

I-47 吊橋の弾塑性大たわみ解析

宮崎大学工学部 正員 〇村田 重之
 “ “ “ 太田 俊昭

1. まえがき

本研究は、長大吊橋を対象として主ケーブル・吊材および補剛桁の塑性特性ならびに主ケーブルの大たわみの影響をも考慮する弾塑性有限変形理論を提示し、その静的弾塑性挙動の解析法を示すとともに、補剛桁を連続弾塑性体とみなした動的解析法をもあわせて述べたものである。

2. 静的解析法

(1) ケーブル および 吊材

主ケーブルおよび吊材 AB の位置ベクトルを d_A, d_B とし、 $\overline{AB}$ 方向の単位ベクトルを C_{AB} とすれば

$$l_{AB} C_{AB} = d_A - d_B \quad \text{----- (1)}$$

が成立する(図-1参照)。式(1)より

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_{AB} &= C_{AB}^T (\Delta A - \Delta B) \\ l_{AB} \Delta C_{AB} &= C_{AB}^* (\Delta A - \Delta B) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2)}$$

ただし、 $l_{AB}, \Delta l_{AB}$: スパン長 および 伸縮量、

Δ : 節点の変位ベクトル、

$$C_{AB}^T = (\cos \alpha \quad \cos \beta),$$

$$C_{AB}^* = I - C_{AB} C_{AB}^T,$$

I : 単位行列。

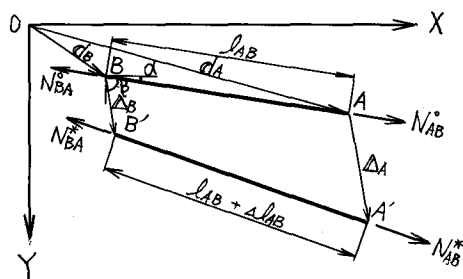


図 - 1

一方、活荷重によって AB に生ずる軸力 N_{AB} は、応力 σ とひずみ ϵ の関係式を文献(1)に従って $\sigma = E_0 \nu (\epsilon - \epsilon^*)$ で与えれば、結局次式で求められる。

$$N_{AB} = E_0 A \nu_{AB} (\Delta l_{AB} / l_{AB} - \epsilon_{AB}^*) \quad \text{----- (3)}$$

式(3)に式(2)を代入すれば

$$N_{AB} = A_{AB} \{ C_{AB}^T (\Delta A - \Delta B) / l_{AB} - b_{AB} \} \quad \text{----- (4)}$$

ただし、 $A_{AB} = E_0 A \nu_{AB}$, $b_{AB} = \epsilon_{AB}^*$

ここで変形前後のA端の軸力をそれぞれ N_{AB}^0, N_{AB}^* ($= N_{AB}^0 + N_{AB}$) とすれば、活荷重によって生じるA端の部材力 F_{AB} は、次式で与えられる。

$$F_{AB} = N_{AB}^* (C_{AB} + \Delta C_{AB}) - N_{AB}^0 C_{AB} = N_{AB} C_{AB} + N_{AB}^* \Delta C_{AB} \quad \text{----- (5)}$$

式(5)に式(4)を代入して整理すると

$$F_{AB} = K_{AB} (\Delta A - \Delta B) / l_{AB} + F_{AB} \quad \text{----- (6)}$$

ただし、 $K_{AB} = A_{AB} C_{AB} C_{AB}^T + N_{AB}^* C_{AB}^*$, $F_{AB} = -A_{AB} b_{AB} C_{AB}$

となり、弾性時 ($l_{AB} = 1, \epsilon_{AB}^* = 0$) においては後藤氏の誘導式と一致する。²⁾

(2) 補剛桁

吊材と補剛桁の接合点 A' で補剛桁に作用する水平力を $X_{A'}$ 、垂直力を $Y_{A'}$ とすれば、補剛桁の曲げモーメント $M_{A'}$ は、次のように一般表示できる。

$$M_{A'} = K_{A'} \begin{pmatrix} X_{A'} \\ Y_{A'} \end{pmatrix} \quad \text{-----} \quad (7)$$

さて、弾塑性時の曲率 $\Phi_{A'}$ および図心のひずみ $\epsilon_{A'}$ は文献(1)より次式で与えられる。

$$(\Phi_{A'} \ \epsilon_{A'})^T = \eta_{A'} M_{A'} + \zeta_{A'} \quad \text{-----} \quad (8)$$

さらに、 A' の変位ベクトルを $\Delta_{A'}$ とすれば、 ϕ -法公式より

$$\Delta_{A'} = \alpha_{A'} (\Phi_{A'} \ \epsilon_{A'})^T \quad \text{-----} \quad (9)$$

式(7),(8),(9)より

$$\Delta_{A'} = \alpha_{A'} \eta_{A'} K_{A'} (Y_{A'} \ X_{A'})^T + \alpha_{A'} \zeta_{A'}$$

よって

$$(Y_{A'} \ X_{A'})^T = (\alpha_{A'} \eta_{A'} K_{A'})^{-1} \Delta_{A'} - (\alpha_{A'} \eta_{A'} K_{A'})^{-1} \alpha_{A'} \zeta_{A'} \quad \text{-----} \quad (10)$$

(3) 解法

主ケーブルと吊材の節点 A および吊材と補剛桁の節点 A' において、それぞれ力のつり合い式を考へる
と次式となる(図-2参照)。

$$\left. \begin{aligned} F_{AA'} + F_{AA} &= 0 \\ F_{AA} + \begin{pmatrix} X_{A'} \\ Y_{A'} \end{pmatrix} &= P_{A'} \end{aligned} \right\} \quad \because P_{A'}: A' \text{ 点に働く荷重} \quad \text{-----} \quad (11)$$

よって、式(11)に式(6),(10)を代入し変位 $\Delta_A, \Delta_{A'}$ について連立に解けば吊橋の2次元応力解析が可能となる。ただし、計算は荷重増分法によりくり返し試算を採用する必要がある。(なお、計算例は講演時に報告する)。

3. 動的解析法

補剛桁を連続体と考え、D'Alembert の定理を用いて単位長さ当りの慣性力 $P = -m(\ddot{\delta}_{A'} + \ddot{\delta}_e)$ を外的分布荷重とみなせば、式(7)は次のように書き改められる。

$$M_{A'} = \alpha_{A'} P + K_{A'} \begin{pmatrix} X_{A'} \\ Y_{A'} \end{pmatrix} \quad \text{-----} \quad (12)$$

ただし、 $\delta_{A'}$: 補剛桁の相対垂直変位、 δ_e : 地震力の加速度、 m : 単位長さ当りの質量、

$\alpha_{A'}$: 補剛桁の影響係数に関する行列。

また、式(8)および式(9)より、垂直変位 $\delta_{A'}$ および曲率 $\Phi_{A'}$ の項のみ取り出せば、

$$\begin{aligned} \delta_{A'} &= \alpha_{A'} \Phi_{A'} = \alpha_{A'} \eta_{A'} M_{A'} + \alpha_{A'} \zeta_{A'} = \alpha_{A'} \eta_{A'} \left\{ \alpha_{A'} P + K_{A'} \begin{pmatrix} X_{A'} \\ Y_{A'} \end{pmatrix} \right\} + \alpha_{A'} \zeta_{A'} \\ &= -\alpha_{A'} \eta_{A'} \alpha_{A'} m (\ddot{\delta}_{A'} + \ddot{\delta}_e) + \alpha_{A'} \eta_{A'} K_{A'} \begin{pmatrix} X_{A'} \\ Y_{A'} \end{pmatrix} + \alpha_{A'} \zeta_{A'} \quad \text{-----} \quad (13) \end{aligned}$$

式(11)において $P_{A'} = 0$ とおけば、 $(Y_{A'} \ X_{A'})^T = -K_c \delta_{A'}$ と示すことができるから、結局、吊橋の弾塑性振動方程式を次のように求めることができる。

$$(\mathbb{I} + \alpha_{A'} \eta_{A'} K_c) \delta_{A'} = -\alpha_{A'} \eta_{A'} \alpha_{A'} m (\ddot{\delta}_{A'} + \ddot{\delta}_e) + \alpha_{A'} \zeta_{A'} \quad \text{-----} \quad (14)$$

特に、 $K_c = 0$ 、 $\zeta_{A'} = 0$ 、 $\eta_{A'} = \frac{1}{EI} \mathbb{I}$ とすれば、式(14)は、単純なりの弾性強制振動方程式となる。すなわち

$$\delta_{A'} = -\frac{1}{EI} \alpha_{A'} \alpha_{A'} m (\ddot{\delta}_{A'} + \ddot{\delta}_e) \quad \text{-----} \quad (15)$$

(参考文献)

- 1) 前原・太田・藤本; 「吊橋の弾塑性解析」土木学会報告, S.46.2
- 2) 後藤; 「有限変形法による吊橋の解法」土木学会論文集166号 S.43.8.
- 3) 小坪・高田; 「有限変形法による連続弾性体の強制振動解析」土木学会報告 S.46.2.

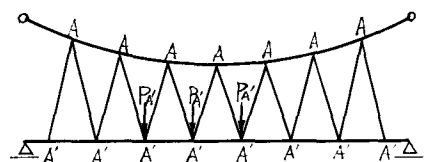


図 - 2