

V-5 鉄筋付着強度試験における付着応力の分布に関する理論的研究

室蘭工業大学 正員 能町純雄

同 同 ○ 松岡健一

1. まえがき

鉄筋とコンクリートの付着強度試験方法としては、ASTM規格による引抜法、梁の曲げによる方法、両引試験法等があり、これらにもとづいた付着強度の実験研究に関する論文は数多く発表されている⁽¹⁾。しかしこれらの試験法における鉄筋とコンクリートとの付着面の付着応力の分布を理論的に解析した研究としては、わずかにK.R. Paultie等の研究⁽²⁾、S.T.A. Ödmanの開究等があるにすぎない。

本研究は、この問題の理論解析の基礎的なものとして、コンクリート円柱内部に同心円状に鉄筋を埋め込んだ場合の、鉄筋とコンクリートとの付着応力の分布を三次元弾性問題として解析を試みたものである。最後に数値解析例として、両引法について、コンクリート円柱径と鉄筋径の比、鉄筋径と埋め込み長さの比を変えたときの付着応力分布を計算した。

2. 軸対称問題の基本解

三次元軸対称応力問題については、Fourier-Hankel変換による基本解が、著者の一人(能町)によりすでに発表されている⁽³⁾ので、ここではその概要を述べ結果を記す。三次元軸対称応力問題のカウツリ公式は

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

また、 u, w を r, z 方向の変位とすると、

$$(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z) = 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r}, \frac{u}{r}, \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \lambda (e, e, e) \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (4)$$

$$e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

(1), (2) 式に、それぞれ $H_1(\xi r) \cos Nz, H_0(\xi r) \sin Nz$ による Fourier-Hankel 変換を、(3) (4) 式の関係も用いて行ない、得られた2つ式から、変位 u, w の Fourier-Hankel 変換された値を求め、これを逆変換することにより、最終的に次の結果がえられる。

$$\begin{aligned} u_1 = & \frac{a\phi}{\xi^2 - a^2} \left\{ \left(\frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right) A_0 - \left(\frac{r}{\xi} - \frac{\xi}{r} \right) A_0' \right\} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \left[\left\{ G^{(0)}(Nr) + \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} F^{(0)}(Nr) \right\} A_n + \left\{ G^{(0)}(Nr) + \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} F^{(0)}(Nr) \right\} A_n' + \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} \{ F^{(0)}(Nr) B_n + F^{(0)}(Nr) B_n' \} \right] \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_i(\xi r)}{\phi_i^2} \left[\left\{ \frac{\lambda}{2\mu + \lambda} \Phi^{(0)}(\xi, z) - \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} (\Phi^{(0)}(\xi, z) - \Psi^{(0)}(\xi, z)) \right\} D_{i1} + \left\{ \frac{\lambda}{2\mu + \lambda} \Phi^{(0)}(\xi, z) - \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} \right. \right. \\ & \left. \left. \times (\Phi^{(0)}(\xi, z) - \Psi^{(0)}(\xi, z)) \right\} D_{i1}' - \left\{ \frac{1}{2\mu + \lambda} \Phi^{(0)}(\xi, z) + \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} (\Phi^{(0)}(\xi, z) - \Psi^{(0)}(\xi, z)) \right\} E_{i1} \right] \end{aligned}$$

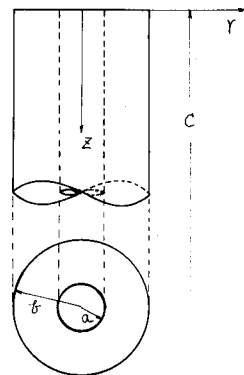


図 - 1

$$-\left\{\frac{1}{2\mu+\lambda}\phi^{(e)}(\xi,z)+\frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)}(\phi^{(e)}(\xi,z)-\psi^{(e)}(\xi,z))\right\}E_{c1}'\quad (5)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2}D_{01} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\beta}{c}\right)D_{01}' \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sin N\beta \left[\left\{ \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}(\chi^{(e)}(nr)-\omega^{(e)}(nr)) - \frac{\lambda}{2\mu+\lambda}\chi^{(e)}(nr) \right\} A_n + \left\{ \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}(\chi^{(e)}(nr)-\omega^{(e)}(nr)) - \frac{\lambda}{2\mu+\lambda}\chi^{(e)}(nr) \right\} A_n' \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{1}{2\mu+\lambda}\chi^{(e)}(nr) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)}(\chi^{(e)}(nr)-\omega^{(e)}(nr)) \right\} B_n + \left\{ \frac{1}{2\mu+\lambda}\chi^{(e)}(nr) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)}(\chi^{(e)}(nr)-\omega^{(e)}(nr)) \right\} B_n' \right] \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_0(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} \left[\left\{ Q^{(e)}(\xi,z) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}P^{(e)}(\xi,z) \right\} D_{i1} + \left\{ Q^{(e)}(\xi,z) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}P^{(e)}(\xi,z) \right\} D_{i1}' \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)} \left\{ P^{(e)}(\xi,z)E_{i1} + P^{(e)}(\xi,z)E_{i1}' \right\} \right] \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{て } H_1(\xi,r) &= J_1(\xi,r)Y_1(\xi,a) - J_1(\xi,a)Y_1(\xi,r), \quad H_0(\xi,r) = J_0(\xi,r)Y_1(\xi,a) - J_1(\xi,a)Y_0(\xi,r), \\ \mathcal{Q}_i^* &= H_0^2(\xi,\beta) - \frac{a^2}{\beta^2}H_0^2(\xi,\beta), \quad \xi, \beta \text{ は } H_1(\xi,\beta) = 0 \text{ の根}, \quad N = n\pi/c \quad \text{である。} \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned} G^{(u)}(nr) &= -\frac{2}{\beta^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi\beta}{N+\xi^2} H_0(\xi,\beta) \frac{H_1(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = \frac{R_{11}^{(u)}(nr)}{R_{11}^{(u)}(Na)}, \quad G^{(w)}(nr) = \frac{2}{\beta^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi a}{N+\xi^2} H_0(\xi,a) \frac{H_0(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = \frac{R_{10}^{(w)}(nr)}{R_{10}^{(w)}(Na)}, \\ \chi^{(u)}(nr) &= \frac{2\beta}{(\beta^2-a^2)N} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\beta^2} \frac{N}{N+\xi^2} H_0(\xi,\beta) \frac{H_0(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = \frac{R_{01}^{(u)}(nr)}{R_{01}^{(u)}(Na)}, \quad \chi^{(w)}(nr) = \frac{2a}{(a^2-\beta^2)N} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2a}{\beta^2} \frac{N}{N+\xi^2} H_0(\xi,a) \frac{H_0(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = \frac{R_{01}^{(w)}(nr)}{R_{01}^{(w)}(Na)}, \\ F^{(u)}(nr) &= -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{\beta^2} \frac{N^2\xi}{(N+\xi^2)^2} H_0(\xi,\beta) \frac{H_1(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = \frac{1}{\{R_{11}^{(u)}(Na)\}^2} \left[R_{11}^{(u)}(Na) \{NFR_{01}^{(u)}(nr) - NAR_{10}^{(u)}(nr)\} - R_{11}^{(u)}(nr) \{NFR_{01}^{(u)}(Na) - NAR_{10}^{(u)}(Na)\} \right] \\ F^{(w)}(nr) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4a}{\beta^2} \frac{N^2\xi}{(N+\xi^2)^2} H_0(\xi,a) \frac{H_1(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = -\frac{1}{\{R_{10}^{(w)}(Na)\}^2} \left[R_{10}^{(w)}(Na) \{NFR_{01}^{(w)}(nr) - N\beta R_{10}^{(w)}(nr)\} - R_{10}^{(w)}(nr) \{NFR_{01}^{(w)}(Na) - N\beta R_{10}^{(w)}(Na)\} \right] \\ \chi^{(u)}(nr) - \omega^{(u)}(nr) &= \frac{2\beta}{(\beta^2-a^2)N} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{\beta^2} \frac{N^2\xi}{(N+\xi^2)^2} H_0(\xi,\beta) \frac{H_1(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = 2\chi^{(u)}(nr) - \frac{1}{\{R_{11}^{(u)}(Na)\}^2} \left[R_{11}^{(u)}(Na) \{NFR_{01}^{(u)}(Na) - N\beta R_{10}^{(u)}(Na)\} - R_{11}^{(u)}(nr) \{NFR_{01}^{(u)}(nr) - N\beta R_{10}^{(u)}(nr)\} \right] \\ \chi^{(w)}(nr) - \omega^{(w)}(nr) &= -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{4a}{\beta^2} \frac{N^2\xi}{(N+\xi^2)^2} H_0(\xi,a) \frac{H_1(\xi,r)}{\mathcal{Q}_{i,2}} = 2\chi^{(w)}(nr) - \frac{1}{\{R_{10}^{(w)}(Na)\}^2} \left[R_{10}^{(w)}(Na) \{NFR_{01}^{(w)}(Na) - N\beta R_{10}^{(w)}(Na)\} - R_{10}^{(w)}(nr) \{NFR_{01}^{(w)}(nr) - N\beta R_{10}^{(w)}(nr)\} \right] \\ \phi^{(e)}(\xi,z) &= \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-c^{2n}}{1+c^{2n}} \frac{\xi}{N^2+\xi^2} \omega = N\beta = \frac{\sinh \xi(c-z) \mp \sinh \xi z}{\sinh \xi c \pm 1}, \quad \mathcal{Q}_i^{(e)}(\xi,z) = \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-c^{2n}}{1+c^{2n}} \frac{N \sinh Nz}{N^2+\xi^2} = \frac{\cosh \xi(c-z) \pm \cosh \xi z}{\sinh \xi c \pm 1}, \\ \phi^{(e)}(\xi,z) - \psi^{(e)}(\xi,z) &= \frac{4}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-c^{2n}}{1+c^{2n}} \frac{N^2 \sinh \omega N\beta}{(N^2+\xi^2)^2} = \frac{\phi^{(e)}(\xi,z)}{\phi^{(e)}(\xi,z)} - \frac{\xi z \sinh \xi(c-z) \mp \xi(c-z) \sinh \xi z}{\sinh \xi c \pm 1}, \quad P^{(e)}(\xi,z) = \frac{4}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-c^{2n}}{1+c^{2n}} \frac{N^2 \sinh N\beta}{(N^2+\xi^2)^2} = \frac{\xi z \sinh \xi(c-z) \pm \xi(c-z) \sinh \xi z}{\sinh \xi c \pm 1} \end{aligned}$$

$$R_{1i}^{(u)}(nr) = I_i(nr)K_i(Na) - (-1)^{i+1}I_i(Na)K_i(nr), \quad R_{1i}^{(w)}(nr) = I_i(nr)K_i(Na) - (-1)^{i+1}I_i(Na)K_i(nr), \quad i=0,1; \quad \beta=0,1$$

(5), (6) 式は $a \leq r \leq b$ に対する解であるが, $r \leq a$ に対しては $a=0, \beta=a, H_1(\xi,r) = J_1(\xi,r),$

$H_0(\xi,r) = J_0(\xi,r)$, とおくとにより得られる。ただし ξ_i は $J_1(\xi_i,a) = 0$ の根である。従って

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{r}{a}A_0' + \sum_{n=1}^{\infty} \sin N\beta \left[\left\{ G^{(u)}(nr) + \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}F^{(u)}(nr) \right\} A_n' + \left\{ \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}F^{(u)}(nr) \right\} B_n' \right] \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_1(\xi_i a)}{J_0(\xi_i a)} \left[\left\{ \frac{\lambda'}{2\mu'+\lambda'}\phi^{(e)}(\xi_i,z) - \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}(\phi^{(e)}(\xi_i,z) - \psi^{(e)}(\xi_i,z)) \right\} D_{i2} + \left\{ \frac{\lambda'}{2\mu'+\lambda'}\phi^{(e)}(\xi_i,z) - \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}(\phi^{(e)}(\xi_i,z) - \psi^{(e)}(\xi_i,z)) \right\} D_{i2}' \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \frac{1}{2\mu'+\lambda'}\phi^{(e)}(\xi_i,z) + \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'(2\mu'+\lambda')}(\phi^{(e)}(\xi_i,z) - \psi^{(e)}(\xi_i,z)) \right\} E_{i2} + \left\{ \frac{1}{2\mu'+\lambda'}\phi^{(e)}(\xi_i,z) + \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'(2\mu'+\lambda')}(\phi^{(e)}(\xi_i,z) - \psi^{(e)}(\xi_i,z)) \right\} E_{i2}' \right] \\ W_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sin N\beta \left[\left\{ \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}(\chi^{(u)}(nr) - \omega^{(u)}(nr)) - \frac{\lambda'}{2\mu'+\lambda'}\chi^{(u)}(nr) \right\} A_n' + \left\{ \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}(\chi^{(u)}(nr) - \omega^{(u)}(nr)) - \frac{\lambda'}{2\mu'+\lambda'}\chi^{(u)}(nr) \right\} B_n' \right] \quad (7) \\ &+ \frac{1}{2}D_{22} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\beta}{c}\right)D_{22}' + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i a)} \left[\left\{ Q^{(u)}(\xi_i,z) + \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}P^{(u)}(\xi_i,z) \right\} D_{i2} + \left\{ Q^{(u)}(\xi_i,z) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'+\lambda'}P^{(u)}(\xi_i,z) \right\} D_{i2}' + \frac{\mu'+\lambda'}{2\mu'(2\mu'+\lambda')} \left\{ P^{(u)}(\xi_i,z)E_{i2} + P^{(u)}(\xi_i,z)E_{i2}' \right\} \right] \quad (8) \end{aligned}$$

$$\text{上式中 } G(WF) = -\frac{2}{a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i a)} = \frac{I_1(Nr)}{I_1(Na)}, \quad F(Nr) = -\frac{4}{a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{N^2 \xi_i}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i a)} = \frac{NA I_1(Nr) I_0(Na)}{[I_1(Na)]^2} - \frac{NI I_0(Nr)}{I_1(Na)},$$

$$\chi(Nr) = \frac{2}{a} \left[\frac{1}{N} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{N}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \frac{J_1(\xi_i r)}{J_0(\xi_i a)} \right] = \frac{I_0(Nr)}{I_1(Na)}, \quad \chi(Nr) - \omega(Nr) = \frac{4}{a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{N \xi_i^2}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \frac{J_0(\xi_i r)}{J_0(\xi_i a)} = 2\chi(Nr) - \frac{NA I_0(Na) I_0(Nr)}{[I_1(Na)]^2} + \frac{NI I_0(Nr)}{I_1(Na)}$$

(5) ~ (8) 式に含まれる $A_n, A_n', \dots$ 等は定数で境界条件を満足するように定める。これから式を(3),

(4) 式に代入することにより、各応力成分を求める。

3. 付着応力の解析

今、図-1の同心円柱を考え、外力は $z=0$ または $z=C$ の面に垂直力のみが作用するものとする。この場合の境界条件は、

$$\begin{aligned} r=a \text{ で } & \quad \sigma_{r1})_{r=a} = \sigma_{r2})_{r=a}, \quad w_1)_{r=a} = w_2)_{r=a}; \quad r=b \text{ で } \quad \tilde{\sigma}_{r1})_{r=b} = 0, \quad \tau_{rz1})_{r=b} = 0 \Rightarrow B_n = 0 \\ z=0 \text{ で } & \quad \sigma_{z1})_{z=0} = p_0(r), \quad \sigma_{z2})_{z=0} = p_0(r), \quad \tau_{rz1})_{z=0} = 0, \quad \tau_{rz2})_{z=0} = 0 \\ z=C \text{ で } & \quad \sigma_{z1})_{z=C} = p_c(r), \quad \sigma_{z2})_{z=C} = p_c(r), \quad \tau_{rz1})_{z=C} = 0, \quad \tau_{rz2})_{z=C} = 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} r=a \text{ で } \\ z=0 \text{ で } \\ z=C \text{ で } \end{aligned}} \right\} \rightarrow E_c = E_c' = 0$$

また、 $p_0(r) = p_c(r)$, $p_0(r) = p_c(r)$ のときは $D_i = 0$, 逆のときは $D_i' = 0$ である。(P(r):外力)
従って、境界条件式は、外力が対称の場合、

$$\begin{aligned} \sigma_{r1})_{r=b} = 2\mu_1 \frac{a}{b^2 a^2} \left\{ \left(\frac{1}{a} + \frac{a}{b^2} \right) A_0 - \frac{2}{b} A_0' \right\} + \lambda_1 \frac{2a}{b^2 a^2} \left(\frac{1}{a} A_0 - \frac{1}{b} A_0' \right) - \frac{\lambda_1}{c} D_0' \\ + \sum_{n=1}^{\infty} N \omega N \left[\frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Nr) + \omega^{(u)}(Nr) - \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \frac{1}{Nr} \right\} A_n + \frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Nr) + \omega^{(u)}(Nr) - \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \frac{1}{Nr} \right\} A_n' \right. \\ \left. + \frac{\mu_1 + \lambda_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Nr) + \omega^{(u)}(Nr) - \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \chi^{(u)}(Nr) \right\} B_n' \right] - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i H_0(\xi_i r)}{\xi_i^2} \frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \phi^{(r)}(\xi_i z) - \psi^{(r)}(\xi_i z) \right\} D_{i1}' = 0 \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r1})_{r=a} - \sigma_{r2})_{r=a} = 2\mu_1 \frac{a}{b^2 a^2} \left\{ \frac{2}{a} A_0 - \left(\frac{1}{b} + \frac{b}{a^2} \right) A_0' \right\} + \lambda_1 \frac{2a}{b^2 a^2} \left(\frac{1}{a} A_0 - \frac{1}{b} A_0' \right) - \frac{\lambda_1}{c} D_0' - \frac{2(\mu_2 + \lambda_2)}{a} A_0' + \frac{\lambda_2}{c} D_0' \\ + \sum_{n=1}^{\infty} N \omega N \left[\frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Na) + \omega^{(u)}(Na) \right\} A_n + \frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Na) + \omega^{(u)}(Na) - \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \frac{1}{Na} \right\} A_n' \right. \\ \left. + \frac{\mu_1 + \lambda_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Na) \right\} B_n' - \frac{2\mu_2 (\mu_2 + \lambda_2)}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \chi^{(u)}(Na) + \omega^{(u)}(Na) - \frac{2\mu_2 + \lambda_2}{\mu_2 + \lambda_2} \frac{1}{Na} \right\} A_n' - \frac{\mu_2 + \lambda_2}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \chi^{(u)}(Na) + \omega^{(u)}(Na) - \frac{2\mu_2 + \lambda_2}{\mu_2 + \lambda_2} \chi^{(u)}(Na) \right\} B_n' \right] \\ - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i H_0(\xi_i a)}{\xi_i^2} \frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \phi^{(r)}(\xi_i z) - \psi^{(r)}(\xi_i z) \right\} D_{i1}' + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i}{J_0(\xi_i a)} \frac{2\mu_2 (\mu_2 + \lambda_2)}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \phi^{(r)}(\xi_i z) - \psi^{(r)}(\xi_i z) \right\} D_{i2}' = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_1)_{r=a} - w_2)_{r=a} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2\nu}{c} \right) D_{01}' - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2\nu}{c} \right) D_{02}' + \sum_{n=1}^{\infty} N \omega N \left[\frac{\mu_1 + \lambda_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Na) - \omega^{(u)}(Na) - \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \chi^{(u)}(Na) \right\} A_n \right. \\ \left. + \frac{\mu_1 + \lambda_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Na) - \omega^{(u)}(Na) + \frac{2\mu_1}{\mu_1 + \lambda_1} \chi^{(u)}(Na) \right\} B_n' + \frac{\mu_1 + \lambda_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Na) - \omega^{(u)}(Na) - \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \chi^{(u)}(Na) \right\} A_n' \right. \\ \left. - \frac{\mu_2 + \lambda_2}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \chi^{(u)}(Na) - \omega^{(u)}(Na) - \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \lambda_2} \chi^{(u)}(Na) \right\} A_n' - \frac{\mu_2 + \lambda_2}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \chi^{(u)}(Na) - \omega^{(u)}(Na) + \frac{2\mu_2}{\mu_2 + \lambda_2} \chi^{(u)}(Na) \right\} B_n' \right] \\ + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_0(\xi_i a)}{\xi_i^2} \frac{\mu_1 + \lambda_2}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \phi^{(r)}(\xi_i z) + \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \psi^{(r)}(\xi_i z) \right\} D_{i1}' - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{J_0(\xi_i a)} \frac{\mu_1 + \lambda_2}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \phi^{(r)}(\xi_i z) + \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \psi^{(r)}(\xi_i z) \right\} D_{i2}' = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{z1})_{z=0} = \lambda_1 \frac{2a}{b^2 a^2} \left(\frac{1}{a} A_0 - \frac{1}{b} A_0' \right) - \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{c} D_{01}' + \sum_{n=1}^{\infty} N \left[\frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Nr) - \omega^{(u)}(Nr) \right\} A_n + \frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \chi^{(u)}(Nr) \right. \right. \\ \left. \left. - \omega^{(u)}(Nr) \right\} A_n' + \frac{\mu_1 + \lambda_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\mu_1 + \lambda_1} \chi^{(u)}(Nr) + \chi^{(u)}(Nr) - \omega^{(u)}(Nr) \right\} B_n' \right] - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i H_0(\xi_i r)}{\xi_i^2} \frac{2\mu_1 (\mu_1 + \lambda_1)}{2\mu_1 + \lambda_1} \left\{ \phi^{(r)}(0) + \psi^{(r)}(0) \right\} D_{i1}' = P_1(r) \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{z2})_{z=0} = \lambda_2 \frac{2}{a} A_0' - \frac{2\mu_2 + \lambda_2}{c} D_{02}' + \sum_{n=1}^{\infty} N \left[\frac{2\mu_2 (\mu_2 + \lambda_2)}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \chi^{(u)}(Nr) - \omega^{(u)}(Nr) \right\} A_n' + \frac{\mu_2 + \lambda_2}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \frac{2\mu_2 + \lambda_2}{\mu_2 + \lambda_2} \chi^{(u)}(Nr) + \chi^{(u)}(Nr) \right. \right. \\ \left. \left. - \omega^{(u)}(Nr) \right\} B_n' \right] - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi_i}{J_0(\xi_i a)} \frac{2\mu_2 (\mu_2 + \lambda_2)}{2\mu_2 + \lambda_2} \left\{ \phi^{(r)}(0) + \psi^{(r)}(0) \right\} D_{i2}' = P_2(r) \quad (13) \end{aligned}$$

(9)~(13)式を解き $A_0, A_0', D_0', D_0'', A_1, A_1', B_1', D_1', D_1''$ を求めると各変位、応力成分がわかる。逆対称変形の場合は D_1', D_1'' の項に代り D_{11}, D_{12} の項を考慮する。また式中、添字 1, 2 は 3, 4 と入れ、 $a \leq r \leq b$, $r < a$ に対応するものである。

4 数値解析例

数値解析例として、両引法の場合について、 $c/a = 20$ で $b/a = 10, 5, 2$ と、 $b/a = 10$ で $c/a = 20, 40, 80$ に対して、 $E_s/E_1 = 7$, $\nu_1 = 0.15$, $\nu_2 = 0.3$ で計算を行った結果を図-2, 3 に示す。

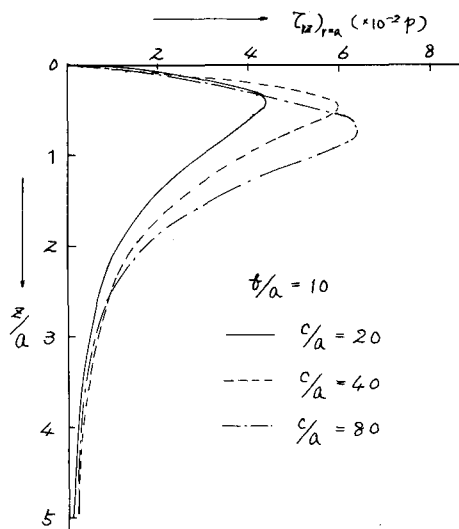


図-2 埋込長さの差による付着応力分布の変化

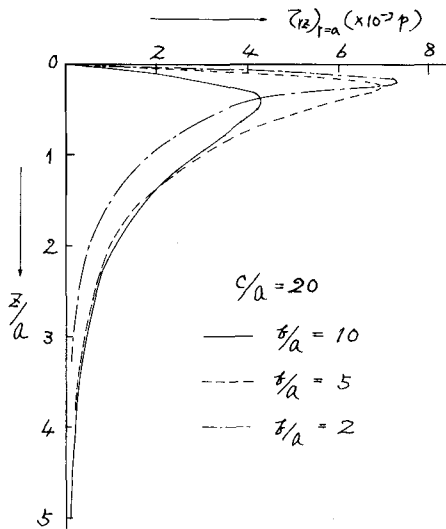


図-3 コンクリート径の変化による付着応力分布の変化

5. あとがき

軸対称三次元応力問題の解析法を応用し、付着応力分布の解析を行ったが、この結果では、鉄筋径に対して、コンクリート径の大きくなる程、また長さの長くなる程、付着応力の最大値は大きくなり、さらに最大値を生ずる位置も同様に深くなっていることがわかる。ただし、上の計算では、 $c=20$, $n=4.8$ としたものである。一方付着強度の算定に関しては、付着応力の分布の他に、コンクリート内部の引張応力の分布等も考慮しながら決定しなければならない。また計算例としては、比較的計算の簡単な両引法をとりあげたが、引抜法についても境界条件を変えて、同様に計算できるとわかる。

なお、本研究は、著者の一人が土木学会吉田研究奨励金の授与を受けて、行なったものであることを附記し、ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) R.G. Mathey, D. Watestein: Investigation of Bond in Beam and Pull-Out Specimens with High-Yield-Strength Deformed Bar, J. ACI Mar. 1961, re
- (2) K.R. Peattie, J.A. Popet: Effect of Age of Concrete on Bond Resistance, J. ACI Feb. 1956
- (3) S. G. Nomachi: On One Method of Solving Stress Problems in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms (Part I), Mem. Hiroshima Institute of Tech. Vol. 3, No. 3 1960