

I-31 吊橋主塔の座屈安定性について

(株)長大橋設計センター 正員 ○ 森田 泰生
 同 “ “ 中村 芳史
 同 “ “ 坂上 幸右

1. はしがき

長大吊橋の塔は、一般に基部が固定、頂部が単純バネ支持(近似的に単純支持)で、しかも頂部における水平支点反力がほとんどゼロに近い、いわゆるフレキシブル塔が採用されている。この場合、塔の細長比は通常はオイラー座屈の適用領域より小さく、部材の残留応力の影響を考慮しなければならぬ範囲に属している。

この報告はフレキシブル塔の理想状態より塔柱の剛性を下げた方が塔柱の曲げ応力を小さくできることに注目し、座屈曲線としてCRC曲線を用いたときの塔柱座屈安定性について述べるものである。

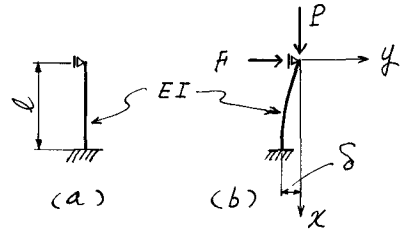


図-1 塔柱の力学系

2. 塔柱曲げ応力

図-1(a)のようを上端にヒンジ、下端固定の等断面柱が図-1(b)のように支点移動 δ と塔頂鉛直荷重 P を受けるとき応力は表-1のように表わすことができ、これを図示すれば図-2のとおりである。図-2で $\alpha = 0.4889$ は図-1に示した柱のオイラー座屈剛性である。ここで基準

表-1

基礎方程式: $EI y'' = Fx - Py$

応力:

$$\frac{M}{M_0} = \sin\left(\frac{kx}{l}\right) \cdot f(\alpha)$$

$$\frac{F}{F_0} = k \cdot \cos k \cdot f(\alpha)$$

ここに

$$f(\alpha) = \frac{1}{\sin k - k \cos k}$$

$$k = \pi / \sqrt{\alpha}$$

その他は図-2の《注》参照

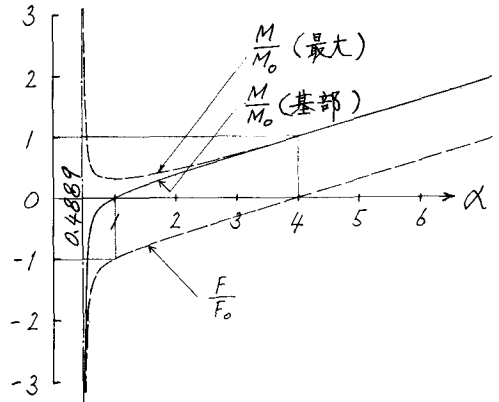
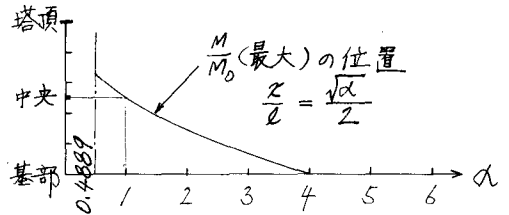


図-2 剛性(EI)と曲げモーメント(M)、塔頂水平反力(F)の関係

《注》 $\alpha = EI/EI_0$

$$EI_0 = P \cdot (l/\pi)^2$$

$$M_0 = \delta \cdot P, \quad F_0 = M_0/l$$

とした剛性 (EI_0) は両端ヒンジの単柱のオイラー座屈剛性である。

通常、長大吊橋の塔は、塔の剛性がケーブルの影響を与えないように $F \approx 0$ (すなわち $\alpha \approx 4$) として設計され、これをフレキシブル塔と称している。 $\alpha = 4$ はちょうどカンティレバー柱のオイラー座屈剛性に相当することはよく知られているとおりでである。

ところで図-2 からわかるように、剛性を $\alpha = 4$ より小さくすれば、曲げモーメントを減少させることができる(注-1参照)。筆者らはここに注目している。

以上により、剛性が $\alpha \leq 4$ の範囲における最大曲げモーメントは

$$M_{max} = \delta \cdot P \cdot f(\alpha) \quad \text{----- (1)}$$

だから、塔柱の最大曲げ応力度 σ_M は

$$\sigma_M = \frac{\delta}{S} \cdot N \cdot f(\alpha) \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{ここに} \begin{cases} \delta = z/A \\ z: \text{断面係数} \\ A: \text{断面積} \\ N = P/A \end{cases}$$

で表わされる。

3. 座屈曲線

米国 Column Research Council の残留応力を含む柱の基準強度曲線(CRC曲線)を座屈曲線として用いれる(注-2参照)、式(3)のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} &= 1 - \frac{\eta^2}{4} \quad (0 \leq \eta < \sqrt{2}) \\ &= \frac{1}{\eta^2} \quad (\sqrt{2} \leq \eta) \end{aligned} \right\} \text{--- (3)}$$

$$\text{ここに} \quad \eta = \gamma \lambda, \quad \lambda = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{l}{r} \cdot \sqrt{\frac{P}{E}}$$

ここで扱っている塔の場合(図-1)には $\gamma^2 = 0.4889$ であるが、以下これを近似的に $\gamma^2 = 0.5$ (設計上、約2%の安全側となる)

(注-1)

このとき F 値(-)は除々に大きくなり、フレキシブル塔の理想状態から離れてくることになるが、たとえば支間1000m程度の吊橋で極端に

$\alpha = 1$ (このとき曲げモーメントは最小となる)

$$l = 150 \text{ m}$$

$$P = 22500 \text{ t (塔自重も換算して含まれているとする)}$$

としても、塔頂における塔のバネは

$$\begin{aligned} \frac{F}{\delta} &= \frac{F}{F_0} \cdot \frac{P}{l} = (-1) \times \frac{22500}{150} \\ &= -150 \text{ t/m} \end{aligned}$$

であるのに対し、ケーブルのバネは約15000 t/m程度(3径吊橋で側径間比約35%の場合)であり、また約100倍の剛性があるので、図-1の力学系がこの場合 $\alpha = 1$ 程度まで近似的に成立つてよからう。

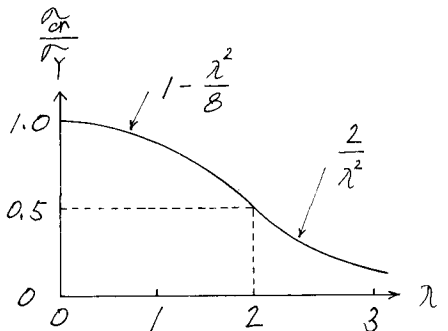


図-3 式(4)の座屈曲線

(注-2) CRC曲線を用いるべきである、と提言しているのである。

と仮定すれば、式(3)は次のように書きかえられる(図-3)。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} &= 1 - \frac{\lambda^2}{8} \quad (0 \leq \lambda < 2) \\ &= \frac{2}{\lambda^2} \quad (2 \leq \lambda) \end{aligned} \right\} \text{----- (4)}$$

4. 許容応力度

安全率 γ を考慮して許容応力度(σ_{NA}, σ_{MA})を次のようにとる(注-3参照)。

$$\left(\frac{\sigma_{NA}}{\sigma_{cr}} + \frac{\sigma_{MA}}{\sigma_Y} \right) \cdot \gamma = 1 \text{----- (5)}$$

ここで、 $\alpha = EI/EI_0$ と $\lambda = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{l}{r} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}$ とから

$$\frac{\sigma_{NA}}{\sigma_{cr}} = \frac{1}{\alpha \lambda^2} \text{----- (6)}$$

なる関係がある。

したがって、式(2), (4), (5), (6)によって

$$\alpha \leftrightarrow \sigma_{NA}/\sigma_Y \leftrightarrow \delta/S \leftrightarrow \lambda \leftrightarrow \gamma$$

等の関係を明らかにすることができる。これを図示したのが 次ページの 図-4 である。

この図はすべて無次元表示としてあるので、材質や塔の規模を超越して利用することができる。縦軸は軸力のみによって生じる応力度の許容限界を意味している。なお、図中には、参考に等入(54度)線を-----で、極大値曲線を-----で示した。

(注-3)

面外曲げ応力度は論外である。
なお、相関曲線として

$$\left\{ \frac{\sigma_{NA}}{\sigma_{cr}} + \frac{\sigma_{MA}}{\sigma_Y \left(1 - \frac{\sigma_{NA}}{\sigma_Y}\right)} \right\} \cdot \gamma = 1$$

ここに、 σ_E はオライ一座圧に対する軸力許容応力度
とし左方が妥当かとも考えられるが、
ここでは簡単な式(5)を用いた。

5. 例

文献(1)によれば"

$$l = 5680 \text{ m}$$

$$EI = 139 \times 10^9 \text{ t/in}^2 \text{ (平均)}$$

$$A = 1358 \text{ in}^2 \text{ (平均)}$$

$$S = 60.2 \text{ in (〃)}$$

$$\delta = 33.7 \text{ in}$$

$$P = 10700 \text{ t (塔自重も換算して含む)}$$

$$\sigma_Y = 21 \text{ t/in}^2$$

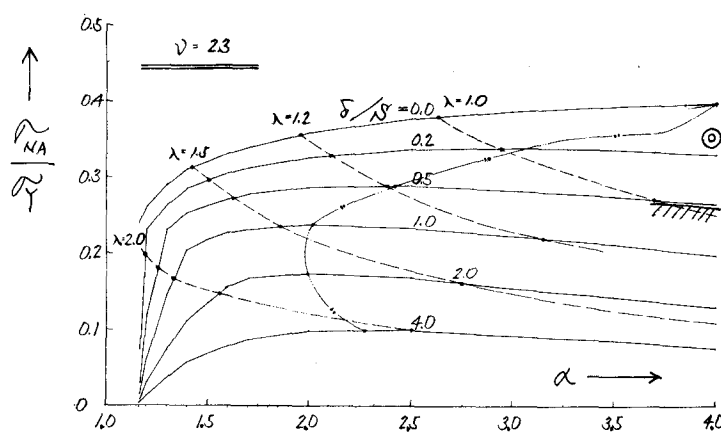
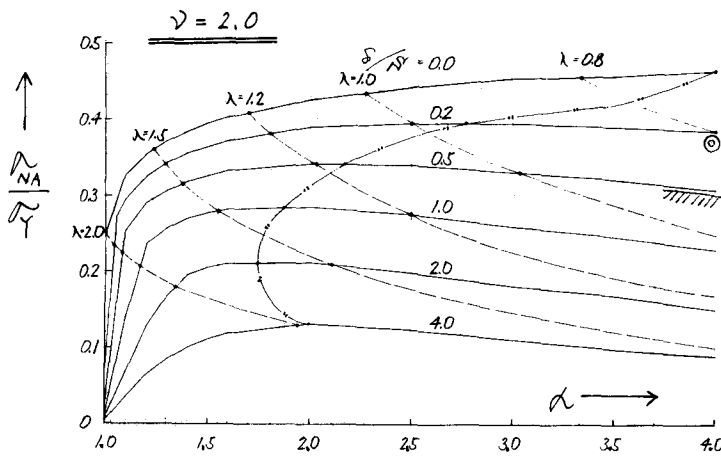
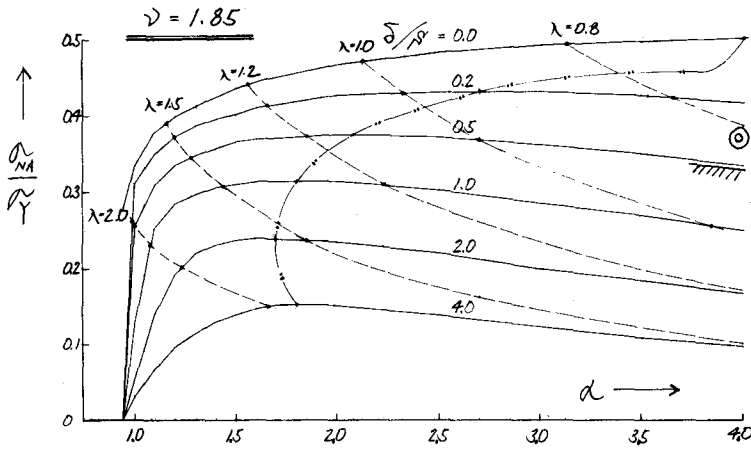
であるので、 $EI_0 = 10700 \times (5680/\pi)^2 = 35.0 \times 10^9 \text{ t/in}^2$

$$\delta/S = 33.7 / 60.2 = 0.56 \longrightarrow \text{図-4に} \text{~~~~~} \text{でプロット}$$

$$\alpha = 139 / 35.0 = 3.97 \longrightarrow \text{図-4に} \text{◎印で} \text{プロット}$$

$$\sigma_{NA}/\sigma_Y = (10700/1358)/21 = 0.376$$

すなわち、~~~~~ が許容値であり、◎印が実応力度を示す。この例の場合には座圧安全率が1.85よりも小さいことがわかる。



6. あとがき

各曲線にCRC曲線を用い、相関曲線として式(5)を用いて、吊橋主塔の圧縮安定性を考慮した成果図(図-4)を得た。

以上をもとめると次のとおりである。

- 1) 塔柱曲げ応力は $\alpha = 1$ のときが最小である。
- 2) δ/s が 0.5 程度では $\alpha = 2 \sim 3$ が経済的である。
- 3) 実橋の長大吊橋の塔の安全率がかなり低いものがある。
- 4) 前項 3) は(注-3)の相関式を用いれば、さらに顕著となる。
- 5) 実際には面外曲げを考慮しなくてはならない。

図-4 安全率 ν , 断面性能 δ/s , 剛性比 α と許容軸力応力度比 R_{NA}/R_Y との関係

文献(4) "Forth Road Bridge", Paper No. 6890, Proc. of the Inst. of CE, Vol. 32, pp 321-5/2