

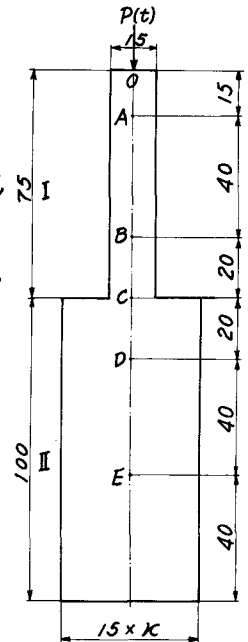
I-60 変断面構造の応力波伝播解析

広島大学工学部 正員 佐藤 誠
 広島大学工学部 学員 原 誠己

1. はじめに

本研究は図-1に示すような断面が階段状に変化する変断面棒の一端に、棒軸方向に縦衝撃を加えた場合の応力波伝播機構を解析したものである。

従来この種の変断面棒の解析においては St. Venant の 1 次元波動解^{*)}、たとえば図-1 の場合には 2 層棒問題として適用してきた。その際変断面境界の不連続面で両層の変位速度および力が等しいという境界条件で定められる透過反射係数を用いる。しかしながらこの境界条件は両層の断面積比 ($K = A_2/A_1$) が増加すると 1 次元問題としては取扱えをくなり、その結果不連続面での反射透過にあずかる断面積は実際の断面積とは異なることが予想され、その適用範囲に限界があると考えられる。そこで以下では動光弾性実験および波動方程式の差分解を用いてこの点および応力波伝播機構について考察した。



2. 模型および計算

厚さ 1 cm のエポキシ樹脂 (アラルダイト B) 板より製作した図-1 に示すような $K = 1.5$, 2, 2.5 (2.667), 3, 4 の 5 種類の変断面棒模型に対して 0 点とポンプ銃弾で縦衝撃した。

$\Delta X = \Delta y$	0.25 cm	$P(t)$	$\frac{\sin \frac{\pi}{100} t}{100}$ (半正弦波)
Δt	0.5×10^{-6} sec	E	3.15×10^4 kg/cm ²
ν	0.36	ρ	1.27 g/cm ³

表-1

入力波長は約 80 μ sec であった。差分計算に用いた諸定数を表-1 に示す。

3. 実験および計算結果の考察

写真-1, 2 の K のそれぞれの値について衝撃後 50 μ sec および 70 μ sec における等色線写真を示す。写真-1 は不連続面に wave front が到達して球根状の波面が発達している段階のものであり、 $K = 1.5$ については不連続面から約 2 cm 過ぎた位置ですべて wave front が水平になり、この位置以後では応力分布がほぼ一様である。写真-2 は不連続面に入力波のピークが近づいた段階のもので、 $K = 1.5$, 4 以外については K の大きさに順に不連続面から約 3, 3.5, 4.5 cm の位置で応力分布が横断面に一様になりつつあることがわかる。これらの結果から動的挙動においても棒断面の幾何学的形状による warping の影響を無視すれば、St. Venant の原理が適用でき、変化した断面の linear dimension だけ離れた位置では縦衝撃に対して平面保持が成立すると考えられる。しかしこれらの事実だけからは明瞭でないが、平面保持までの位置において K が増大すると衝撃方向に平行な境界からの反射波の発達が著しい。

^{*)} 丹羽義次・佐藤 誠「縦衝撃を受ける多層棒内の応力波伝播に関する実験的研究」, 土木学会論文集 151 号, pp. 27~28, 昭 43.3

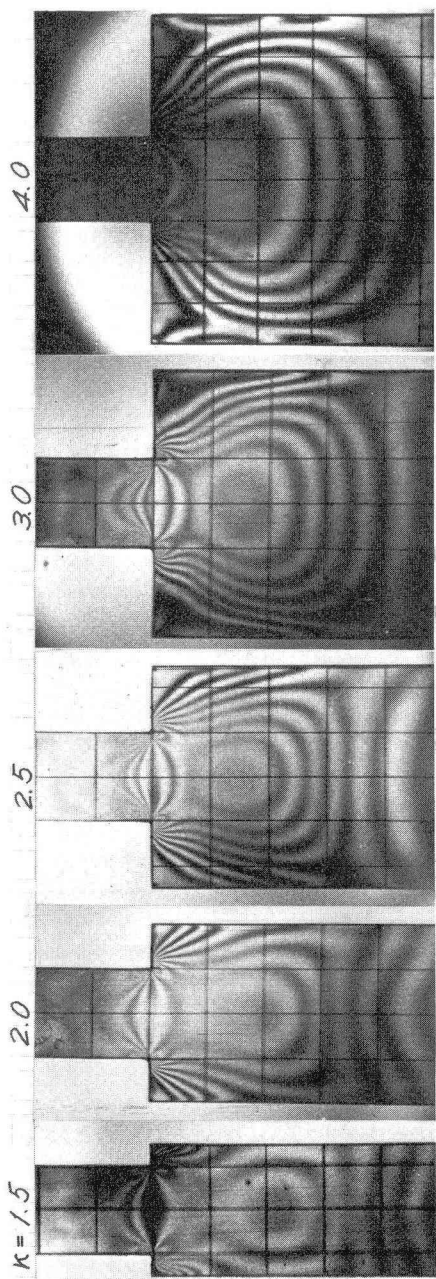


写真-1 衝撃後 50 μsec 後の青色線写真

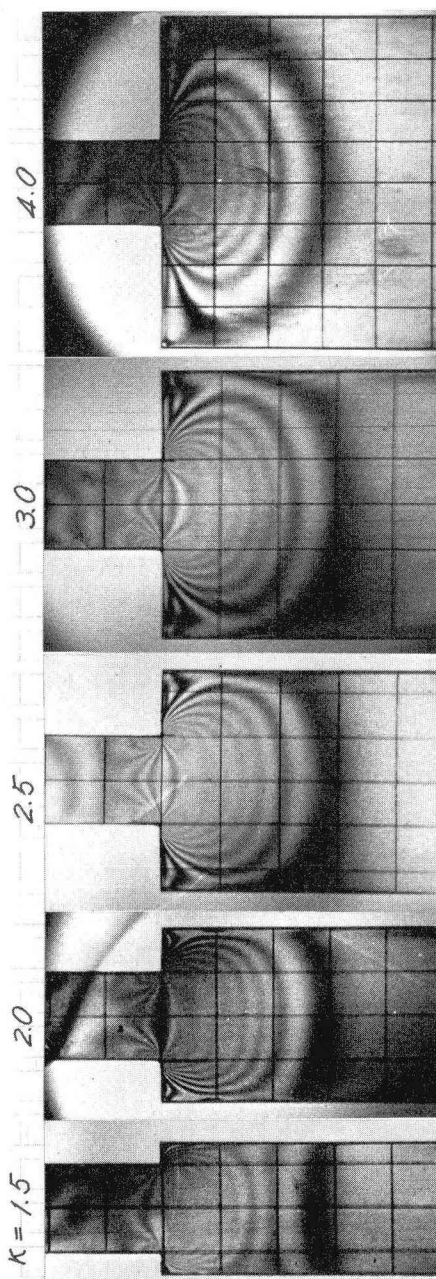


写真-2 衝撃後 70 μsec 後の青色線写真

図-2は図-1に示したB, D, E点での衝撃方向のひずみ変化を K の諸値に対して示したものである。なお差分間隔の取り方を一定としたため $K=2.5$ の代りに $K=2.667$ となっている。

B点においては K がいずれの場合にもほとんど差がない。特に90 μsec 付近において現われる不連続面からの反射の影響は K が増加するほど大きく現われる傾向を持つが、余り差がなく、実際の断面変化に対応するひずみの反射係数 $\alpha^{(E)}$ の変化が極めて少ないと推定される。

D点については K が増加するにつれてピークがやや増加し、ピークの現われる時刻が次第に遅れて

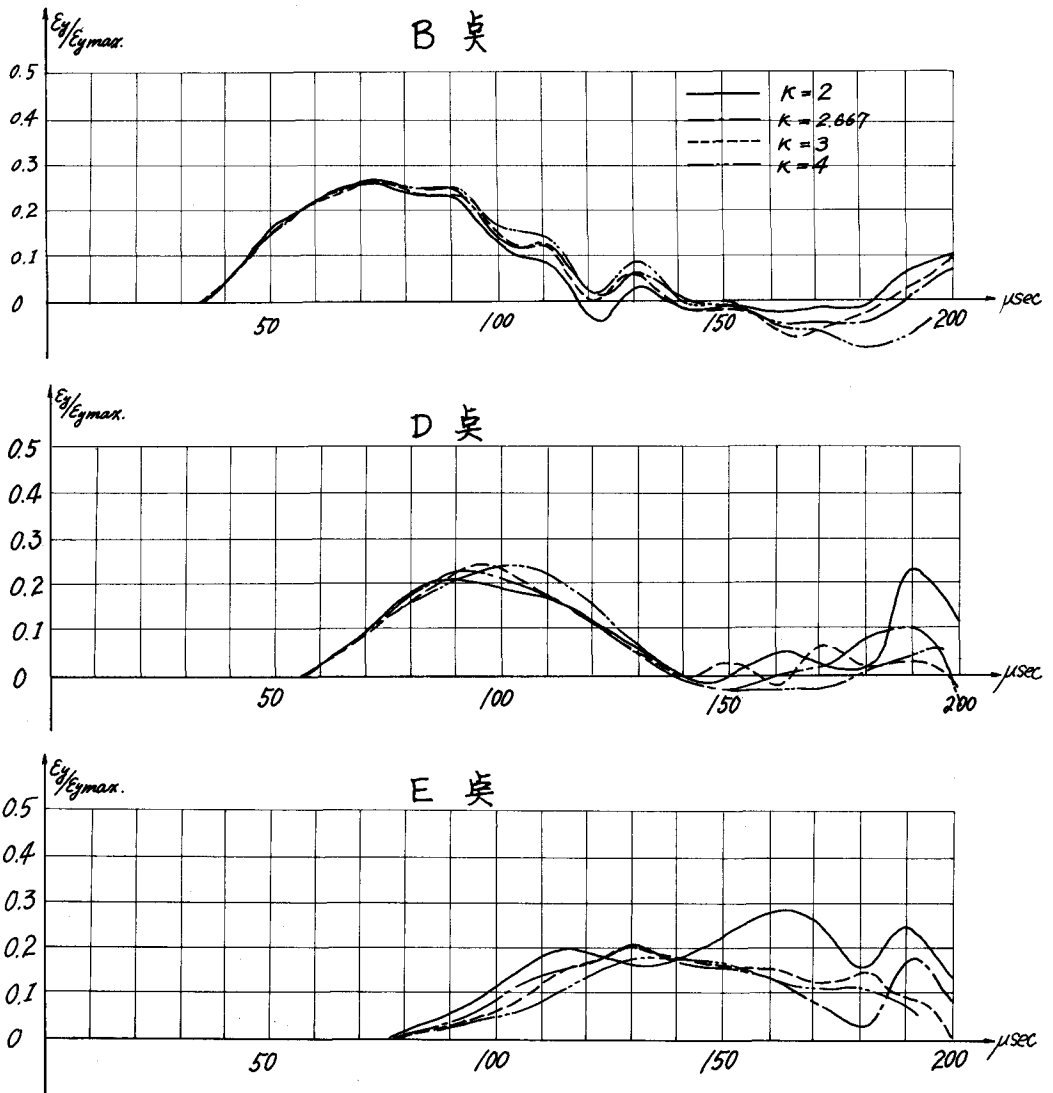


図-2 K の諸値に対する各点でのひずみ(E_y)変化

いる。このことは層IIの断面積が層Iより増加しているため、透過波の分散(*dispersion*)が起り、見かけ上の伝播速度が減少していることを示している。この現象はひずみレベルが高くなるほど著しい。またB点でのピークとD点でのピークに透過係数 $\beta^{(2)}$ から計算される程の差がないのは、この位置ではひずみ分布が断面に一律でなく、断面内で中心線寄りにピークを持つ分布を持っているためである。これらのことは写真-2からも明らかである。

E点においては写真-2からも明らかをように K のいずれについてもほとんど一樣なひずみ分布を持つ位置であり、 E_y のピークはB点のそれの約76%でほぼ一定である。このことは透過係数もまた K の変化にかかわらず一定に近い値を持つことを示す。

以上はひずみ変化をもとに主としてひずみの透過反射について考察したが、次に応力についての考察を行なう。St. Venantの1次元波動解に用いる反射・透過係数は応力とひずみについてはそれぞれ

れ $\alpha^{(w)}$, $\beta^{(w)}$, $\alpha^{(E)}$, $\beta^{(E)}$ として次式とする**)

$$\alpha^{(w)} = \alpha^{(E)} = -\frac{A_I C_I - A_{II} C_{II}}{A_I C_I + A_{II} C_{II}},$$

$$\beta^{(w)} = \frac{2A_I C_I}{A_I C_I + A_{II} C_{II}}, \quad \beta^{(E)} = \frac{2A_I C_I}{A_I C_I + A_{II} C_{II}} \cdot \frac{C_I}{C_{II}}$$

こゝに A は断面積, C は縦波の伝播速度であり, 添字は層を示す.

図-3 は応力についての反射・透過係数の理論値および計算(差分法)より求めた反射・透過係数を示す. なお伝播速度は $C_I = C_{II}$ としていた.

以下では考えようとする突の応力はすべてその突を通る断面の衝撃方向の平均応力を採用した.

反射係数は A 突にピークが到達したときの A 突の応力を a , a とときの B 突の応力を b , B 突にピークが到達したときの B 突の応力を c として, $\alpha^{(w)} = (c-a)/b$ から求めたものである.

ピークによる透過係数は a を基準として D , E 突での応力から求めたものである. その結果反射係数は K の増加とともに増加する傾向を持つが, 全体としては $K=1.5$ に対応する理論値に近い一定値となっている. このことは前述のひずみの反射係数と同じであり, $\alpha^{(w)} = \alpha^{(E)}$ であることから妥当である. $K=1.5$ に対応する値に近いということは, こゝには示していないが主応力線図, および写真-2 の不連続面での等色線の分布の様子から, 層 II の断面積のうち反射透過にあずかるのは実際より小さく, しかも $K=1.5$ に近いことから説明できる.

透過係数については, 全体に理論値より大きくなっている. このことは反射係数の考察から明らかである. ただし $\alpha^{(w)} + \beta^{(w)} < 1$ となっているが, これは不連続面での分散と, O_y の方向と主応力方向とが異なっているためと考えられる. またひずみの透過係数についての考察ではほぼ一定値であったが, 応力の場合には K の増加とともに減少している. これは上式において $\beta^{(w)}$ と $\beta^{(E)}$ との比較から応力波が不連続面を通過した後分散効果による層 II 内での伝播速度の減少を考慮すれば, その影響は $\beta^{(E)}$ により著しく現われ, 実際の $\beta^{(E)}$ はより大きくなりしかも分散効果は K の増加につれて増加するからこれらの理由によると解釈される.

wave front に対する透過係数はピークではなく wave front 近くの応力を比較して求めたものであるが理論値よりかなり小さい. この突については不連続面を応力波が通過する際に時間とともに反射透過係数が変化することが推定されるが, いまは十分説明できない.

4. まとめ

以上のことより, こゝで考えた入力波長と変断面棒の dimension K については, 少なくとも反射係数は応力, ひずみともに $K \approx 1.5$ で支配されること. しかも両層の断面積比ではなく不連続面の linear dimension の比が 1.5 附近にあると結論される.

- 反射係数の理論値 (St. Venant)
- 透過係数の理論値
- ピークに対する D 突での透過係数
- " " " E " " " "
- wave front に対する D 突での透過係数
- " " " E " " " "
- 反射係数

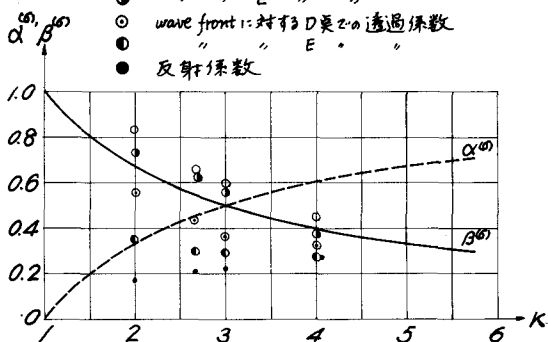


図-3 透過係数および反射係数

***)

*) K 同値