

まえがき ^{1,2,3等)} 鉄筋コンクリート構造の経済設計は、過去25年以上にわたって多くの研究がなされてきたが、それらのほとんどがコンクリート断面の寸法を既知と仮定して、最少鉄筋量を求める手法を取っている。本文では断面寸法に単位幅(12 in)をとり、断面の終局曲げ強度と最適費用および重量の関係を求め、構造物の崩壊機構の平衡条件を制限式として最小費用を与える数値解を、線型計画のシンプレックス法を用いて求める手法を述べ、これの連続ばりへの応用を示したものである。

最適設計の手法 最適問題をHadleyにしたがって「変数が独立かまたわある制限式として互に関連している時、一つあるいはそれ以上の変数からなる目的数値関数の最大または最小を求める問題⁴⁾と定義すると、構造物の最適費用設計は、次の一般式で表わされる。

$$F(X) = F(x_1, \dots, x_m) ; \text{ 最小にすべき目的費用関数}$$

$$g_j(X) = g_j(x_1, \dots, x_m) ; \text{ 構造物の挙動, 設計条件, 施工条件などから決まる制限式}$$

ここに $j = 1, \dots, m, m \geq n, X = \{x_1, \dots, x_m\}$; 求めるべき設計変数

すなわち問題は、制限不等式 $g_j(X) \geq 0$ を満足し、かつ全体費用 $F(X)$ を最小にする変数 $X = \{x_i\}$ を求めることとなる。棒状部材からなる構造物の目的関数 F_{co} は、単位部材長の費用を CO_i 、部材長を l_i とすると、 $F_{co} = \sum CO_i \cdot l_i$ で表わされる。一方終局モーメント M_{ui} と単位部材長の重量 WT および単位部材長の費用 CO との関係は、複鉄筋長方形断面にたいして次式で表わされる。

$$M_u = \{0.1318(10^6)f_c^2 + 0.1239(10^2)P/P - 0.305(10^4)\}(WT)^{2.338} \text{ in kip-ft}$$

$$M_u = \{[-5.65(P/P)^2 + 2.875(P/P) + 0.866]f_y(10^4) + 0.216(10^2)(P/P)^2 - 0.149(10^2)(P/P) + 0.853\}(CO - 0.88)^{2.06} \text{ in kip-ft}$$

同様の関係を単鉄筋長方形およびT形断面についても求めてある。図-1-2に $M_u - WT$ および $M_u - CO$ 関係の一例を示す。 $M_u - CO$ 関係を部分線型化して目的関数は

$$F'_{co} = \sum M_{ui} \cdot l_i \text{ で表わされ, 一般式は}$$

$$[w_i][M_{ui}] + [F'_{co}] = 0 \text{ となる。}$$

ここに、 w_i は定数。一方構造物の崩壊機構の平衡条件から制限式を求めると、一般式は次によって表わされる。

$$[a_{ji}][M_{ui}] + [r_j] \geq 0$$

ここに a_{ji}, r_j は定数。電算機の利用に適している線型計画のシンプレックス法を用いると、シンプレックスタブローは次のようになり、これを解いて最適解がえられる⁴⁾。

a_{j1}	r_{j1}
$I_{1 \times 1}$	0^*
$w_{1 \times 1}$	0^*

	$M_{ui \times 1}$
	F'_{co}

ORIGINAL TABLEAU

FINAL TABLEAU

ここに $I_{i \times i}$ は単位マトリクス、* は抱標列を示す。

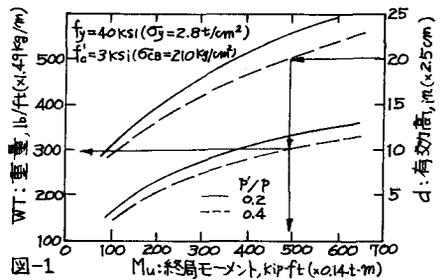


図-1

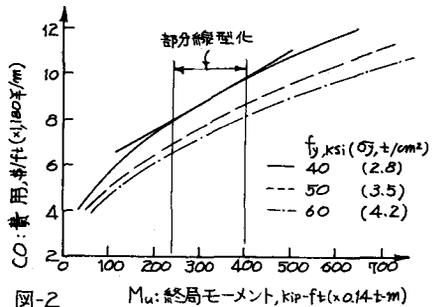


図-2

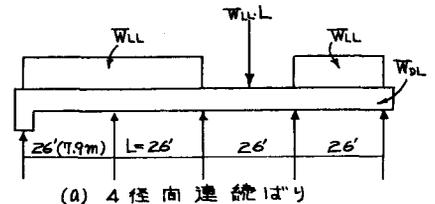
連続ばりへの適用 図-3(a)に示す連続ばりにおいて、断面の終局基抗モーメントを M_{u1}, M_{u2}, M_{u3} とする。 M_{u1} および M_{u3} に対しては複鉄筋長方形を、また M_{u2} に対しては床版を含めて丁形断面として扱う。 $p'/p = 0.2$ としはり高 h を支向の $1/10$ として $d = 22$ inを仮定し、図-1より $WT = 320$ 。一方 $b = 13$ inとすると、 $b = 13$ inとなり $WT = 320 \times 13 / 12 = 345$ lbs/ft。また $t = 3$ inとすると床版による重量は910 lbs/ft。従って死荷重は1225となり、これに荷重係数1.5を適用すると終局死荷重 W_{DL} は、1885 lbs/ftとなる。一方終局活荷重 W_{LL} は、荷重係数1.8として2340 lbs/ftとする。図-3(b)の崩壊機構から、制限式を求めると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0.414 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{u1} \\ M_{u2} \\ M_{u3} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 0.398 \\ 0.1215 \end{bmatrix}$$

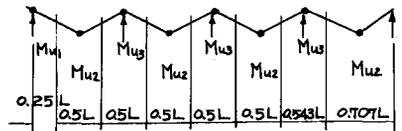
また目的関数は、次式で表わされる。

$$F_{co} = 0.25 M_{u1} + 2.207 M_{u2} + 1.543 M_{u3}$$

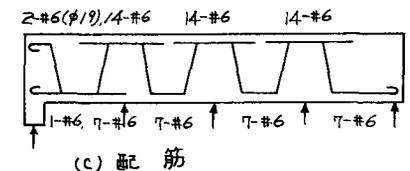
ここに $M_{u1} = M_{u1} / (W_{DL} + W_{LL}) L^2$, $i = 1, 2, 3$ 。シンプレックス法によって最適解を求めると、 $M_{u1} = 54$, $M_{u2} = 181$, $M_{u3} = 355$ kip-ftとなる。 $M_{u3} = 355$ は、 $b = 12$ inに対しては図-1より $WT_{opt} = 293$ lbs/ft、 $b = 13$ inに対しては $293 \times 13 / 12 = 318$ で、初め仮定した345 lbs/ftに充分近い値となり、図-1より最適有効高 $d_{opt} = 22$ inが求まる。 M_{u1}, M_{u2}, M_{u3} を持つ断面に対して鉄筋量を求めると、配筋は図-3(c)のようである。



(a) 4径面連続ばり



(b) 崩壊機構



(c) 配筋

なおここでは、断面の回転容量を考慮していないが、Berwanger⁷⁾によって提案された方法などによつて、これを検討することができる。

むすび 部材の終局曲げ強度に着目し、構造物の崩壊機構の平衡条件を制限式とした最適設計の一手法とこれの連続ばりへの適用を示したが、設計例からわかるとおりこの方法は近似解を与えるものである。すなわちその解は、最も経済的な設計の指標を示し、与えられた設計を受けいれるかどうかを決定する際の判断の目安となる。なお設計計算はACI Building Code (318-63)に準拠した。本研究の遂行を支援して下さいた関係各位ならびに直接指導いただいたC. Berwanger 教授(Univ. of Ottawa, Dept. of Civil Engrg., Ottawa, Ontario, Canada)に深甚なる謝意を表します。

参考文献

1. Cochrane, N. J. "Economics of Reinforced-Concrete Sections," J. Inst. of Civil Engrg., v. 24, Jan. 1945, pp 155-159.
2. Norman, D. F. "Economic Aspects in the Design of Some Reinforced Concrete Structural Members," ACI, J. Vol. 1, No. 4, Apr. 1964, pp 419-440.
3. Cothran, M. Z. & Grierson, D. E. "Optimal Design of Reinforced Beams and Frames," Final Report, 8th Congress, IABSE, Sept. 1968, New York, pp 215-226.
4. Hadley, G. "Nonlinear and Dynamic Programming," Addison-Wesley Publishing Co. Inc., Reading, Massachusetts, 1964, 484 pages.
5. Fujii, T. "Application of Minimum Weight Design Technique to Reinforced Concrete," Report presented to Univ. of Ottawa, Ont., Canada, Jan. 1969.
6. Rubinstem, M. F. & Karagozian, J. "Building Design Using Linear Programming," J. Struct. Div., ASCE, V. 92, ST6, Dec. 1966, pp 223-245.
7. Berwanger, Carl, "Limit Design by Successive Moment Distribution," J. Struct. Div., ASCE, V. 92, ST1, Feb. 1966, pp 405-430.