

I-44 はり一柱の曲げねじれ座屈におよぼす残留応力の影響

金沢大学 正 西田 進
金沢大学 正 吉田 博
金沢大学 正 喜内 敏

1. 緒言

曲げと軸圧縮力とを同時に受ける部材は、はり一柱と呼ばれ、このような部材は骨組構造にしばしば用いられる。軸圧縮力と部材の主軸回りの枝端モーメントが作用するはり一柱は、荷重がある値を超えると曲げねじれ座屈を起こし、その耐力は減少する。普通に用いられる長さのはり一柱の曲げねじれ座屈は部材の一部が塑性域に入った後におこる。また、部材が弾塑性状態にある場合、部材断面の曲げ剛性、*S_x*、*Venant*のねじれ剛性、*J*、より剛性は全断面弾性域の時に比して、いちじるしく減少する。これ等の各種断面係数は部材の応力分布に大きく依存し、この応力分布形状は製作の際導入される残留応力と軸圧縮力と曲げによる応力の重ね合せとして表される。したがってはり一柱の横座屈強度に部材の残留応力分布が大きく影響するものと考えられる。ここではこれらの影響の程度の検討を行った。

2. 用いた仮定

はり一柱の曲げねじれ座屈強度の解析に当って次のような仮定を用いた。

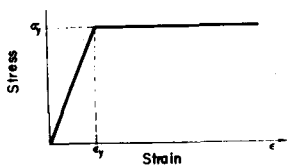


図-1 理想応力ひずみ曲線

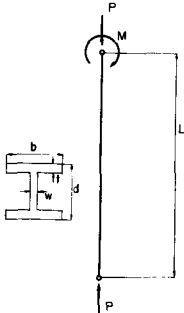


図-2 断面と解析モデル

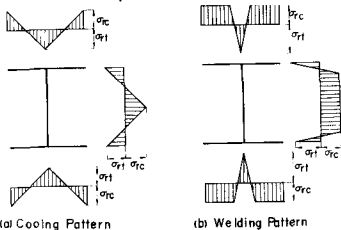


図-3 理想残留応力分布

- (1) 応力とひずみは図-1に示すような完全弾塑性状態を示すものとする。ただし、 $E = 30,000 \text{ ksi}$ 、 $\sigma_y = 33 \text{ ksi}$ とする。
- (2) 軸圧縮力のはり一柱の断面の重心に作用し、断面および全長にわたって一様であるとする。
- (3) 横断面形状は図-2に示すように、フランジ中 b 、部材高さ d 、フランジ厚を t 、ウェブ厚を W とし、座屈後も、もとの断面形状を保っているものとする。
- (4) 部材は図-2に示すように初期変形がなく、座屈まで真直である。
- (5) 断面には圧延による残留応力あるいは溶接による残留応力が初期応力として、図-3に示すように理想化された形で分布しており、この応力分布は部材の全長にわたって一様であるとする。
- (6) 断面の塑性域は常に負荷状態とし、座屈時におけるひずみの反転は生じないものとする。

断面に残留応力が存在し、中心軸圧縮力と曲げが作用するはり一柱は、一様軸圧縮力と残留応力と曲げ応力の和が材料の降伏点応力 σ_y に達すると、その部分では断面は塑性域に入る。この為、断面には弾性域と塑性域が共存する事となり、弾塑性座屈では弾性域では弾性の断面係数を用い、塑性域では塑性論から得られる係数を用いねばならない。

3. 各種断面係数

図-2に示すはり一柱の各軸まわりのつり合条件式は次のようになる。

$$B_y u'' + P u'' + M_z \varphi'' + 2 M_z' \varphi' + P y_0 \varphi'' = 0$$

$$C_w \varphi'' - (C_T + \bar{K}) \varphi'' - \bar{K}' \varphi' + M_z u'' + P y_0 u'' = 0 \quad (1)$$

ここに B_y は弱軸まわりの曲げ剛性、 C_w はソリ剛性、 C_T は St. Venant のねじれ剛性、 $\bar{K}$ は St. Venant のねじれ剛性の還元項として考えられるもので $\bar{K} = \int \sigma \alpha^2 dA$ である。 u は部材重心の横変位、 φ はねじれ角、 y_0 は断面重心よりせん断中心までの距離である。式 (1) における各種曲げねじれ断面係数は断面全域が弾性であれば定数であるが、弾塑性域におけるこれらの値は、

B. F. Parick が提案した断面分割法を適用して求めることができる。

計算方法としては図-4に示すように断面を微小矩形要素に分割し、分割によって得た断面の面積を ΔA とする。各要素のひずみは残留応力によるひずみ ϵ_r 、軸力による全断面一定のひずみ ϵ_p 、そして曲率によるひずみ ϵ_θ の和として表される。ひずみが求まれば図-1より応力が求まる。

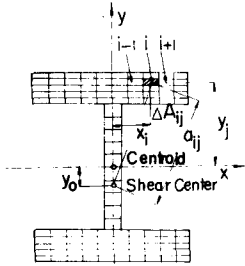


図-4 断面分割法

軸方向力のつり合より $P = \sum \sigma_i \Delta A$ となるような ϵ_p を繰り返し計算を行う事によって得ることができ、 $M = \int \sigma y dA = \sum \sigma_i y_i \Delta A$ としてモーメントが求まる。同様に各分割要素の応力およびひずみが求まれば各種断面係数も以下の方法によって求めることができる。図-5から図-9に示す値は JWF 31 断面の弾塑性域における各種断面係数と曲げモーメントの関係を示したものである。

B_y 値

非弾性座屈計算において座屈時の断面の剛性を求めるのに接線弾性係数理論を用いる。

$$B_y = E I_{ye} \quad (2)$$

となり、断面の弾性部分のみが曲げに対して有効に作用する。故に式 (2) は

$$B_y = E \int_{A_e} x_i^2 dA = E \sum x_i^2 h (\delta_y - \delta_c) \Delta A_i$$

ここに x_i は y 軸から要素重心までの距離であり、 h は Heaviside の単位状態関数であり、 $\eta \leq 0$ に対して $h(\eta) = 0$ ととり、 $\eta > 0$ に対しては $h(\eta) = 1$ ととる関数である。図-5は各軸力が作用した際の B_y と曲げモーメントの関係を示したもので、実線は圧延による残留応力が存在する場合、点線は溶接による残留応力が存在する場合のものである。

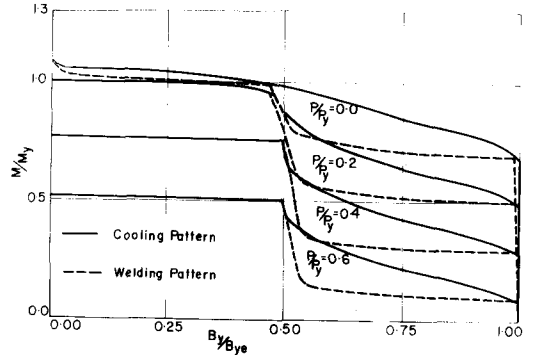


図-5 $M/My - B_y/Bye$ 曲線

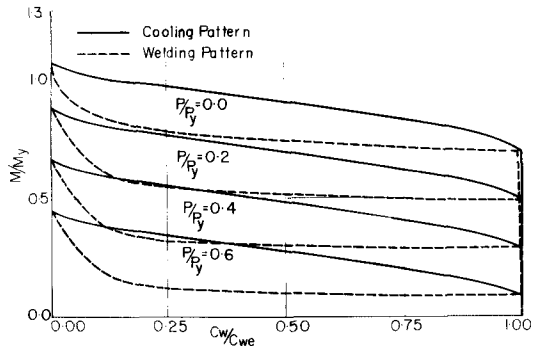


図-6 $M/My - C_w/C_{we}$ 曲線

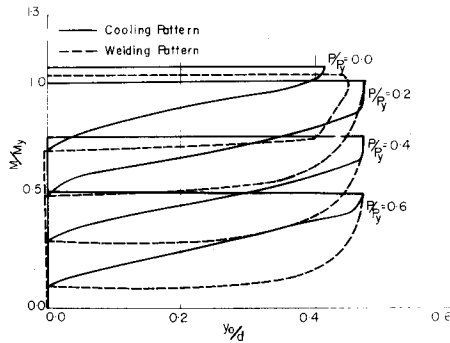


図-7 $M/My - y/d$ 曲線

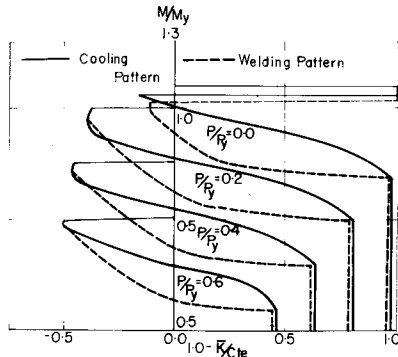


図-8 $M/My - 1.0 - \bar{K}/cte$ 曲線

曲げモーメントと C_w の関係を示したのが図-6であり、 y_0 との関係を示したのが図-7である。

$C_T + \bar{K}$ 値

等価ねじれ剛性 $C_T + \bar{K}$ における $\bar{K}$ は St. Venant のねじれ剛性 C_T の置換項として考えられる。

うすい開断面の St. Venant のねじれ剛性は次のように考えられる。

$$C_T = G \int \frac{x^3}{3} dA \quad (7)$$

ここに G はせん断弾性係数である。ねじれ座屈により生ずる、せん断応力とせん断ひずみの関係

は塑性流れ理論によれば $dT = G d\gamma$ となり、断面のねじれ剛性は塑性流れ理論によれば全断面が有効に弾性挙動を示す。したがって等価ねじれ剛性は

$$C_T + \bar{K} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{2}{3} b t^3 + \frac{1}{3} (d-t) w^3 \right) - \sum \sigma_i a_i^2 \Delta A \quad (8)$$

となる。ここに σ_i は i 番目要素の応力であり、 a_i はせん断中心から i 番目要素の重心までの距離である。この塑性流れ理論による等価ねじれ剛性と曲げモーメントの関係を示したのが図-8である。

一方塑性変形理論によれば塑性域における座屈時のせん断応力-せん断ひずみ関係は

C_w 値と y_0 値

C_w 値は B_y と同様、接線弾性理論によると、

$$C_w = E I_w e \quad (4)$$

となり、断面の弾性部のみが曲げねじれに対し有効に作用する。 y_0 は断面弾性部の重心とせん断中心との距離であり、全断面弾性域の場合はゼロをとる。最も一般的な降伏条件として次のものが考えられる。

i) 上下フランジが完全には降伏していない時

$$C_w = E (d-t)^2 \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \quad y_0 = \frac{e_2 I_2 - e_1 I_1}{I_1 + I_2} \quad (5)$$

ここに I_1 、 I_2 は上部および下部フランジの弾性域の断面二次モーメントを示し、式(2)と同様に求めらる。 e_1 、 e_2 は弾性部断面の重心から上部および下部フランジ中心までの距離を示す。

ii) いずれかのフランジが完全に降伏した場合

$$C_w = 0 \quad y_0 = \pm \frac{d-t}{2} \quad (6)$$

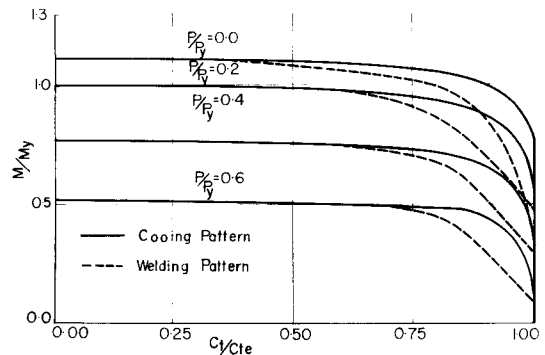


図-9 $M/My - C_T/cte$ 曲線

$$d\epsilon = E k d\gamma \quad \text{ここに} \quad k = \frac{1}{2 + 2\nu + 3\left(\frac{\epsilon_y}{\epsilon_y} - 1\right)} \quad \text{である。} \quad (9)$$

故に

$$C_I = \frac{E}{2(1+\nu)} \int_{A_c} \frac{\epsilon^2}{3} dA + E \int_{A_p} k \frac{\epsilon^2}{3} dA = \frac{E}{3N} \left\{ 2bt^3 + (d-t)w^3 \right\} \sum \left[\frac{k(\epsilon_y - \epsilon_z)}{2(1+\nu)} + \frac{k(\epsilon_z - \epsilon_y)}{2\nu - 1 + 3\frac{\epsilon_z}{\epsilon_y}} \right] \quad (10)$$

となる。ここに N は矩形要素総数である。塑性変形理論による、St. Venant のねじれ剛性と曲げモーメントの関係を示したのが図-9である。

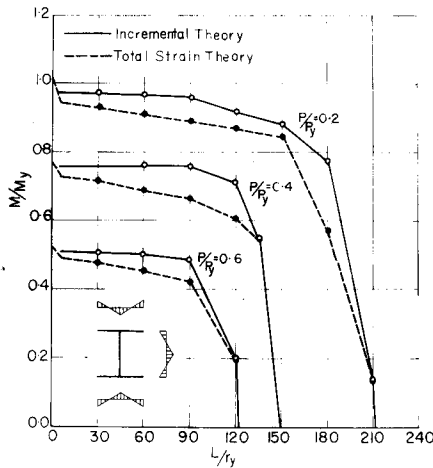


図-10 座屈強度曲線 (8WF31)

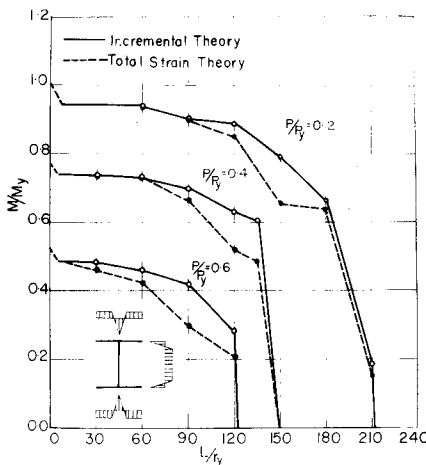


図-11 座屈強度曲線 (8WF31)

4. 数値計算

図-5 から図-6 を用い、図-2 における境界条件を考慮して式 (1) を差分法を用いて解いた。計算例として、米国標準H型断面である 8WF31 を用いて計算を行った。

図-10 は圧延による残留応力、図-11 は溶接による残留応力が存在する場合の曲げねじれ座屈強度を縦軸にモーメント、横軸に細長比をとって示したもので、実線は塑性流れ理論によるもの、点線は塑性変形理論による値を各軸力について示した。

5. 考察

同じ荷重条件では圧延によるものは溶接によるものより、座屈強度は大きく、前者は比較的大さい細長比までその減少は少ない、後者は細長比の増加と共に座屈強度は減少し、両者共に、軸力によってオイラー座屈が発生する細長比に至るまで座屈強度は減少する。同じ残留応力なら、塑性流れ理論によるものは塑性変形理論によるものより大きい座屈強度を示す。これらの事は各種断面係数の変化よりうかがわれる。

結論として、フランジ部に降伏領域が増加している状態において残留応力の影響が大きく表われる事がわかった。

なお座屈強度の計算に用いる各種断面係数の求め方としてモーメントは部材長にそって直線分布しているとしたが、軸力の影響によるモーメント増分を考慮した場合を、柱-たわみ曲線を用いて計算中である。

参考文献

- (1) S.P.Timoshenko, J.M.Gere "Theory of Elastic Stability" Mc Graw-Hill New York 1961
- (2) T.V.Galambos "Structural Members and Frames" Pretice-Hall Englewood 1968
- (3) Y.Fukumoto "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns" Ph.Dissertation Lehigh Univ. 1963
- (4) H.Yoshida, S.Nishida "Lateral-Torsional Properties of Wide Flange Section with Residual Stress"

金沢大学工学部記要 1971