

I-9 数個の孔と有する弾性梁内の応力状態

京都大学・工学部 正員 丹羽義次

京都大学・工学部 正員 平島健一

1. まえがき

筆者らは先に坑径に比較して充分遠方より作用する三次元的な外荷重状態のもとでの等方性ならびに異方性の弾性地山内の一個の坑造周辺の応力と複素変数法を用いて理論的に解析を試みた¹⁾。また弾性梁内に一個の孔がある場合の応力分布と単應積領域問題として取扱った²⁾。こゝではそれらの結果を拡張し、弾性主軸が面内で任意に傾斜した異方性弾性梁内に設けた複数個の大きさの異なる孔の周辺における応力分布と上述の複素変数法と選点法とを組み合わせた数値的近似法により求めたものである。

2. 解法の概略と精度

解法の概略は前報²⁾で示されているのでこゝでは省略し、この方法によつてえられた結果を等方性板に対する従来までの研究者によるものと比較してみる。数値計算に際して、孔の境界上での選点数を $\Delta\theta=2.5^\circ$ 間隔すなわち 144 点とし、境界条件式中の級数項を $M=25$ 、繰返し回数と $i=4\sim 7$ 回として計算を行なった。

大きさの等しい二個の円孔をもつ等方性板の無限遠に一様な軸性の等分布荷重が作用する場合の円孔周縁に生じる最大、最小応力値は従来までの研究者(橋戸³⁾、Ling⁴⁾、Haddon⁶⁾)による結果に対して 0.5% 程度以内の差で一致した。Haddon はまた、図-1 に示すような大きさの異なる二円孔($a'=2.5a$, $b_s=4.5a$)と有する等方性板の無限遠に x 軸方向より $\alpha=45^\circ$ とした単位の引張荷重 $W_0=1.0$ が作用した場合のそれぞれの孔周縁での応力 σ'_θ , σ''_θ の計算結果と与えているが、著者らの同様な状態での結果と求めて孔周縁の 15° 間隔の位置での値と比較して示したものが表-1 である。この表より両者の結果は有効数字二桁目まではほとんど一致し、三桁目にわずかの差が認められる程度であることがわかる。図-1 の点線で示した分布図は表-1 に与えた両者の結果をプロットしたものである。なお、同図には次式で与えられるような弾性定数をもつ直交異方性板の場合の孔周縁応力 σ'_θ , σ''_θ と実線で示してある。

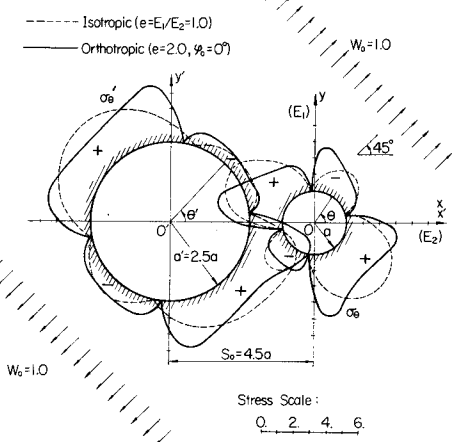
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 1.2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, & E_2 &= 0.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \\ G &= 0.07 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, & \nu_1 &= 0.071 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

この計算例では主弾性係数 E_2 の方向に x 軸をのばす角 θ 。

表-1

$\theta=0^\circ$	右側の円孔周縁 σ'_θ		左側の円孔周縁 σ''_θ	
	Haddon ⁶⁾	著者ら	Haddon ⁶⁾	著者ら
0°	1.432	1.423	1.273	1.183
15°	0.159	0.155	-0.694	-0.645
30°	-0.902	-0.903	-0.711	-0.717
45°	-1.531	-1.531	-0.710	-0.731
60°	-1.618	-1.619	-0.464	-0.461
75°	-1.170	-1.172	0.207	0.222
90°	-0.282	-0.286	1.159	1.184
105°	0.900	0.895	2.128	2.151
120°	2.209	2.200	2.840	2.852
135°	3.408	3.386	3.092	3.089
150°	4.101	4.057	2.811	2.792
165°	3.736	3.682	2.065	2.035
180°	2.089	2.059	1.049	1.015
195°	-0.067	-0.061	0.029	0.002
210°	-1.563	-1.548	-0.728	-0.745
225°	-1.932	-1.927	-1.030	-1.030
240°	-1.335	-1.345	-0.808	-0.791
255°	-0.137	-0.160	-0.138	-0.111
270°	1.283	1.253	0.776	0.808
285°	2.585	2.552	1.667	1.693
300°	3.489	3.458	2.289	2.304
315°	3.812	3.787	2.577	2.582
330°	3.501	3.481	2.862	2.867
345°	2.639	2.625	3.262	3.199

図-1



と 0° すなわち主弾性係数(E_x, E_y)の方向が座標軸(x, y)の方向と一致している場合のものである。

この方法は三個の内孔、横内孔等と有する場合のみならず、さらに多くの孔のある問題も全く同様に取扱うことが可能である。

表-2は三内孔の場合のGreen⁷⁾, Hulbert⁸⁾ならびに著者らによって得られた結果と比較したものである。

これは等方性板内の三個の大きさの等しい内孔が x 軸上に $S_0=S'_0=6.667a$ の間隔で位置している場合に、 y 軸方向の無限遠より半位の引張荷重 $\sigma_y^0=1.0$ が作用したときの右側の内孔および中央の内孔の周縁の応力 $\sigma_\theta, \sigma'_\theta$ と孔の中心角 $\theta=10^\circ$ の等間隔の位置の点について示したものである。これらの結果と比較するとGreenの手えた結果と著者らのものとでは σ_θ ならびに σ'_θ の両方ともほとんど全く一致することが指摘でき、Hulbertの結果では多少の差異が認められる程度である。

図-2は大きさの等しい三個の内孔が x 軸上に $S_0=S'_0=3.0a$ の間隔で位置した場合に y 軸方向の無限遠より $\sigma_y^0=1.0$ が作用した場合の右側および中央の内孔周縁の応力 $\sigma_\theta, \sigma'_\theta$ の分布図である。実線は(1)で与えられるような直交等方性板の場合である。

次に図-3のような純曲げ M をうける梁内に三個の内孔が存在する場合の計算結果の一例で示せば図-4のようである。点線で示したものは一内孔のみが存在する場合のものである。その他の荷重形式ならびに孔形状の結果については講演発表当日に譲る。

次に図-3のような純曲げ M をうける梁内に三個の内孔が存在する場合の計算結果の一例で示せば図-4のようである。

点線で示したものは一内孔のみが存在する場合のものである。その他の荷重形式ならびに孔形状の結果については講演発表当日に譲る。

- 1) 丹羽・小林・平島：土木学会論文報告集，173号
- 2) 丹羽・平島：第25回土木学会講演会 I-77
- 3) 丹羽・平島：昭和46年土木学会関西支部講演会 I-48
- 4) 橋戸口：応用数学力学，1-1, 1-2 (1947)
- 5) Ling：J. Appl. Phys., 19 (1948) p.77
- 6) Haddon：Quart. J. Mech. Appl. Math. vol.20 (1967), p.227
- 7) Green：Proc. Roy. Soc. vol.176 (1940), p.121
- 8) Hulbert：Bulletin 198, Eng. Experiment Station, Ohio State Univ. (1963)

表-2

$\theta = \theta'$	右側の内孔周縁 σ_θ			中央の内孔周縁 σ'_θ		
	Green ⁷⁾	Hulbert ⁸⁾	著者ら	Green ⁷⁾	Hulbert ⁸⁾	著者ら
0°	2.997	2.996	2.995	3.009	3.009	3.009
10°	2.884	2.885	2.883	2.896	2.898	2.896
20°	2.559	2.560	2.558	2.570	2.572	2.570
30°	2.054	2.147	2.054	2.065	2.091	2.065
40°	1.428	1.451	1.428	1.439	1.462	1.439
50°	0.752	0.738	0.752	0.766	0.751	0.765
60°	0.108	0.108	0.109	0.126	0.126	0.126
70°	-0.426	-0.431	-0.426	-0.399	-0.404	-0.399
80°	-0.782	-0.787	-0.781	-0.743	-0.748	-0.743
90°	-0.915	-0.914	-0.914	-0.863	-0.863	-0.863
100°	-0.807	-0.812	-0.807			
110°	-0.473	-0.479	-0.473			
120°	0.047	0.471	0.047			
130°	0.690	0.676	0.690			
140°	1.377	1.402	1.377			
150°	2.024	2.052	2.025			
160°	2.553	2.556	2.553			
170°	2.899	2.900	2.898			
180°	3.019	3.019	3.019			

図-2

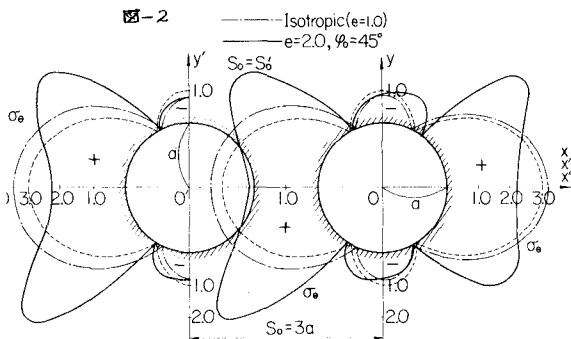


図-3

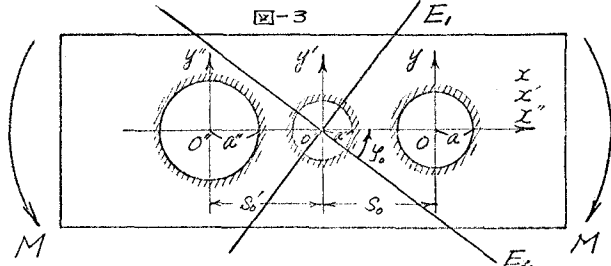


図-4

