

宮崎大学工学部 正員 藤 瀬 勉
宮崎大学工学部 正員 太 田 俊 昭

1. まえがき 周知のごとく、鉄筋コンクリート桁の非線形特性に関する研究は数多く、桁の破壊に関するものとしては Lint¹⁾, Leonhardt²⁾, Kani³⁾ および Fenwick⁴⁾ などがある。しかしながら鉄筋コンクリート桁の挙動が、鉄筋とコンクリートの量的組み合わせに加えて、弾性と塑性の程度、さらには、コンクリートの粘性現象および亀裂効果などにも複雑微妙に関連するため、その厳密な解析は難しく、今日のところ上述の諸要素とすべて網羅した一般理論解析は、未だ完成されてはいない。

本論文は、その基礎段階として、R. C. 桁の粘弾塑性理論解析を提示したもので、まず、コンクリートの粘弾塑性を考慮した応力ひずみ曲線式を理論的に誘導し、その諸定数と実験的に求め、ついでこれを基にして任意の応力状態に一貫して適用可能な、曲げモーメントと曲率の算定式を導き、そのプログラムを製作し Computer を用いて、過大荷重を受ける、鉄筋コンクリート片持ばりあるいは単純ばりの亀裂を伴う破壊挙動を自動的に追跡解明しようごとく試みたものである。

2. コンクリートの応力ひずみ曲線の特性 一般に、コンクリートの圧縮ひずみ ϵ は、圧縮応力 σ の指数関数 $\epsilon = A\sigma^n$ (A : 定数) で表わされ、しかも A および n 値はある応力の範囲では、一定値となるので、これを両対数グラフで表示すれば図-1 のごとき折線となる。明らかに屈折点 A が特性の変化点と考えられるゆえ、ここを以て図-1 の OA 部、AB 部、BC 部とそれぞれ弾性、弾塑性および塑性領域と呼び、それぞれのヤング率 E , μE および $\frac{1}{\psi} E$ と仮定する。

3. 応力ひずみ曲線式 一般にコンクリート材質の特性は、弾性、塑性および粘性の3要素で構成されると考えられ、弾性、弾塑性および塑性に起因する応力ひずみは式(1)の(i)式で、粘性に起因するそれは Whitney の法則より式(1)の(ii)式で関係づけられる。

$$\sigma = \mu E \epsilon \quad \text{--- (i)} \quad \sigma = \frac{1}{\psi} E \frac{d\epsilon}{dt} \quad \text{--- (ii)} \quad \text{--- (1)}$$

(AE: μ : 弾性率, $\frac{1}{\psi}$: 粘性係数, t : 時間)

一方、実験的に初期弾性領域では弾性と粘性が、その他の領域では弾性と塑性および粘性が支配的であることが推定されるので、各領域ではこれらを組み合わせて応力ひずみ曲線式を誘導する。そこでコンクリートの材質を図-2 に示すようにバネ定数 μE のスプリングの部分とダッシュポットの部分とよりなる1種の Maxwell 要素型の力学的モデルで表わせば、バネに生ずるひずみ ϵ_1 およびダッシュポットに生ずるひずみ ϵ_2 はそれぞれ式(2)より

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma}{\mu E} \quad \text{--- (2)} \quad \epsilon_2 = \int \psi \sigma dt \quad \text{--- (3)}$$

明らかに全ひずみ ϵ は ϵ_1 と ϵ_2 の和で与えられるゆえ結局次式となる。

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \frac{\sigma}{\mu E} + \int \psi \sigma dt \quad \text{--- (4)}$$

ここで、 $\bar{E} = \mu E$ とおいて上式を変形すれば

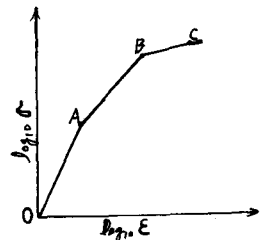
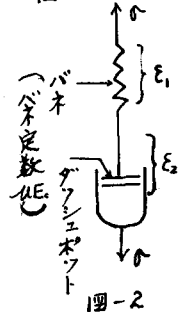


図-1



$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \psi \sigma \quad \text{----- (5)}$$

式(5)を解き、結果を演算可能形式に改めれば結局次式がえられる。

$$(i) \text{ 初期弾性領域の応力 } \sigma_i = E(1 - \frac{\alpha}{2})\epsilon_i + \{\sigma_{i-1} - E\epsilon_{i-1}(1 + \frac{\alpha}{2})\}e^{-\alpha} \quad \text{----- (6)}$$

$$(ii) \text{ その他の領域の応力 } \sigma_i = E(1 - \frac{\alpha}{2})\epsilon_i + \{\sigma_{i-1} - E\epsilon_{i-1}(1 + \frac{\alpha}{2})\}e^{-\alpha} \quad \text{----- (7)}$$

(E : E , $\alpha = E\psi t_0$, $\sigma = E\psi t_0$, $E = \mu E$, ϵ_i : i 時刻の応力とす、 t_0 :時間間隔)

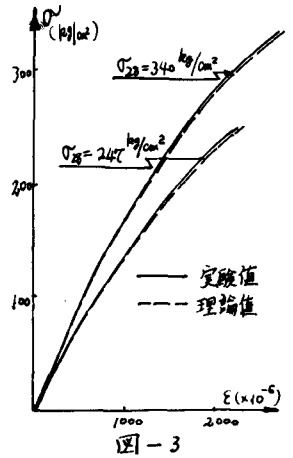
ここに式(4),(7)の μ , α 値は、実験値を用いて最小自乗法より次の式で定めらる。

$$\mu = \frac{E_n - \sigma_n/E}{\left\{ \frac{E_n}{2} + \epsilon_{n-1}e^{-\alpha} + \epsilon_{n-2}e^{-2\alpha} + \dots + \epsilon_1 e^{-(n-1)\alpha} \right\}} \quad \text{----- (8)}$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i \beta_i}{\sum_{i=1}^n \beta_i^2} \quad \text{----- (9)}$$

(E : E , $\beta_i = \epsilon_i - \epsilon_{i-1}$, $\beta_i = E(\epsilon_i - \epsilon_{i-1}) - \sigma_{i-1}\alpha$)

以上の諸式を用いて $\sigma = 247, 340 \text{ kg/cm}^2$ の応力 $\sim$ ひずみ曲線図と求め、実験結果と比較すれば図-3のとおりである。



3. 曲率およびモーメントの算定 前節の算定結果より時刻 t のコンクリートの応力 $\sim$ ひずみ曲線は、一般に次のように表わされる。

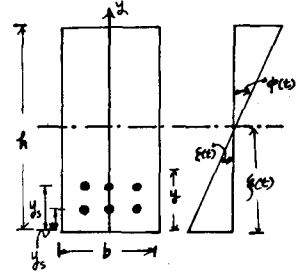
$$\sigma(t) = v_c(t)\epsilon(t) + f_c(\epsilon(t)) \quad \text{----- (10)}$$

(E : E , $v_c(t)$:コンクリートのヤング率, $f_c(\epsilon(t))$:補正係数)

一方、鉄筋の応力 $\sim$ ひずみ曲線は文献(4)より

$$\sigma(t) = v_s(t)\epsilon(t) + f_s(\epsilon(t)) \quad \text{----- (11)}$$

(E : E , $v_s(t)$:鉄筋のヤング率, $f_s(\epsilon(t))$:補正係数)



断面に働くモーメントを $M(t)$ とすれば、平衡条件式より次の式が成立する。

$$M(t) = -\int_{A_0} \sigma(t) y dA_0 \quad 0 = -\int_{A_0} \sigma(t) dA_0 \quad \text{----- (12)}$$

(E : E , A_0 :断面積, y :下縁からの距離, y_s :鉄筋の位置と表わす)

ここで中立軸の位置を $\xi(t)$ とすれば、曲率 $\phi(t)$ を用いてひずみ $\epsilon(t)$ が次のようにえられる。

$$\epsilon(t) = \phi(t)(\xi(t) - y) \quad \text{----- (13)}$$

式(12)に式(10), (11)および(13)を代入して整理すれば

$$M(t) = -\phi(t)\xi(t) \int_{A_0} v_j(t) y dA_0 + \phi(t) \int_{A_0} v_j(t) y^2 dA_0 - \int_{A_0} f_j(\epsilon(t)) y dA_0 \quad \text{----- (14)}$$

$$0 = -\phi(t)\xi(t) \int_{A_0} v_j(t) dA_0 + \phi(t) \int_{A_0} v_j(t) y dA_0 - \int_{A_0} f_j(\epsilon(t)) dA_0 \quad \text{----- (15)}$$

(E : E , j は c あるいは s とすればコンクリートおよび鉄筋を意味する)

式(14), (15)より $\phi(t)$, $\xi(t)$ と消去したうえで $\phi(t)$ と求めれば次のようにえられる。

$$\frac{-\int_{A_0} v_j(t) y dA_0}{\int_{A_0} v_j(t) dA_0} \left\{ \phi(t) \int_{A_0} v_j(t) y dA_0 - \int_{A_0} f_j(\epsilon(t)) y dA_0 \right\} + \phi(t) \int_{A_0} v_j(t) y^2 dA_0 - \int_{A_0} f_j(\epsilon(t)) y dA_0 = M(t)$$

よって所求の曲率算定式は次式で求められる。

$$\phi(t) = \frac{M(t) + \int_{A_0} f_j(\epsilon(t)) y dA_0 - \omega k \int_{A_0} f_j(\epsilon(t)) dA_0}{\int_{A_0} v_j(t) y^2 dA_0 - \omega k \int_{A_0} v_j(t) y dA_0} \quad \text{----- (16)}$$

$$(F(t) \cdot u = \int_A \sigma_j(t) \cdot dA_0 / h \cdot \int_A \sigma_j(t) \cdot dA_0)$$

4. R.C.桁の解析 いま曲げモーメント $M(t)$ と受ける R.C. 桁について考察する。すなわち文献(4)より桁に与えられる補正エネルギーは次式で与えられる。

$$C(t) = \int \phi(t) \cdot dM(t) \cdot dS \text{ ----- (17)}$$

いま、桁に与えらる一般力を $F(t)$ とし、それに対応する変形成分を $u(t)$ とすれば、Complementary Minimum principle より次式が成立する。

$$u(t) = \frac{\partial C(t)}{\partial F(t)} = \frac{\partial C(t)}{\partial M(t)} \cdot \frac{\partial M(t)}{\partial F(t)} = \int_S \phi(t) \cdot \frac{\partial M(t)}{\partial F(t)} \cdot dS \text{ ----- (18)}$$

一方、桁の作用点の曲げモーメント $M(t)$ は外力 $P_i(t)$ ($i=1, 2, \dots$) によって一般に次のように与えられる。

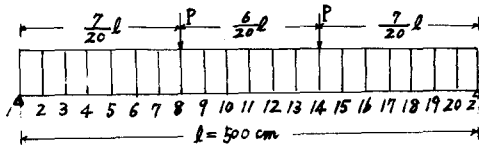
$$M(t) = \sum \lambda_i P_i(t) + (1 - \frac{\lambda}{2}) M_0^B(t) - \frac{\lambda}{2} M_0^A(t) \text{ ----- (19) (ただし } M_0^A, M_0^B \text{ は桁端 } A, B \text{ の不静定モーメント)}$$

式(19)において、 $F(t) = P_i(t)$ とし、式(19)を用いれば、変形成分 $u_i(t)$ が次のように与えられる。

$$u_i(t) = \int_S \phi(t) \cdot \lambda_i dS \text{ ----- (20)}$$

上記の誘導諸式を用いれば、R.C. 桁の応力ならびに変形の解析が可能となる。すなわち与えられた荷重 $P_i(t)$ による曲げモーメントが式(19)で、これに対応する曲率が式(18)でそれぞれ与えられるゆえ、式(20)より所望の変形を決定することが出来る。図-6および図-7はいづれも図-5の R.C. 単純桁について解析した結果を示したものである。

5. 結び 本研究により、純曲げと受ける R.C. 桁の粘弾塑性解析理論が確立されたが、本法によれば曲げと軸力と受ける一般の載荷条件に対して式(19)の式形を変えただけで、全く同一手法によって取り扱いがとく、したがって R.S. コンクリート桁の粘弾塑性解析も可能となる。これについては後日報告する予定である



$A_g/A_c = 0.01$ $E_c = 2.634 \times 10^5 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ $\mu_1 = 0.830$
 $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ $\mu_2 = 0.390$
 $\sigma_0 = 3.121 \times 10^2 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ $\alpha = 0.026$ $\gamma_s = 4 \text{ cm}$
 M_0 : 下縁応力が 0.06% となるモーメント値。

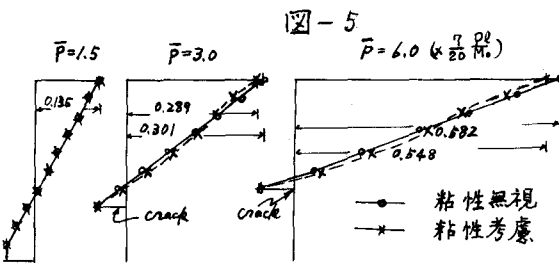


図-6 応力分布図

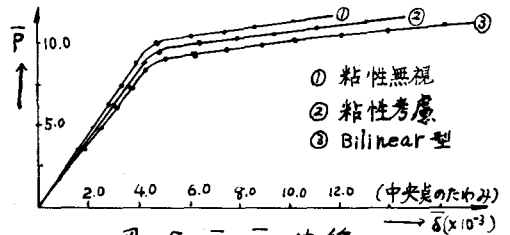


図-7 $\bar{P}-\delta$ 曲線

(参考文献)

- ① Lint: Jour. of the A.C.I. June 1955
- ② Leonhardt: Beton und stahlbetonbau. Februar 1962
- ③ Kani: Jour. of the A.C.I. April 1964
- ④ Fenwick: proc. of the ASCE, Oct. 1968
- ⑤ 大田藤瀬 編著: 土木学会西部支部研究発表論文集 S45.2.25
- ⑥ 大田藤瀬, 岡能詩: " "