

I-25 鉄筋コンクリート不静定ばりのクリープおよび収縮応力解析

九州大学工学部 正 員 彦坂 照

学生員 田中康順

1. 緒言

鉄筋コンクリートばり、PC桁、合成桁などの不静定構造におけるクリープおよび収縮応力の厳密な計算には、不静定力の時間的変化を考慮に入れた変形の連続条件を用いなければならず、その処理が極めて複雑になる¹⁾。このため本研究で取り扱う鉄筋コンクリートばりでは、従来不静定構造であっても不静定力の時間的変化を考慮せずに、便宜上静定部材の場合に準じた計算を行うのが普通であった。しかし不静定ばりでは曲げモーメントの正負の部分で配筋が異なり、不静定力の時間的変化の影響はかなり大きいと考えられる。本論は不静定ばりの配筋変化を考慮した精密算定式により、かかる構造のクリープおよび収縮応力の特性を明らかにせんとするものである。

2. 基本式の誘導

図-1のごとき複鉄筋断面を考慮し、コンクリートだけの図心軸G-Gから下側、上側面鉄筋までの距離を a_1 , a_2 とする。載荷当初 ($t=0$) において下側、上側面鉄筋およびコンクリート断面の図心に作用する軸力をそれぞれ N_{s10} , N_{s20} , N_{c0} 、コンクリート断面の曲げモーメントを M_{c0} とし、

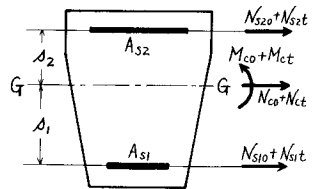


図-1

任意時刻 t におけるこれらの値を $N_{s10}+N_{s1t}$, $N_{s20}+N_{s2t}$, $N_{c0}+N_{ct}$ および

$M_{c0}+M_{ct}$ とすれば、微小時間 dt に起こるわずかな変化と平面保持の法則を併せ考えることにより、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_{s1t}}{E_s A_{s1}} &= \frac{d\varphi_t}{E_c A_c} (N_{c0} + N_{ct}) + \frac{dN_{ct}}{E_c A_c} + \frac{d\varphi_t}{E_c I_c} a_1 (M_{c0} + M_{ct}) + \frac{dM_{ct}}{E_c I_c} a_1 - \frac{\varepsilon_m}{\varphi_m} d\varphi_t \\ \frac{dN_{s2t}}{E_s A_{s2}} &= \frac{d\varphi_t}{E_c A_c} (N_{c0} + N_{ct}) + \frac{dN_{ct}}{E_c A_c} - \frac{d\varphi_t}{E_c I_c} a_2 (M_{c0} + M_{ct}) - \frac{dM_{ct}}{E_c I_c} a_2 - \frac{\varepsilon_m}{\varphi_m} d\varphi_t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに φ_t , φ_m : コンクリートの任意時刻および最終クリープ係数, ε_m : コンクリートの最終収縮ひずみ, A_c , I_c : コンクリートの断面積および断面二次モーメント, E_c , E_s : コンクリートおよび鉄筋の弾性係数, A_{s1} , A_{s2} : 下側および上側鉄筋の断面積。

式(1)は次の微分方程式に書き直される。

$$\left. \begin{aligned} P_2 \frac{dN_{s1t}}{d\varphi_t} - P_1 \frac{dN_{s2t}}{d\varphi_t} &= \frac{n A_c}{I_c} P_2 (a_1 + a_2) (M_{c0} + M_{ct} + \frac{dM_{ct}}{d\varphi_t}) \\ P_2 a_2 \frac{dN_{s1t}}{d\varphi_t} + P_1 a_1 \frac{dN_{s2t}}{d\varphi_t} &= n P_1 P_2 (a_1 + a_2) (N_{c0} + N_{ct} + \frac{dN_{ct}}{d\varphi_t} - E_c A_c \frac{\varepsilon_m}{\varphi_m}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに $P_1 = A_{s1}/A_c$, $P_2 = A_{s2}/A_c$, $n = E_s/E_c$

3. 解法

まず与えられた荷重について曲げモーメント図(図-2(a))を求め、弾性計算により N_{c0} , M_{c0} , N_{s10} , N_{s20} を算出する(収縮応力についてはこれらの値は零となる)。このM-図が時間的に変化しないものと仮定すれば、図-1において軸力およびG-G軸に関するモーメントの釣合いより次式が成立する。

$$N_{ct} = -(N_{s1t} + N_{s2t}), \quad M_{ct} = N_{s2t} a_2 - N_{s1t} a_1 \quad (3)$$

式(3)を式(2)に代入すれば N_{ct} , M_{ct} が消去され、 N_{s1t} および

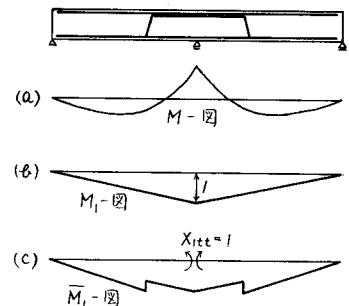


図-2

N_{s2t} に関する次の連立一階微分方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_{s1t}}{d\varphi_t} + P_{11}N_{s1t} + P_{12}N_{s2t} &= Q_1 \\ \frac{dN_{s2t}}{d\varphi_t} + P_{21}N_{s1t} + P_{22}N_{s2t} &= Q_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{ここに、} P_{11} = \frac{1}{C} \pi p_1 \{1 + \delta_1 + \pi p_2 (\delta_1 + \delta_2 + 2\delta_3)\}, \quad P_{12} = \frac{1}{C} \pi p_1 (1 - \delta_3)$$

$$P_{21} = \frac{1}{C} \pi p_2 (1 - \delta_3), \quad P_{22} = \frac{1}{C} \pi p_2 \{1 + \delta_2 + \pi p_1 (\delta_1 + \delta_2 + 2\delta_3)\}$$

$$Q_1 = \frac{1}{C} \pi p_1 \{ \{1 + \pi p_2 (\delta_2 + \delta_3)\} (N_{co} - E_c A_c \frac{\delta N}{\varphi_n}) + \frac{A_c}{I_c} \{ \delta_1 + \pi p_2 (\delta_1 + \delta_2) \} M_{co} \}$$

$$Q_2 = \frac{1}{C} \pi p_2 \{ \{1 + \pi p_1 (\delta_1 + \delta_3)\} (N_{co} - E_c A_c \frac{\delta N}{\varphi_n}) - \frac{A_c}{I_c} \{ \delta_2 + \pi p_1 (\delta_1 + \delta_2) \} M_{co} \}$$

$$C = \{1 + \pi p_1 (1 + \delta_1)\} \{1 + \pi p_2 (1 + \delta_2)\} - \pi^2 p_1 p_2 (1 - \delta_3)^2, \quad \delta_1 = A_c \delta_1^2 / I_c, \quad \delta_2 = A_c \delta_2^2 / I_c, \quad \delta_3 = A_c \delta_1 \delta_2 / I_c$$

式(4)の解は容易にえられ、式(3)と併せて鉄筋およびコンクリートのクリープによる断面力の変化量が求められる。しかし不静定ばりでは一般にM-図が時間的に変化するため、上に求めたクリープによる1次断面力に加えて、さらに付加断面力が生じる。いまコンクリート断面の付加曲げモーメントを M_{ctt} 、付加不静定モーメントを X_{1tt} 、 X_{2tt} 、……とすれば

$$M_{ctt} = \bar{M}_1 X_{1tt} + \bar{M}_2 X_{2tt} + \dots \quad (5)$$

ここに $\bar{M}_1$ 、 $\bar{M}_2$ 、……は配筋の変化を考慮した単位不静定力によるはりの曲げモーメントである²⁾(図-2(b)、(c)参照)。不静定力は次の連立方程式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_{1tt} + \delta_{12} X_{2tt} + \dots + \delta_{1n} X_{ntt} + \delta_{10} &= 0 \\ \vdots & \\ \delta_{n1} X_{1tt} + \delta_{n2} X_{2tt} + \dots + \delta_{nn} X_{ntt} + \delta_{n0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\text{ここに } \delta_{ij} = \int \frac{M_i \bar{M}_j}{E_c I_c} dx, \quad \delta_{i0} = \int \frac{M_i M_{ctt}}{E_c I_c} dx$$

式(5)、(6)より M_{ctt} がえられれば、他の付加断面力 N_{ctt} 、 N_{s1tt} 、 N_{s2tt} は式(2)を変形した次式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} p_2 \frac{dN_{s1tt}}{d\varphi_t} - p_1 \frac{dN_{s2tt}}{d\varphi_t} &= \frac{\pi A_c}{I_c} p_1 p_2 (\delta_1 + \delta_2) (M_{ctt} + \frac{dM_{ctt}}{d\varphi_t}) \\ p_2 \delta_2 \frac{dN_{s1tt}}{d\varphi_t} + p_1 \delta_1 \frac{dN_{s2tt}}{d\varphi_t} &= \pi p_1 p_2 (\delta_1 + \delta_2) (N_{ctt} + \frac{dN_{ctt}}{d\varphi_t}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$N_{ctt} = -(N_{s1tt} + N_{s2tt})$ を考慮すれば、式(7)は N_{s1tt} および N_{s2tt} に関する連立1階微分方程式となり、これを解いて不静定力の時間的な変化が各応力に及ぼす影響を厳密に算定しうることになる。

4. 算例

右図のごとき2スパン連続ばりについて、 $S_n = 3 \times 10^{-4}$ 、

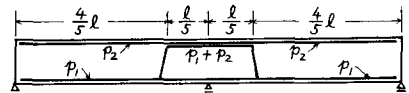
$\varphi_n = 3$ 、 $E_c = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $p_2 = 1\%$ とし、 p_1 を変化させた場合

の収縮応力を算定した。右表は中間支梁における各応力の終局値を静定クリープ応力と不静定クリープ応力とに分けて示したもので、鉄筋比により不静定クリープの影響がかなり異なることがわかる。

[参考文献] 1). K. Sattler: Theorie der Verbundkonstruktionen. Verlag Ernst & Sohn 1959.

2) 彦坂、高橋: 連続合成桁のクリープ算定法について。

土木学会第26回年次学術講演会講演集、昭和46年10月。



		単位 kg/cm ²			
p_1	応力	下側鉄筋	上側鉄筋	下縁コンクリート	上縁コンクリート
1.5%	静定フリーブ	-363	-254	9.7	14.0
	不静定フリーブ	-15	11	-0.7	0.5
	計	-378	-243	9.0	14.5
2.0%	静定フリーブ	-311	-229	11.6	14.7
	不静定フリーブ	-50	40	-2.1	1.7
	計	-361	-189	9.5	16.4
2.5%	静定フリーブ	-271	-208	12.9	15.2
	不静定フリーブ	-76	61	-3.1	2.6
	計	-347	-147	9.8	17.8