I-52 はりの曲げ変形が横倒れ座屈荷重に及ぼす影響について（第2報）

(株)神戸製鋼所　正員　波田凱夫

1. 概説

一軸対称断面のはりが横倒れ座屈を生ずる前には，荷重の増加につれて，まず荷重とはり軸線を含む面内での変形が生ずるが，通常の座屈理論ではこの影響を無視して座屈荷重を算出している。本文は，このような座屈変形以前のはりの軸線の変形が最終的な座屈荷重にどのような影響を及ぼすかを，弾性座屈の範囲で理論的に考察したものである。第1報（文献1）では解析の詳細な過程と，若干の計算例を示し，上記の影響を論じたが，その後さらに計算を進め，資料を得たので，ここに追加報告するものである。

2. 座屈条件式

第1報においては，側方変形に対して単純支持で両端のそり拘束のないはりが純曲げを受ける場合の計算結果を示したが，今回は図1のように，はりの両端で側方たわみ角と断面のそりが拘束されている場合をとり扱かう。

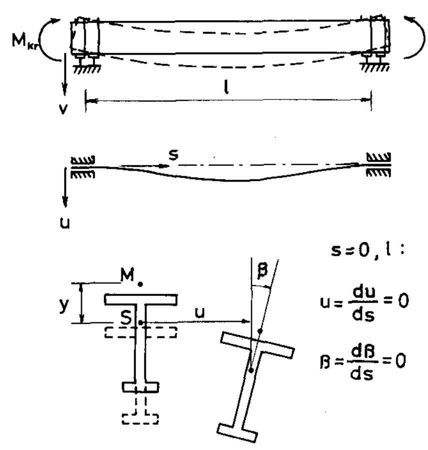

図1　座屈変形と境界条件

この問題の基礎方程式は第1報の式(6)に与えられているが，これの一般解を求め，図1の境界条件を適用すると，座屈係数は次式の最小正根として与えられる。

$$\varphi_1 k_2 k_3(\varphi_3-\varphi_2)\coth(k_1/2)+\varphi_2 k_3 k_1(\varphi_1-\varphi_3)\coth(k_2/2)+\varphi_3 k_1 k_2(\varphi_2-\varphi_1)\coth(k_3/2)=0 \tag{1}$$

ここに

$$\varphi_i=\frac{(1-\nu_M\kappa\lambda_{kr}+n\kappa^2\lambda_{kr}^2)k_i-(m\kappa-1)\kappa\lambda_{kr}^2-(\nu_M+r_x)\kappa^2\lambda_{kr}^3}{\{\nu_M-(n+\nu_M^2)\kappa\lambda_{kr}+n\nu_M\kappa^2\lambda_{kr}^2\}k_i+(\kappa+m\kappa-1)\lambda_{kr}+(r_x+\nu_M-\nu_M\kappa-m\nu_M\kappa)\kappa\lambda_{kr}^2-\nu_M r_x\kappa^2\lambda_{kr}^3}\quad(i=1,2,3) \tag{2}$$

ただし k_i^2 $(i=1,2,3)$ はつぎの三次方程式の三つの正根である。

$$-nx^3+\{m+(r_x-\nu_M)\lambda_{kr}+(n+\nu_M^2-2n\kappa)\kappa\lambda_{kr}^2\}x^2+\{1-(1+m)\kappa+2m\kappa^2-(\nu_M+r_x-2\kappa r_x)\kappa\lambda_{kr}+(n+\nu_M^2-n\kappa)\kappa^3\lambda_{kr}^2\}\lambda_{kr}^2 x$$
$$+\{1-m\kappa-(\nu_M+r_x)\kappa\lambda_{kr}\}(1-\kappa)\kappa^2\lambda_{kr}^4=0 \tag{3}$$

ここに，$m=GJ_d/EI_y$, $n=EC_w/l^2EI_y$, $\nu_M=y_M/l$, $r_x=k_x/l$, $k_x=(1/I_x)\int_F y(x^2+y^2)dF$, $\kappa=EI_y/EI_x$, $\lambda_{kr}=M_{kr}l/EI_y$ で，λ_{kr} が求める座屈係数，κ が荷重とはり軸線を含む面内の変形の影響をあらわすパラメータである。$\kappa=0$ とすれば，軸線の変形を考慮しない通常の理論による解が得られる。

なお，式(3)をといた結果 $k_i^2<0$ となれば，$k_i=i\bar{k}_i$, $\coth i(k_i/2)=-i\cot(\bar{k}_i/2)$ ($\bar{k}_i$: real) の関係を用いて式(1)を書きかえる必要がある。すなわちこのときは(1)において k_i のかわりに $\bar{k}_i$ を，$\coth(k_i/2)$ のかわりに $-\cot(\bar{k}_i/2)$ を用いればよい。式(1)は複雑な超越方程式であるが，電子計算機により逐次近似を行なえば（たとえば Regula Falsi 法），比較的容易に所要の解を得る。

3. 数値計算例

図2に計算結果の一例を示す．これらは $\nu_H = r_x = 0$（二軸対称断面）の場合の結果であるが，$\nu_H \neq 0, r_x \neq 0$ の場合でも(1)を解くことはそれほど困難ではない．第1報で扱った境界条件の場合と同様に，座屈荷重は κ の増大とともに，通常の理論値（$\kappa=0$）よりも大となる．κ の影響は St. Venantのねじれ剛性，曲げねじれ剛性をあらわす無次元パラメータ m, n の増大とともに顕著となることも第1報と同様である。この現象は負のモーメントを受けるアーチの横倒れ座屈の現象と類似である。

ただ一つ特異な現象は，$n=0$ の場合（実用的にはほとんど意味はないが）図3に示したように，κ の増加とともに座屈係数が減少する傾向があることである（第1報の場合にはこのような現象は生じなかった．なお，曲率の小さい円弧状帯片の横倒れ座屈問題においても類似の現象が起ることがある）。

なお，非弾性横倒れ座屈の場合についても現在検討中で，結果については機会をあらためて報告したい。

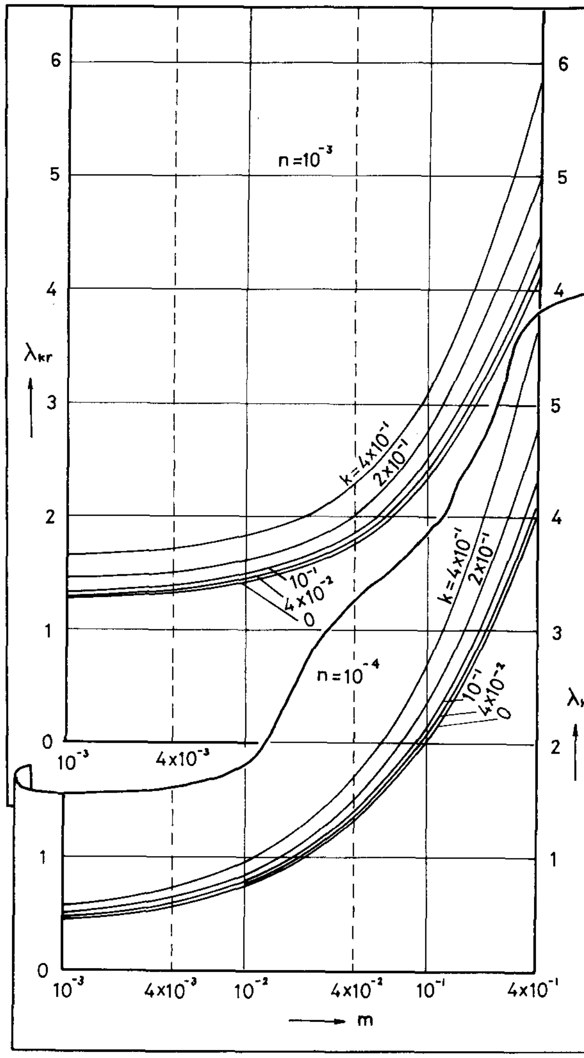

図2 座屈係数

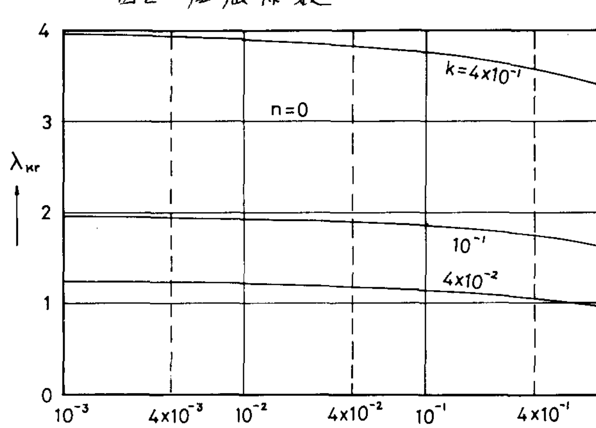

図3 座屈係数の減少（$n=0$）

参考文献

1) 波田凱夫，はりの曲げ変形が横倒れ座屈荷重に及ぼす影響について(第1報) 土木学会関西支部年次学術講演会 I-12，1971, 5.

2) Namita, Die Theorie II. Ordnung von krummen Stäben und ihre Anwendung auf das Kipp-Problem des Bogenträgers, Transactions of JSCE, No.155, July 1968