

東北大学 正 員 倉西 茂

○ 正 員 矢吹哲哉

学生員 橋本二郎

1 序 軸力と曲げモーメントをうける柱の問題として、偏心圧縮力をうける柱が考えられ、この研究は古くより多くの人々によってなされてきた。(文献/1,2) 本論文は端部の回転角が軸力に比例するという変形に対する制限を加えた場合の柱の耐荷力について解析したものである。このような部材としてはトラスの副材があげられる。副材の二次応力としての曲げモーメントは各部材の軸方向ヒズミによって生ずる相対的な回転角によって生ずるものであるから本論文であつかう部材の一つであるといえる。本解析では有限変形および材料の降伏を考えている。有限変形の影響は逐次近次法により、塑性変形の影響は曲げ剛性および有効断面積の減少に換算し同じく逐次近次法により計算している。又、変形は弾性荷重法により求めているので、弾性解析と密着した塑性解析をすることができる。

2 解析法

1) 端部条件 今、端部で l_a, l_b だけ偏心した軸力 P が作用していると考え、 A より x なる点での曲げモーメント M を求めると次式で与えられる。

$$M = P(e + y) \cos \frac{l_b - l_a}{l} \quad (1)$$

$$e = l_a + \frac{l_b - l_a}{l} x \quad (2)$$

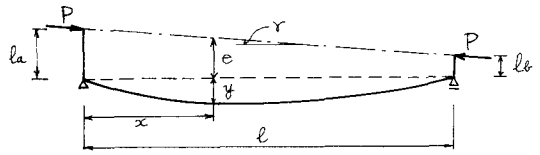


図-1

ただし端部に付した剛体の腕の回転による着力点の変化は無視する。(1)式で与えられる曲げモーメントによるタワミ y は、弾性荷重法により、

$$\bar{y} = \frac{l^2}{E_0 I_0} \left\{ \bar{x} \int_0^1 \frac{\bar{M}}{\mu} (1 - \bar{x}) d\bar{x} - \bar{x} \int_0^{\bar{x}} \frac{\bar{M}}{\mu} d\bar{x} + \int_0^{\bar{x}} \frac{\bar{M} \bar{x}}{\mu} d\bar{x} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\bar{x} = x/l$, $\bar{y} = y/l$, $\bar{l}_a = l_a/l$, $\bar{l}_b = l_b/l$, $\bar{M} = M/l$, $\mu = EI/E_0 I_0$, $E_0 I_0$ は弾性域での曲げ剛性を示す。又端部の回転角 θ_a, θ_b は

$$\tan \theta_a = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{l^2}{E_0 I_0} \int_0^1 \frac{\bar{M}}{\mu} (1 - \bar{x}) d\bar{x} \quad (4), \quad \tan \theta_b = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{l^2}{E_0 I_0} \int_0^1 \frac{\bar{M}}{\mu} \bar{x} d\bar{x} \quad (5)$$

ところで、 $\theta_a = k_a P$, $\theta_b = k_b P$ で与えられるから、

$$\frac{k_a E_0 I_0}{l^2 \cos \delta} = \bar{l}_a \int_0^1 \frac{(1 - \bar{x})^2}{\mu} d\bar{x} + \bar{l}_b \int_0^1 \frac{\bar{x}(1 - \bar{x})}{\mu} d\bar{x} + \int_0^1 \frac{\bar{y}}{\mu} (1 - \bar{x}) d\bar{x} \quad (6)$$

$$\frac{k_b E_0 I_0}{l^2 \cos \delta} = \bar{l}_a \int_0^1 \frac{\bar{x}(1 - \bar{x})}{\mu} d\bar{x} + \bar{l}_b \int_0^1 \frac{\bar{x}^2}{\mu} d\bar{x} + \int_0^1 \frac{\bar{y}}{\mu} \bar{x} d\bar{x} \quad (7)$$

よって (6) (7) 式が満足されるように、変形、偏心量を逐次近次する。

2) 断面に働く直応力の算出 A より x なる点のタワミ角 β は (3) 式を $\bar{x}$ で微分して

$$\tan \beta = \tan \theta_a + \frac{P l^2 \cos \delta}{E_0 I_0} \left\{ \bar{l}_a \int_0^1 \frac{(1 - \bar{x})}{\mu} d\bar{x} + \bar{l}_b \int_0^1 \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x} \right\} \quad (8)$$

で与えられる。軸方向力 $N = P / \cos(\gamma - \beta)$ である。なお塑性変形による曲げ剛性および有効断面積の低下率の詳細は、文献3を参照されたい。なお部材の断面は変形後も平面を保持し、タワミは作用する曲げモーメントの面内のみ生ずるものとする。

上記の諸式を用い逐次近次すれば図1の柱の耐荷力が解析されよう。本論文では $AK=BK$ の場合の、長方形断面における解析例を、図-2, 3, 4, 5に示す。ここでは $AK=1/1000, 1/2000, 1/4000, 1/8000, 1/16000$ の各値に対して $l/r = 25, 50, 75$ の各場合について計算した。

ただし、 $AK = \frac{k_a \cdot E \cdot I_o}{P^2 \cdot \cos \delta}$ である。

3 計算結果

図-2に最大タワミと荷重との関係の一例として $l/r = 75$ の場合が示されている。図より AK が小さいほどグラフは急な傾きである様子がうかがわれるが、これは、端部回転の拘束がタワミに与える影響として当然の結果であろう。次に

図-3には P/P_g と AK との関係について示されている。図-3

より AK が大きくなると P/P_g は、ほぼ直線的に減少するが、

l/r が小さくなると AK にあまり影響されなくなる。又、 P/P_g と l/r の関係を示した図-4より、 AK が小さくなると P/P_g は l/r にあまり影響されなくなる。これらのことは、 l/r が又は AK が小さい場合は、曲げによる降伏よりも、軸力による降伏の方がより支配的であることを示している。

図-5には $l/r = 75$ の場合の偏心量と P/P_g の関係が示されている。偏心量は荷重が小さい場合には P/P_g に比例して減少するが、 P/P_g が耐荷力付近になると急激に減少する傾向がみられる。このことは、部材の二次応力を考えた場合、注目に値するものと思われる。又 AK が小さい場合には負の値をとることも認められる。

なお、 $BK=0, BK=-AK$ の場合等についても計算を行なっている。(計算は、東北大学計算センター電子計算機NEAC2200-700を使用した。)

参考文献

1. Timoshenko : Theory of elastic stability
2. T. V. Galambos: Structural Members & Frames
3. 第25回講演概要集 (I-89)

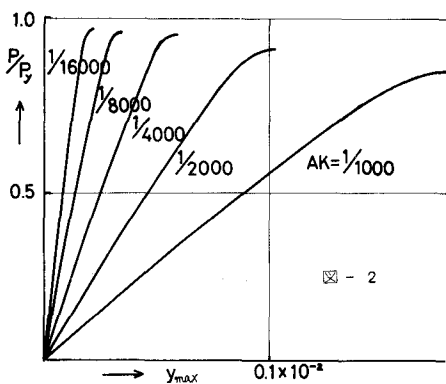


図-2

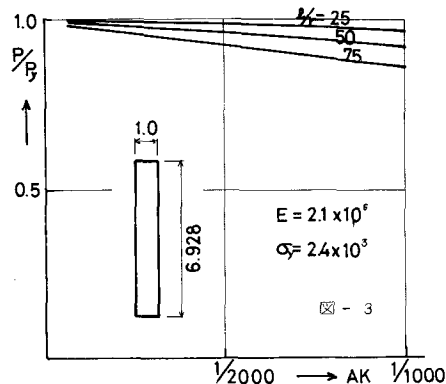


図-3

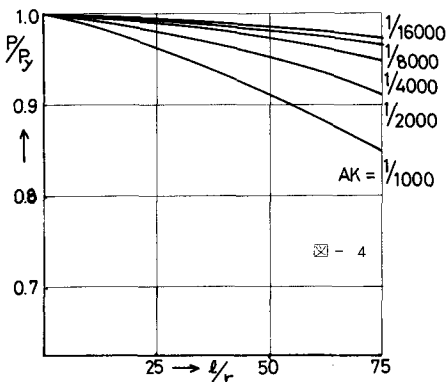


図-4

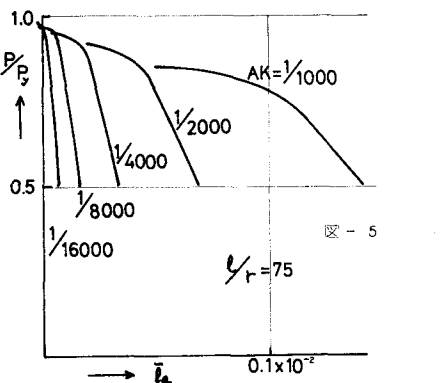


図-5