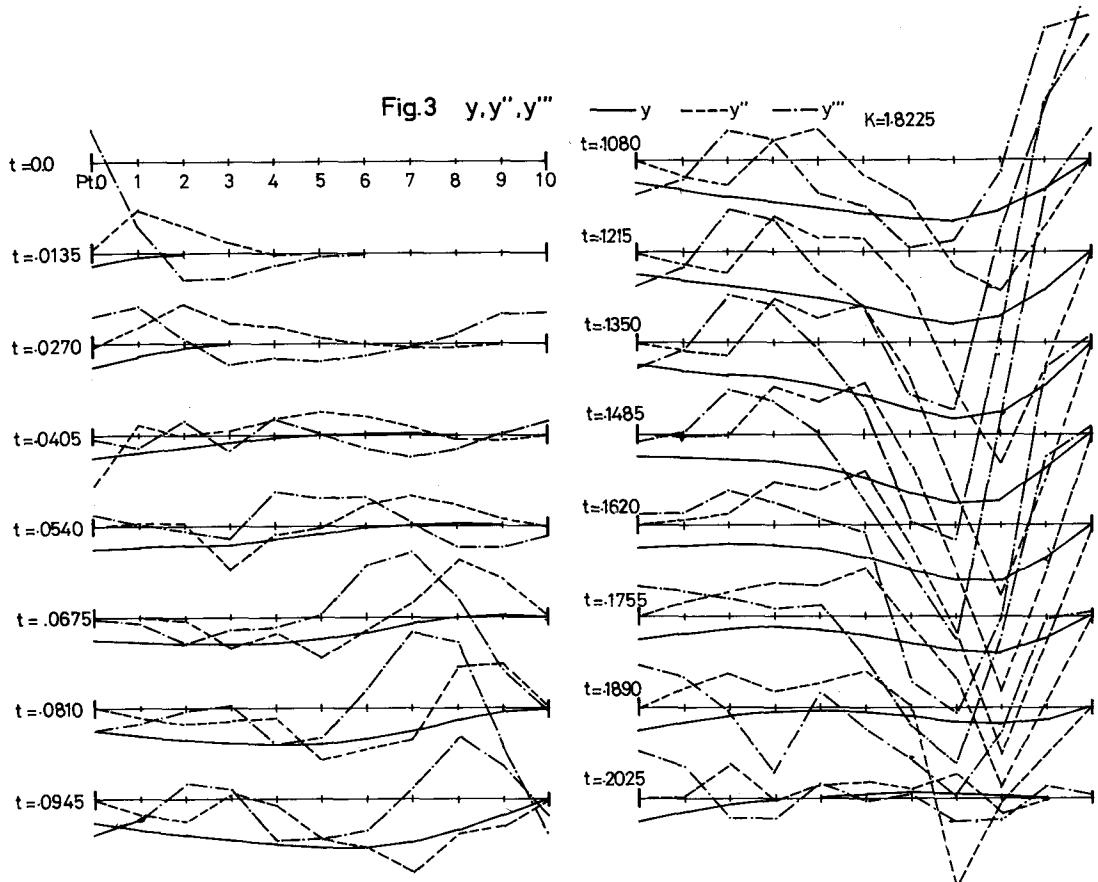


Fig.3 y, y'', y''' 

こゝに、 $\alpha=0$ のとき 陽的解法、 $0 < \alpha \leq 1$ の場合 隕的解法と呼ばれて いる。

単純ばりを 10 等分 l ($l=1.0, \alpha=0.1, \tau=0.5, \beta=1.0$ とした場合) の y (Pt.5) の経時変化を $K = \beta l^2 / \tau^4$ をパラメータとしてプロットしたのが Fig.1 である。外乱として左支点 (Pt.0) に Fig.1 に示される強制変位を与えた。陽的解析の場合 $K \leq 1/4$ 、隕的解析の場合 K の全ての値について、解が安定するといわれて いるが、この場合 ($\tau=0.5$) K の小さな値については発散する。また、5 次微分法によって求めた y_{xx}, y_{xxx} および y の経時変化を 3 の K の値 ($1.69, 1.8225, 1.96$) について示したもののが Fig.2 である。Fig.3 は $K=1.8225$ について、各時刻での y, y_{xx}, y_{xxx} の、ほりの長さ方向の分布を示したものである。

Fig.3 によつて、曲げ波動伝播の定性的なことは幾つか示されるが、Fig.1, Fig.2 に示される様に、 K の大きさによって、 y の値には大きな差異があり、これらの図だけで差分法の有効性を論ずることは不可能である。数値計算法に改良の必要がある。他の計算例および考察については当日発表の予定である。計算は東北大学大型計算センター NEAC-2230-N500 を用いて行った。

参考文献

L. Collatz "The Numerical Treatment of Differential Equations" 3rd. ed., Springer-Verlag (1959)