

V-2 多軸曲げをうける鉄筋コンクリート柱の終局強度について

京都大学 学生員 平澤征夫

1 まえがき

最近、高層橋の橋脚として長柱と考えられるほどスレンダーな部材が用いられるようになった。これらの断面は角形あるいは円形が多いが、角形断面柱の場合は円柱とは異なり、2軸偏心荷重をうけた場合には、その変形や終局強度などの力学的挙動の解析は複雑なものとなる。

本文は、鉄筋コンクリート長柱が2軸偏心荷重をうけた場合の変形と終局強度の解析方法について述べ、次に6本の鉄筋コンクリート長柱の偏心荷重載荷実験を行ない、この解析方法の検討を行なった結果について述べたものである。

2 長柱の解析

2つの解析方法について述べるが、これらはいずれも断面をいくつかの要素に分割し、また柱の長さ方向にもいくつかのセグメントに分割して解析する方法であり、変形の決定は、繰返し計算による収斂法を用いている。終局強度は、ある荷重のもとでの変形が急激化する時の荷重として定まる。

2つの解析方法の基づく主な仮定は次のようである。

1. ひずみの平面保持(鉄筋とコンクリートの付着は完全であると仮定)
2. コンクリートの応力～ひずみ曲線の形は、シリンダー供試体の1軸圧縮試験結果から最小自乗法を用いて求める次に示す4次式で表わされるものと仮定する。(図-1)

$$\sigma_c = \sigma_{c0} (K_1 \cdot \varepsilon + K_2 \cdot \varepsilon^2 + K_3 \cdot \varepsilon^3 + K_4 \cdot \varepsilon^4)$$

ここに σ_c : ひずみ ε に対する応力, σ_{c0} : シリンダー圧縮強度

K_1, K_2, K_3, K_4 : 最小自乗法によって得られる係数

引張部分の応力～ひずみ曲線の形は圧縮部分のそれと相似であると仮定する。

3. 鉄筋の応力～ひずみ曲線の形は図-2 に示す形とする。

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{sy}}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{sy}} + 1 \right)^2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{sy}} - 1 \right)^2} \right] \quad \text{ここで、} \sigma_s: \text{鉄筋応力} \quad \varepsilon_s: \text{鉄筋ひずみ}$$

σ_{sy} : 鉄筋の降伏応力 ε_{sy} : 鉄筋の降伏ひずみ

4. 破壊の定義と終局最大ひずみの仮定

柱の破壊は最終的にはコンクリートの圧潰によって起り、断面の最大圧縮応力を受ける部分の材料の降伏強度に達し、終局ひずみに達した場合に起るものとし、終局ひずみの値は 0.004 と仮定する。

5. せん断力とそれに伴うねじり変形は無視する。

2.1 解析方法(A)

2.1.1. 偏心軸力が作用した場合の断面の解析

座標軸のとり方と断面の要素分割の例を図-3に示す。

・まず x 方向、 y 方向を独立に考える。

y 方向について、(図-4、図-5 参照) P : 軸力

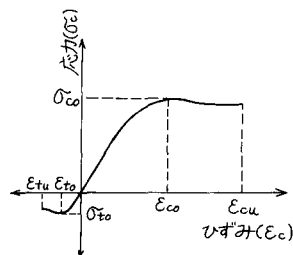


図-1 コンクリートの応力～ひずみ曲線

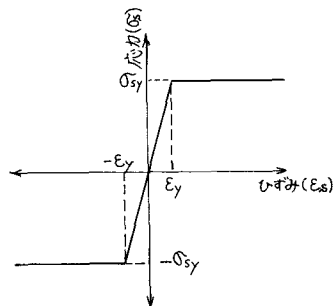


図-2 鉄筋の応力～ひずみ曲線

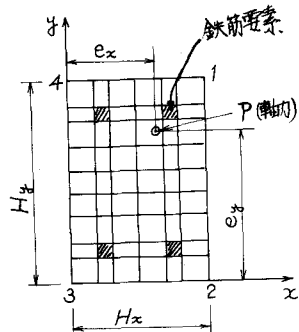


図-3 要素分割の例

ε_{y1} ; 上縁ひずみ e_y ; Pまでの下縁よりの距離 E_i ; i番目の要素のひずみ
 ε_{y2} ; 下縁ひずみ A_i ; i番目の要素の面積 σ_i ; 応力
 H_y ; 断面全高 y_i ; i番目の要素の下縁よりの距離 E_i ; ヤング係数
 軸方向の力の釣合より $\sum_{i=1}^n \sigma_i A_i + P = 0 \quad \dots (1)$

2軸まわりのモーメントの釣合より $\sum_{i=1}^n \sigma_i A_i y_i + P \cdot e_y = 0 \quad \dots (2)$

i番目の要素のひずみ ε_i は $\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}$ を用いると

$$\varepsilon_i = (1 - \frac{y_i}{H_y}) \varepsilon_{y2} + \frac{y_i}{H_y} \cdot \varepsilon_{y1} \quad \dots (3) \quad \text{となり,}$$

応力~ひずみ関係より i番目の要素の応力 σ_i は $\sigma_i = E_i \cdot \varepsilon_i \quad (4)$

となる。ここで (3), (4) 式を (1), (2) 式に代入すると,

$$\sum_{i=1}^n (1 - \frac{y_i}{H_y}) E_i A_i \varepsilon_{y2} + \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{H_y} E_i A_i \varepsilon_{y1} + P = 0 \quad \dots (5)$$

$$\sum_{i=1}^n (1 - \frac{y_i}{H_y}) y_i E_i A_i \varepsilon_{y2} + \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{H_y} E_i A_i \varepsilon_{y1} + P \cdot e_y = 0 \quad \dots (6)$$

が得られる。(5), (6) 式より, $\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}$ を求めると

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{y1} &= P \cdot \frac{C - a \cdot e_y}{ad - bc} \\ \varepsilon_{y2} &= P \cdot \frac{b \cdot e_y - d}{ad - bc} \end{aligned} \right\} (7) \quad \text{ここで } a = \sum_{i=1}^n (1 - \frac{y_i}{H_y}) E_i A_i, \quad b = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{H_y} E_i A_i$$

$$C = \sum_{i=1}^n (1 - \frac{y_i}{H_y}) y_i E_i A_i, \quad d = \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{H_y} E_i A_i \quad \text{である。}$$

x方向については, y方向と同様にする。

2.1.2 等価はり法による長柱のたわみ計算

長柱を $2n+1$ 個のセグメント(長さ dH) に分割する。(図-6)

各セグメント中心での弾性荷重を M_i とすると, 第i

番目のセグメントのたわみ D_i は, 次式であらわされる

$$D_i = R(i - \frac{1}{2})dH - \sum_{j=1}^i M_j(i-j)dH^2$$

ここで, R は, 弾性荷重 による反力で,

$$R = \sum_{i=1}^n M_i dH + \frac{1}{2} M_{n+1} dH \quad \text{である。}$$

2.1.3 解析方法

解析は, 以下に示す順序で行なり。

- 1) 各セグメントの各要素のヤング係数に無載荷の値を用いる
- 2) 初期荷重を P とする。
- 3) 偏心距離を初期の値にする。
- 4) 各セグメントについて, 断面の解析を求めて, 断面内のひずみを計算する。
- 5) ひずみより 弾性荷重を決定する。
- 6) 各セグメントのたわみを計算する。
- 7) 偏心距離にたわみを加えて, 次の計算での偏心距離とする。
- 8) 各セグメントの各要素のひずみより, 各要素のヤング係数(割線)を定めなおす。

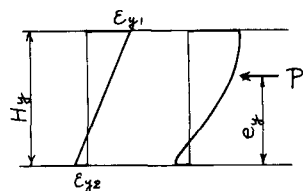


図 4 ひずみと応力(y方向)

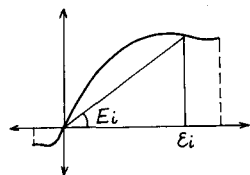


図 5 コンクリートのひずみとヤング係数(割線)

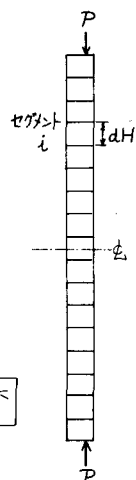


図 6 セグメント分割の例

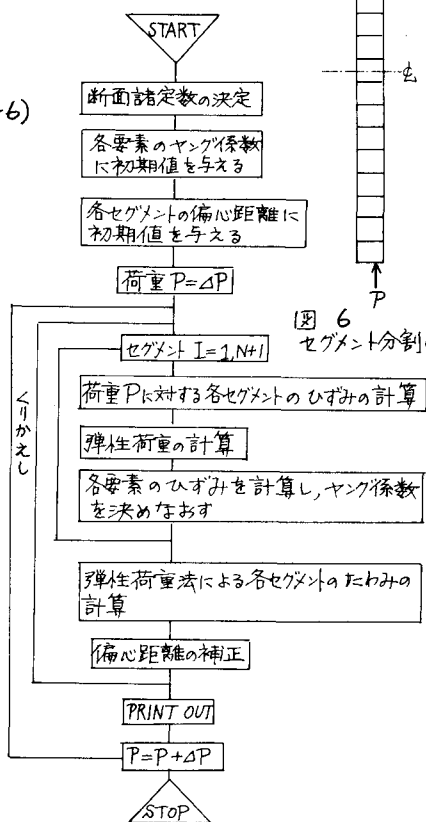


図-7 フローチャート

- 9) (4)~(8)を適当な回数繰返す。(通常は3~10回で充分である)
 10) 次の荷重段階に移る。 以上のフローチャートを図-7に示す。

2.2 解析方法(B)

この解析方法(B)は、先の解析方法(A)と比較するためにとりあげた従来の解析方法の1つである。大略は、ANIS FARAH, M.W. HUGGINS¹⁾の方法に従っているが、用いた収斂法が未熟だったために、(A)の方法および FARAH らの方法よりも収斂が悪かった。この解析方法(B)は、(A)と異なり、最初に柱中央断面での変形を仮定し、繰返し計算により、柱端条件を許容誤差以内に合わせるという方法であり、(1) 繰返し回数が多くなる。また (2) たわみ曲線を求める場合に、弾性荷重法によらず1つ前のセグメントの曲率を用いて偏心距離を求め、たわみ曲線を継ぎ足して行くやり方なので、誤差が累積される、などの欠点を有することが明らかである。

3. 実験による解析方法の検討

3.1 実験計画と供試体および試験方法

解析方法の検討を表-1に示す6本の供試体で行なった。供試体断面は 6×9 cm の矩形とし、柱長は 180 cm、配筋は $\phi 6$ mm 筋4本 ($P=2.09\%$)、6本 ($P=3.14\%$) の2種とした。載荷方向は3種類、偏心距離は3 cm の1種とした。載荷は両端ヒンジの偏心荷重載荷とし、測定は、柱長中央断面での4隅のひずみと、X, Y両軸方向のたわみを測定した。

3.2 結果と考察

変形について；図-8にひびわれ荷重以前でのたわみ曲線の実験値と解析方法(A), および(B)による解析結果の例を示す。解析方法(A)ではセグメント数を21個とし、(B)では10個としている。(A)では、たわみ曲線は1本の線で表わせるが、(B)では許容誤差の幅をもった帯で表わされる。この図より(A)(B)いつれの解析方法によっても求める値は大差ないことがわかる。しかも、解析方法(A)は、(B)よりも計算時間がかうなくてすみ、方法も合理的と考えられる。なお、実験値は(A)(B)による値よりもやや大きめになっているが、これは後に述べる諸理由によるものと考えられる。以下の解析は、解析方法(A)によって行なった。

図-9は供試体 A III' の荷重~中央たわみ曲線の実験結果と解析結果と比較したものである。図中の3本の実線①, ②, ③はそれぞれ図-10に示したコンクリート応力~ひずみ

表1 実験計画

供試体記号	種類
A III	III, III'
A III'	45°
B II	II, II'
B III	III, III'
B III'	II-22.5° III-45° IV-67.5°
B IV	

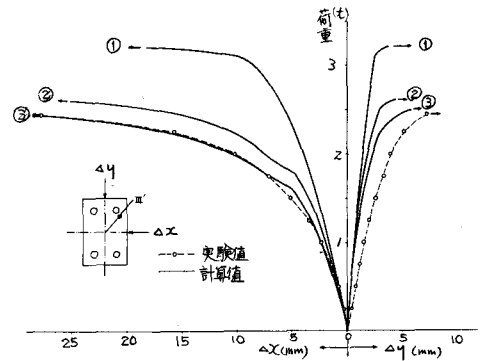
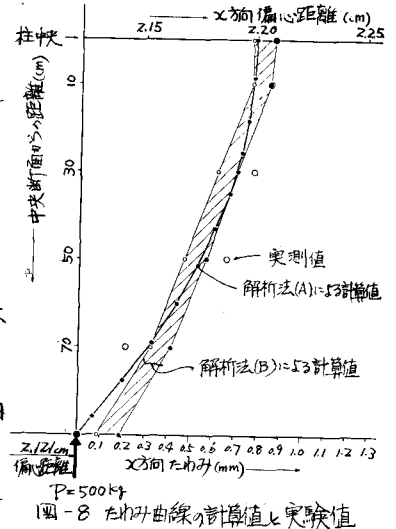


図-9 荷重~中央たわみ曲線 (A III')

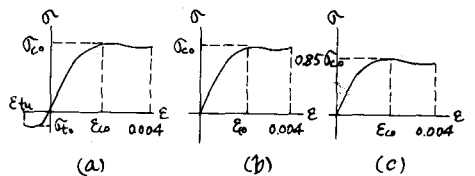


図10 コンクリート応力~ひずみ曲線

曲線 (a), (b), (c) を用いて解析した結果である。この図9より、最も実測値とよく合うのは、③、すなわち (c) の場合であることがわかる。この結果は (1) 供試体断面が小さく、また鉄筋比が比較的大きいので、乾燥収縮による引張強度の低下の影響が現われたためであり、また、(2) この柱のコンクリート打設方向が横打ちであったことなどの理由によると考えられる。

図-11には、たわみ曲線形の変化を検討した例を示し、図-12には、中央断面の4隅のひずみの変化を検討した例を示す。さらに、図-13には、中央断面の偏心位置の変化をBシリーズの供試体で検討した結果を示した。

これらの図より、解析方法(A)によれば、柱の変形をよく表わし得ることがわかる。

終局強度について；表-2に実験に用いた6本の柱の終局強度の実験結果と解析結果を比較してある。変形と同様に、本実験の場合は、計算値③がよく適合した。

以上の解析に必要な計算はすべて、京都大学大型計算機センター内のFACOM 230-60を用いた。

4 おすび

本文では、Z軸曲げをうける鉄筋コンクリート長柱の解析方法について述べ、それを実験により検討した。実験に用いた供試体がいさかたつために、他の条件(主として、乾燥収縮など)に影響され、完全に検証できたとはいえない。しかし、この解析方法によれば、軸力とZ軸方向の曲げをうける部材に対して、よくその変形や終局強度など力学的挙動をとらえることができる。なお、この方法は、任意の断面形状と任意の配筋をもつ鉄筋コンクリート柱に対する解析も可能である。本研究を行なうに際し、京都大学岡田教授の御指導をはじめ、土木工学科材料研究室諸兄の御協力を得ることができた。特に、解析に關しては助平、児島孝之氏に圖りこころが大であります。ここに琛々感謝する次第であります。また、本研究に対して、昭和43年度吉田研究奨励金を授与されたことに感謝いたします。 [参考文献] 1) ANIS FARAH and M.W. HUGGINS, "ACI JOURNAL JULY 1969

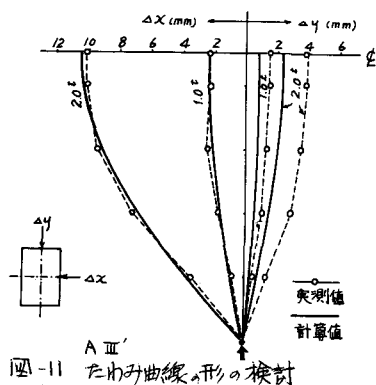


図-11 たわみ曲線形の変化の検討

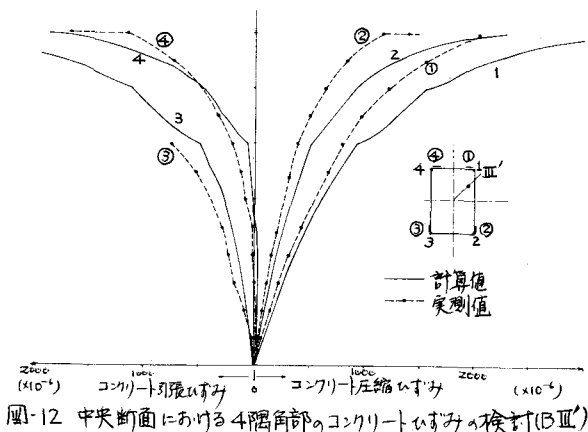


図-12 中央断面における4隅角部のコンクリートひずみの変化の検討(B III')

表-2 終局強度の検討

供試体 記号	終局強度 実験値(t)	終局強度計算値(t)	①	②	③
A III	2.45	2.80	2.60	2.40	
A III'	2.44	3.20	2.60	2.45	
B II	3.65	5.60	5.40	4.75	
B III	2.93	3.26	3.18	2.90	
B III'	3.00	3.50	3.20	3.00	
B IV	2.90	2.80	2.70	2.50	

① 図10 (a) のたわみ曲線を使用
② " (b) " (コンクリート引張強度)
③ " (c) " (0.85f_{cu}, コンクリート引張強度)

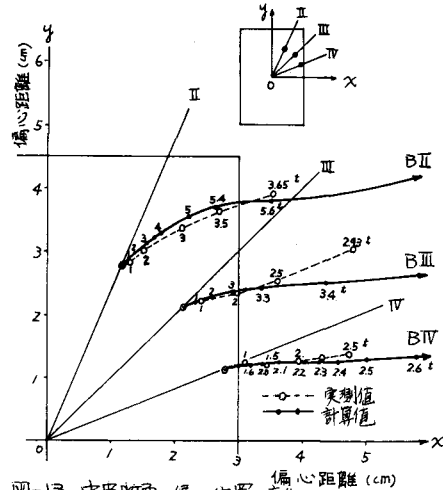


図-13 中央断面の偏心位置の変化