

早稲田大学理工学部 正員 神山 一
早稲田大学 大学院 〇学生員 松島 博

1. まえがき コンクリートのねじりせん断応力の解析の方法として、一般に弾性論に基づく Membrane Analogy (L. Prandtl) か、または塑性論に基づく Sand-heap Analogy (A. Nadai) が用いられる。ここでは、破壊時のコンクリートの弾塑性状態を考慮して一種の Modified Membrane Analogy を提案し、これに基づいて各種断面部材のねじりせん断応力度を求める式を示し、この考え方の妥当性と無筋モルタル部材について実験的に検討した。

更に文献による実験資料を用いて、ねじり鉄筋を考慮したGびり発生時と破壊時のねじりせん断応力度を求める実験式を示し、許容ねじりせん断応力度について提案をした。これらの結果を、長方形およびT形断面で、軸鉄筋とスタースラップをもち部材の純ねじり実験によって検討した。

2. Modified Membrane Analogy

コンクリートは弾塑性体であり、ねじりモーメントが加わると、図-1に示すように塑性域(斜線部分)と弾性域(その他の部分)とを生ずる。

弾性域には Membrane Analogy と、塑性域には Sand-heap Analogy を用いるのが適当である。

長方形断面について考えたとき、弾性域ねじりモーメント M_{te} は、

$$M_{te} = k b^2 h (1 - 2\alpha)^3 \cdot \tau, \quad \text{塑性域ねじりモーメント } M_{tp} \text{ は、}$$

$$M_{tp} = \left\{ \frac{b^3}{3} + \frac{1}{2} (h-b) b^2 \right\} \cdot \tau - \left\{ \frac{1}{3} (b-2\alpha b)^3 + \frac{1}{2} \{ h-2\alpha h - (b-2\alpha b)(b-2\alpha b) \} \right\} \cdot \tau \quad \text{従って、}$$

$$M_t = M_{te} + M_{tp} = \left\{ \frac{1}{6} (1-\beta) (3-b/h) + k\beta \right\} b^2 h \tau \quad (1)$$

ここで、 $\beta = (1-2\alpha)^3$ 、 $k = h/b$ 比で決まる係数

L. T. I形断面部材においては、ねじりモーメントは、

$$M_t = \left\{ \Sigma \left\{ \frac{1}{6} (1-\beta) (3-b/h) + k\beta \right\} b^2 h \right\} + X \cdot a D^2 / b_o \cdot \tau \quad (2)$$

b_o : ウェブ幅 $a = 0.094 + 0.070 r_t / t$ r_t : 要素長方形接合部ハンチ半径

t : フランジ厚さ D : 接合部の最大内接円直径

従って、長方形、L. T. I形断面についてねじりせん断応力度を示す次の一般式が得られる。

$$\tau = M_t / \Sigma \left\{ \left\{ \frac{1}{6} (1-\beta) (3-b/h) + k\beta \right\} b^2 h \right\} + X \cdot a D^2 / b_o \quad (3)$$

X : 長方形 0. L. T形 1.0. I形 2.0 塑性の影響は断面形状によ

り異なるから、図-1の α の値はコンクリートの塑性と部材断面形状によって定まる。実験結果を参照すれば、 α に従って β は表のようになるとし、式(3)は

$$\tau = M_t / \left\{ \Sigma \left\{ \left(\frac{l-m}{b_o} \right) b^2 h \right\} + X \cdot a D^2 / b_o \right\} \quad (4)$$

となる。 l, m の値は表に示す。

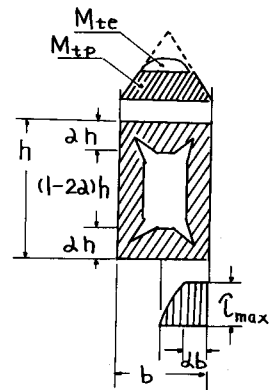


図-1. ねじりによる弾塑性状態

b/b_o	1	2	3	4	5
α	0.150	0.125	0.100	0.075	0.050
β	0.343	0.422	0.512	0.614	0.729
l	0.417	0.397	0.375	0.350	0.324
m	0.110	0.096	0.081	0.064	0.045

3. 見かけのねじりせん断応力度 T.T.C.Hsu¹⁾, K.T.S.R.Iengar²⁾の実験資料を用い、式(4)によってひびく水発生時および破壊時の見かけのねじりせん断応力度を求めて、こゝらとグラフで示せば図-2~5の通りである。ここで、次の記号を用いた。

τ_c, τ_u : ひびく水発生時および破壊時の見かけのねじりせん断応力度 (kg/cm^2)

r, σ_{sy} : スターラップ比と、スターラップの降伏点応力度 (kg/cm^2)

σ_{tu} : コンクリートの引張強度 (kg/cm^2)

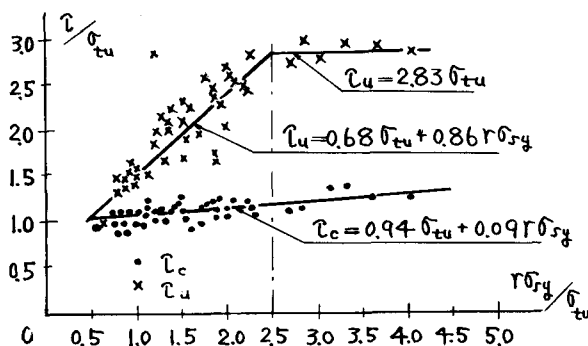


図-2. τ_c, τ_u 曲線 ($m=1.0$)

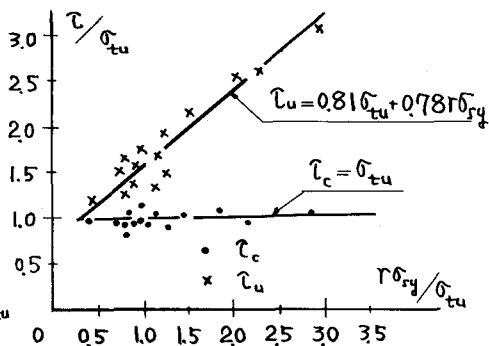


図-3. τ_c, τ_u 曲線 ($m=1.5 \sim 3.0$)

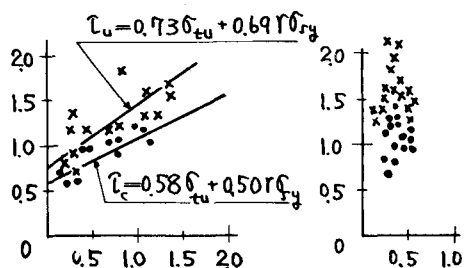


図-4. τ_c, τ_u 曲線 ($m=3 \sim 7$)

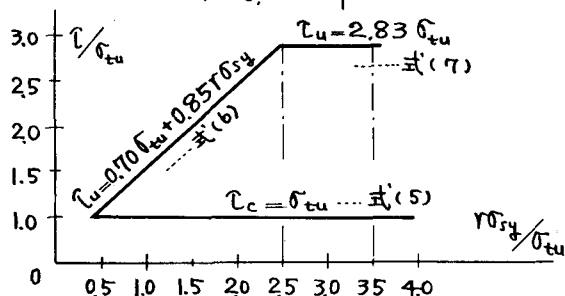


図-5. ($m=8 \sim 10$)

図-6. τ_c, τ_u 曲線と実験式 ($m=0.5 \sim 7.0$)

図-2, 3, 4 から明らかなように、 $\tau_c/\sigma_{tu} - r\sigma_{sy}/\sigma_{tu}$, $\tau_u/\sigma_{tu} - r\sigma_{sy}/\sigma_{tu}$ 曲線は、 m (軸鉄筋比とスターラップ比) の値にかかわらず一定である。このことは、スターラップ比と等しい鉄筋比をもつものと比較した場合、こゝ以上軸鉄筋を増してもねじり強度は大きくならないことを示す。そこで、平均的な曲線を示して実験式を求めれば図-6の通りである。

4. Modified Membrane Analogy の実験的検討 この考え方の妥当性を確認するために、無筋モルタル部材の純ねじり実験を行った。

(1) 試験体の断面形状、寸法を図-7に表に示す。

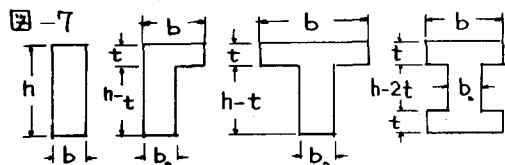


図-7

R	1	$b=5$	$h=5$	T	1	$b_0=5$	$b=10$
	2		$v=10$		2	$v=15$	$v=15$
	3		$v=15$		3	$t=4$	$v=20$
	4		$v=20$		4	$h=15$	$v=25$
	5		$v=25$				
L	1	$b_0=5$	$b=12.5$	I	1	$b_0=5$	$b=10$
	2	$t=4$	$v=15.0$		2	$t=4$	$v=15$
	3		$v=17.5$		3	$h=15$	$v=20$
	4	$h=15$	$v=20.0$		4		$v=25$

(単位: cm)

(2) 実験結果およびその検討

モルタルはその塑性性質がコンクリートと少し異なるので、右表の値を用いて見かけの最大ねじりせん断応力度を検討した。

$\tau_{\max}$ と求め、これを τ_{tu} と比較すれば下表に示す通りである。

b/b_0	1	2	3	4	5
α	0.250	0.210	0.170	0.130	0.100
β	0.125	0.195	0.288	0.405	0.512
ℓ	0.468	0.450	0.427	0.397	0.369
m	0.146	0.134	0.119	0.099	0.081

	R-1	R-2	R-3	R-4	R-5
$M_{tu}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	1630	3570	5860	7850	10020
$\tau_{\max}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	40.5	36.3	36.9	36.4	36.5
$\tau_{\max}/\tau_{tu}$	1.16	1.04	1.05	1.04	1.04

	T-1	T-2	T-3	T-4
$M_{tu}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	7890	8720	8950	9440
$\tau_{\max}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	41.9	40.5	38.0	37.5
$\tau_{\max}/\tau_{tu}$	1.20	1.16	1.09	1.07

	L-1	L-2	L-3	L-4
$M_{tu}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	7160	7510	7930	8190
$\tau_{\max}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	35.8	35.3	35.5	35.2
$\tau_{\max}/\tau_{tu}$	1.02	1.01	1.01	1.01

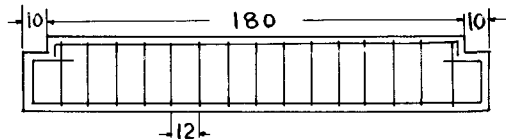
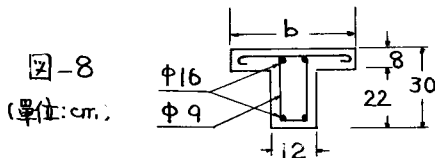
	I-1	I-2	I-3	I-4
$M_{tu}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	9200	10810	12620	14040
$\tau_{\max}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	41.0	37.9	37.8	37.4
$\tau_{\max}/\tau_{tu}$	1.17	1.08	1.08	1.07

弾性論はねじりせん断応力度を過大評価し、一方塑性論は過小評価する。これに対して、ここで提案した Modified Membrane Analogy によれば、表に示すように各種断面を通じて $\tau_{\max}/\tau_{tu}$ の値はほぼ1.0に等しい。即ち、破壊条件として最大応力説をとったときの見かけのねじりせん断応力度を適正に評価し得る。

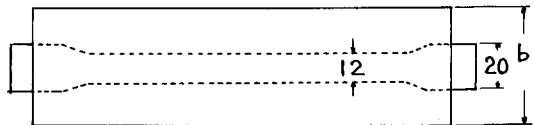
5. 見かけのねじりせん断応力度実験式の検討

次の実験によって、図-6に示した実験式を検討した。

(1) 実験の概要 次に示す試験体を用いて純ねじり実験を行った。



	A (RC)	B ()	C ()	D ()	E (無筋)
$b(\text{cm})$	48	36	24	12	12



(2) 実験結果の検討 式(4)および

式(5)、(6)を用いて τ_c と τ_u を求めれば表の通りである。ここで、①②と③④の値は試験体A、Bの τ_c の場合と除けば概ね1.0に等しい。試験体AとBの τ_c では約1.30であるが、これはひびく水発生の確認と目視によったため、その発見が遅れて M_{tc} (ひびく水発生ねじりモーメント)

	A	B	C	D	E
$\tau_{cr}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	423	446	339	359	420
$\tau_{tu}(\text{)}$	32.8	33.0	30.1	32.3	33.0
$p_l(\%)$	1.24	1.45	1.76	2.23	0
$m = p_l/r$	1.23	1.44	1.74	2.21	—
$r(\%)$	1.01	1.01	1.01	1.01	0
$\tau_{sy}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	29.3	29.3	29.3	29.3	0

(次頁の表に続く)

ント)を過大に評価したためと思はれる。
 このことから、T.T.C.Hsu, K.T.S.
 R.Iengarらの長方形断面R.C部材につ
 いての実験データから導いた実験式(5)お
 よび(6)は、長方形断面ばかりではなく、
 T形断面R.C部材に対しても、それぞれ
 ひびく発生時と破壊時のねじりせん断
 応力度とほぼ適正に評価し得ることが確
 かめられた。

$M_{tc} (t \cdot m)$		0.95	0.90	0.63	0.58	0.55
$M_{tu} (t \cdot m)$		1.10	1.00	0.95	0.86	0.55
τ_c ($\frac{kg}{cm^2}$)	M_{tc} を用い 式(4) ①	42.6	43.6	34.1	36.0	34.1
	式(5) ②	32.8	33.0	30.1	32.3	32.3
τ_u ($\frac{kg}{cm^2}$)	①/②	1.30	1.32	1.13	1.11	1.06
	M_{tu} を用い 式(4) ③	49.3	48.5	51.5	53.4	—
	式(6) ④	47.9	48.0	46.0	47.5	—
③/④		1.03	1.01	1.12	1.12	—

b. 許容ねじりせん断応力度 ねじり破壊に対しては、強度と変形能力の両面から考えて
 安全率と4.0にとる必要があるが、このとき許容ねじりせん断応力度は次式で示される。

$$\tau_{ta} = \tau_u / 4 = 0.18 \sigma_{tu} + 0.22 r \sigma_{sy} \quad (8)$$

例えは前述5.の実験では、 $\sigma_{tu} = 32.2 \frac{kg}{cm^2}$ 、 $r \sigma_{sy} = 29.3 \frac{kg}{cm^2}$ であるから $\tau_{ta} = 12 \frac{kg}{cm^2}$
 となる。この値は、ひびく発生時のねじりせん断応力度よりも遙かに小さい。

式(8)は、 r (スターラジア比)と同等以上の鉄筋比をもつ軸鉄筋がともに配置された部材に適用す
 る。

7. 結 論

(1) Modified Membrane Analogy の考え方に従えば、長方形、L、TおよびI形断面と
 もつコンクリートのねじりせん断応力度は次式で与えられる、この値はその引張強度にほぼ等しい。

$$\tau = M_t / \{ (l - m b/h) b^2 h \} + X \cdot a D^4 / b \quad (9)$$

式中の記号の意味および l , m の値は前に示した通りである。

(2) ひびく発生時および破壊時の見かけのねじりせん断応力度は、 $\sigma_{cr} = 200 \sim 450 \frac{kg}{cm^2}$
 である $m = 0.5 \sim 7.0$ のとき、長方形およびT形断面部材について、次のように示される。

$$\tau_c = \sigma_{tu} \quad (5)$$

$$\tau_u = 0.70 \sigma_{tu} + 0.85 r \sigma_{sy} \quad (r \sigma_{sy} \leq 2.5 \sigma_{tu}) \quad (6)$$

$$\tau_u = 2.83 \sigma_{tu} \quad (2.5 \sigma_{tu} < r \sigma_{sy}) \quad (7)$$

(3) スターラジア比と等しい軸鉄筋比をもつR.C部材に対して、それ以上軸鉄筋を増しても、ねじ
 り強度は増加しない。

(4) 破壊強度と変形能力とを考えて安全率と4.0にとり、許容ねじりせん断応力度は次式で示される。

$$\tau_{ta} = 0.18 \sigma_{tu} + 0.22 r \sigma_{sy} \quad (8)$$

8. 参考文献

1) T.T.C.Hsu, "Torsion of Structural Concrete—Beha-
 vior of Reinforced Rectangular Members," Torsion of Structural Concrete,
 pp.261~306, SP 18, A.C.I., Detroit, 1968.

2) K.T.S.R.IYENGAR and B.V.KANGAN, "Strength and Stiffness of
 Reinforced Concrete Beams Under Combined Bending and Torsion," Torsion
 of Structural Concrete, pp.403~440.