

I-7 U字形切欠きを有する半無限板の応力解析

名古屋工業大学 正員 岡林 裕
 “ “ “長谷部宣男

まえがき U字形の切欠きを有する半無限板にいく種類かの外力が作用した平面弾性問題として、また薄リプリーの面外への曲げの問題として応力解析したものである。

U字形の切欠きを有する半無限板の平面弾性問題の解析として清家氏¹⁾の、半た円切欠きを有する半無限板のプリーの曲げの問題の解析として堀谷氏²⁾の論文などが見当るが、その数はあまり多くないようである。

平面弾性問題あるいは薄リプリーの問題として解析しようとする領域が有理関数により単位円に等角写像される場合には、Fredholmの積分方程式を解くことなく閉じた解が得られるので、Schwarz-Christoffelの変換公式を適用してU字形切欠きを有する半無限平面を単位円に等角写像する関数を作り、この関数をもとにして分数式の和の形の有理形の写像関数を作り、これを用いてMuskhelishviliの方法により応力解析したものである。

写像関数 2平面のU字形切欠きを有する半無限平面を単位円に写像する関数は $Z = -ik \int f(s) / (1-s)^2 (1+s)^{1/2} ds$ で表わされる³⁾。ここに $f(s) = \exp \left[\frac{1}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \sin n\beta \cdot s^n \right]$ で β はU字形の底部の丸味に関するパラメーターである。この関数をもとに $\beta = 1.2$ ラジアンに対して一次分数式の和の形の有理形の写像関数を作った。表-1にはこの場合の境界線上の x, y 座標値およびその点での曲率半径の値をU字形の切欠き深さ1.0 (k の値をさうなるように決めた)を基準として示す。

計算結果 平面弾性問題として3種類の、

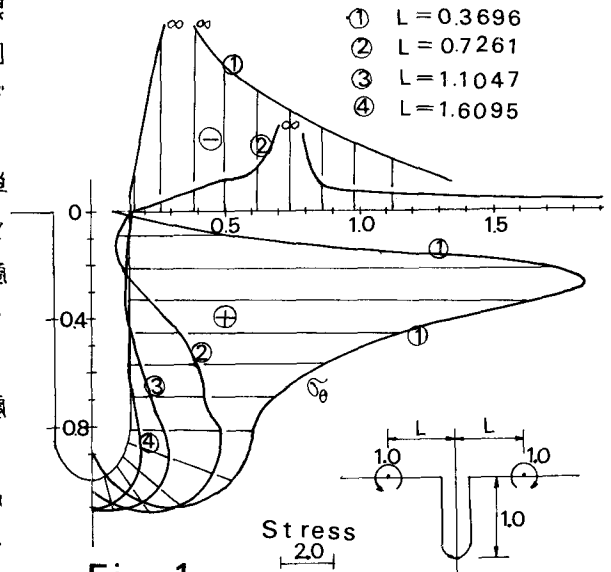


Fig-1

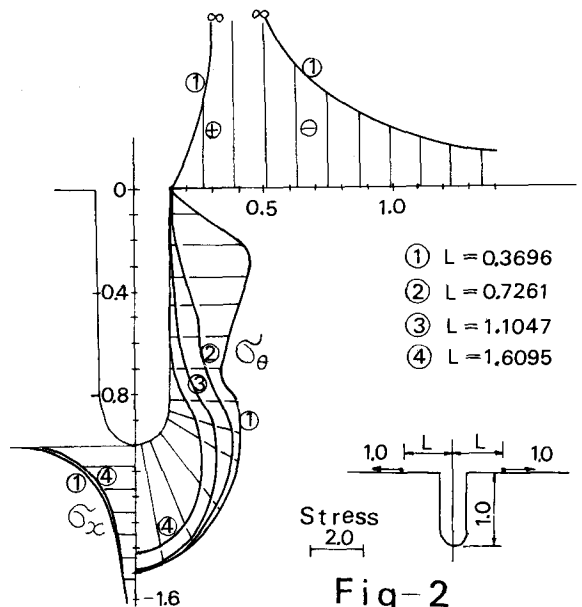


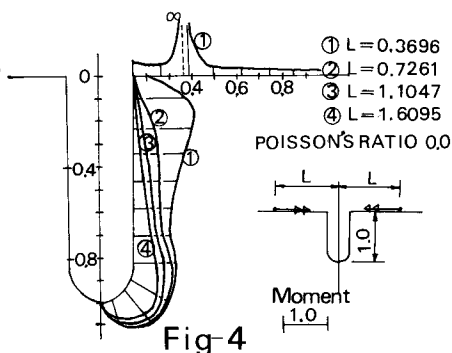
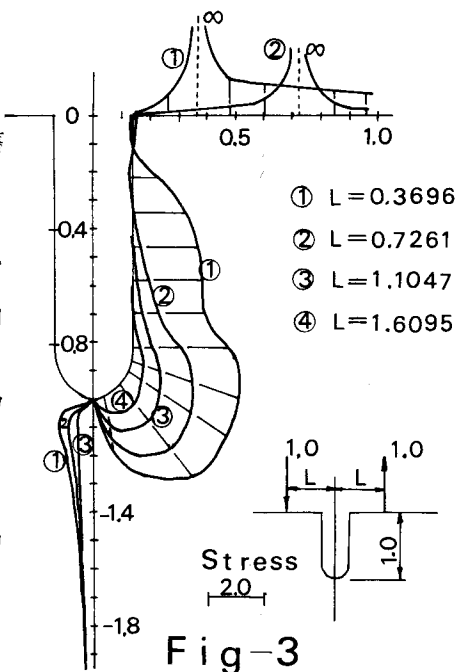
Fig-2

薄いプレートの問題として1種類の外力を考え、

U字形および半無限直線縁の、また対称軸上の応力を計算して示したのが表-1および図-1, 2, 3, 4である。図-1には、大きさ1.0の集中偶力が、対称に作用したときの縁応力 σ_y を4通りの荷重の位置に対して求めてある。荷重の位置 L によってかなり違った応力分布の生ずることがわかる。こゝに L が小さいとき $\frac{1}{4}$ 平面のクサビ状領域に荷重の載荷した状態になり、U字形底部よりもU字形の突起部の2等分線に対して対称な、荷重点に対応するU字形直線縁上に応力集中が生じている。また L が小さいときU字形底部には圧縮応力が生じている。ある大きさの L まではU字形の底より少し離れたところに最大応力が生じている。図-2には、大きさ1.0で引張った場合と同じく4通りの荷重の位置に対して示してある。偶力の場合と同じように L が小さいときの応力分布は、 L の大きいときのそれとかなり違っていていることがわかるが、偶力のときほど極端ではない。最大応力は、U字形の切欠き底に生じている。図-3には、1は引張り、1は圧縮の集中荷重が作用した場合である。U字形の対称軸に対して逆対称荷重であるため切欠き底では当然 $\sigma_y = 0$ であるが、少し離れたところの応力集中の生じていることがわかる。図-4には、ポアソン比0.0の場合、集中偶力1.0で板を面外に曲げた場合に生ずる縁曲げモーメント M_x の分布を示す。表-1には、ポアソン比0.5の場合を示してある。ポアソン比と曲げモーメントの間の関係は、ほぼ直線的な関係にある³⁾ので、ポアソン比0.0から0.5の間の M_x は、比例配分により求めればよい。荷重の位置 L と曲げモーメントの分布については平面弾性問題の場合と同じようなことが考察されるが、平面弾性問題の場合の応力分布が、U字形の直線縁上で符号を変えるのに対して、プレートの場合縁曲げモーメントの符号が変るようなことはない。

表-1 荷重の位置 $L=0.3696$ のときの縁応力

θ	座標		偶力		引張り		圧縮		ポアソン比		曲率半径
	X	Y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	0.0	0.5	
π	0.0	-1.0000	-0.755	4.648	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.105	1.0	
2.90	0.2334	-0.9746	-0.328	4.535	1.877	-0.414	-0.564	-0.111	-	-	
2.80	0.0472	-0.9870	-0.036	4.425	2.552	-0.566	-0.771	-0.116	-	-	
2.40	0.1007	-0.9416	2.191	3.691	4.176	-0.962	-1.289	-0.170	-	-	
2.20	0.1240	-0.8948	3.528	3.207	4.171	-1.008	-1.326	-0.238	-	-	
2.10	0.1333	-0.8614	4.175	2.942	3.943	-0.994	-1.290	-0.295	-	-	
2.00	0.1394	-0.8174	4.712	2.627	3.522	-0.956	-1.215	-0.387	-	-	
1.90	0.1405	-0.7553	4.714	2.114	2.730	-0.868	-1.069	-0.230	1.0		
1.75	0.1406	-0.6025	6.870	2.192	2.403	-0.861	-1.040	-0.323	1.0		
1.65	0.1405	-0.4227	12.036	2.717	2.199	-1.021	-1.192	-0.128	1.0		
1.60	0.1408	-0.2639	16.940	3.082	1.387	-1.287	-1.410	-0.743	1.0		
1.59	0.1406	-0.2153	15.241	2.839	0.829	-1.349	-1.425	-0.106	1.0		
1.58	0.1405	-0.1499	7.728	2.006	-0.012	-1.337	-1.356	-0.119	1.0		
1.575	0.1405	-0.1012	-0.030	0.993	-0.418	-1.161	-1.130	-0.146	1.0		
1.57	0.1405	-0.0778	-0.663	0.053	-0.041	-0.325	-0.216	-0.277	1.0		
1.57	0.1354	-0.0021	-3.144	-0.030	-0.262	-0.277	-0.099	-0.147	1.0		
1.55	0.3696	-0.0021	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	
1.53	0.4650	0.0021	-5.889	-4.494	-1.360	-0.211	-0.099	-0.144	1.0		
1.40	0.8588	0.0	-2.517	-2.945	-0.895	-0.105	-0.055	-0.303	1.0		
1.00	1.8972	0	-0.537	-0.874	-0.211	-0.021	-0.011	-0.830	1.0		
0.60	3.7317	0	-0.133	-0.256	-0.035	-0.003	-0.002	-0.325	1.0		



1) M. Seika, Ing.-Arch. XXVII (1960) PP28

2) S. Shioya, Ing.-Arch. XXIX (1960) PP93

3) 長谷部 土木学会論文報告集 投稿中