

1. 結 言

高速道路の線形設計を中心にして道路透視図の利用はかなり一般化してきた。電子計算機と種々の図形出力装置の使用によって今後透視図の利用はますます容易になっていくものと思われる。このような傾向と並行して次のような本質的な問題が当然のことながらもち上ってきている。

(1) 道路の透視図の形体の心理的效果を計測すること。

(2) 道路透視図の合理的な評価基準を用意すること。

(2) の問題へ到達する一段階としてオーの問題を考えることが出来るが、透視図の心理的影響のかかりの部分が直接運転者の行動に大きな影響を与えるものとは限らないので心理的效果の計測には相当の困難があるものと思われる。(2)へアプローチする他の視点は道路透視図の幾何学的構造の理解を深めることであり、これによって透視図による線形操作を容易にし、且つ透視図の定量的記述を可能ならしめる。その結果少なくとも、道路の透視的形態に対して専門家の有している経験則的評価の定量化には役立つものと思われる。本研究はこのように考に立脚して開始されたもので以下に二、三の予備的成果を記す。

2. 中心透視変換された曲線の曲率

図-1の如き座標系において道路上の点Pの位置ベクトルを $\mathbf{X}$ 、それに対応する透視画面上の点P'の位置ベクトルを $\mathbf{U}$ とすれば一般の写像

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \lambda(x, y, z) \\ \mu(x, y, z) \\ \nu(x, y, z) \end{bmatrix} \quad (1)$$

によってP'での曲率 K_P は

$$K_P = \frac{|\dot{\mathbf{U}} \times \ddot{\mathbf{U}}|}{|\dot{\mathbf{U}}|^3} \quad (2)$$

によって計算される。ここに $\dot{\mathbf{U}}$ 、 $\ddot{\mathbf{U}}$ は元の曲線Cの長さSに関する微分であり、それぞれ

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}} &= \frac{\partial(\lambda, \mu, \nu)}{\partial(x, y, z)} \mathbf{t} \quad (\mathbf{t}: \text{点Pにおける接線ベクトル}) \\ \ddot{\mathbf{U}} &= \left\{ x' \frac{\partial(\frac{\partial\lambda}{\partial x}, \frac{\partial\mu}{\partial x}, \frac{\partial\nu}{\partial x})}{\partial(x, y, z)} + y' \frac{\partial(\frac{\partial\lambda}{\partial y}, \frac{\partial\mu}{\partial y}, \frac{\partial\nu}{\partial y})}{\partial(x, y, z)} + z' \frac{\partial(\frac{\partial\lambda}{\partial z}, \frac{\partial\mu}{\partial z}, \frac{\partial\nu}{\partial z})}{\partial(x, y, z)} \right\} \mathbf{t} + \frac{\partial(\lambda, \mu, \nu)}{\partial(x, y, z)} \kappa \mathbf{n} \quad (3) \end{aligned}$$

と計算される。 κ 、 $\mathbf{n}$ はPにおけるCの曲率及び単位法線ベクトル、 x' 、 y' 、 z' はSに関する微分。特に、透視画面が通常の平面型透視図で視線がy軸と一致しておれば

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \lambda(x, y, z) \\ \mu(x, y, z) \\ \nu(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \frac{x}{y} \\ \mu \\ \mu \frac{z}{y} \end{bmatrix} \quad (4)$$

となり(2)式に代入し、特に $\mu=1$ とおけば

$$K_P = \text{abs} \left\{ y^3 \frac{|\mathbf{A}|}{|\mathbf{P}(\mathbf{X} \times \mathbf{t})|^3} \right\} \quad (5)$$

となる。ここに $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{bmatrix}$ Pは $\mathbf{X} \times \mathbf{t}$ のxz-平面への射影子で $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

又は $|A| = |K(X, t, n)| = K(X, b)$ (b は P における単位陪法線ベクトル) として

$$K_p = abs \left(\frac{y^3(X, b)}{|P(X \times t)|^3} K \right) \quad (6)$$

ここに (X, b) 、 K は幾何学的量であるから x, y, z 座標系のとり方に依存しないが y 、 $P(X \times t)$ は依存する。更に透視図の原点 $(\lambda, \nu) = (0, 0)$ 以外の点では (6) 式で計算された値は視点よりみた見かけの曲率を正しく表わしてはいない。これらの諸点を改善するために透視画面として半径 1 の球面を用意し、且つ透

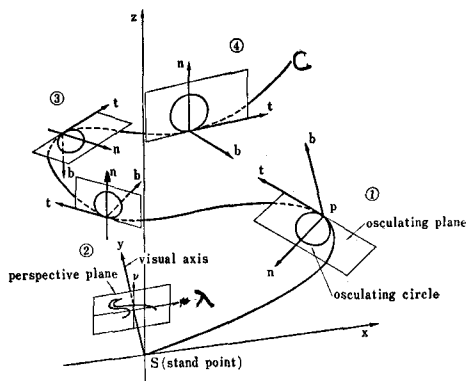


fig-1 座標系及び記号

視曲率としてはこの球面上に中心透影変換された曲線の測地的曲率 K_g をとるものとする。このとき $U = \frac{x}{|x|}$ であって

$$K_g = abs \left\{ \frac{(X, b)}{|U \times t|^3} K \right\} \quad (7)$$

と計算される。この値は固定された視点を中心とするあらゆる座標軸の回転に対して不変である。

3. 透視曲率の性質

式 (7) から次のようなことが判明する。(i) 透視曲率は曲線 C の曲率 K 並びに視点から P への距離 $|X|$ に比例する。(ii) 透視曲率は X と P における接触平面のなす角に比例する。(iii) 透視曲率は U と t 、又は X と t のなす角に反比例する。(iv) $(X, b) \geq 0$ に従って透視図上での曲線は右、左カーブとなる。

4. 応用例

以上の所論の応用例として縦断曲線半径と平面曲線半径の調和のとれた比率に関する考察を行う。平面線形が右 (又は左) カーブの場合、視点と P におけるフルネ標構の関係如何によって透視図上では逆に左 (又は右) カーブの曲線になることがある。このような状態は常に避けることができるとは限らないが、除去できればそれに越したことはない。右の例のように半径 R_H の右カーブで、縦断曲線半径は凹型で R_V であるときを一例として考える。このとき透視図上でも右カーブが表われる条件は 3 で記したように

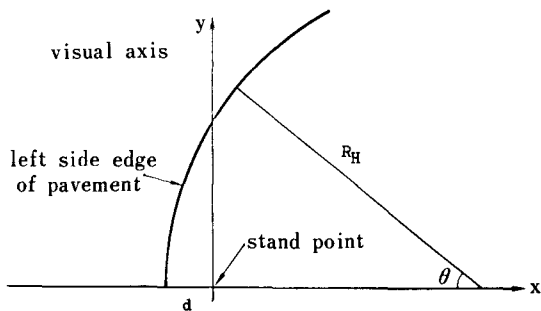


fig-2 平面曲線右カーブの場合

$$K(X, b) = \begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix} > 0 \quad (8)$$

fig-2 の線形についてこれを計算し、 $\theta \ll 1$ 、等実際の線形に合った適当な省略を行うと $R_H/R_V < \frac{h}{d}$ となる。左カーブの場合も全く同様の結果を得る。 h は路面よりの視点の高さ、 d は視点と道路縁線の水平距離である。因みに $d = 7^m \sim 18^m$ とすると $R_V \geq 6R_H \sim 15R_H$ を得る。

参考文献: Nakamura, Y., Hanamura, Y.: Some Theoretical Remarks On Highway Perspectives, Collected Papers, Vol. VIII, 1970 Dept. of Civil Eng. Univ. of Tokyo