Ⅳ-75　模型軌道における落錘実験

岐阜工高専　正員　○渡部卓郎
岐阜工高専　正員　鎌田相互

1. まえがき　　鉄道道床のように，静的荷重のみでなく動的荷重もうける基礎体の残留沈下がどのような経過をたどって進行して行くかということは，軌道狂い 特に水準・高低の各量を見積る場合重要であるが，道床そのものが砕石という特殊な粒状体より構成されていると考えられるので，これらについてはまだ十分に研究されていない。この理由は十分に修正された rheology 的な道床－路盤体の模型が作りえないということ以外に，振動現象の他の場合と同様に理論的な式に代入する道床－路盤自体の特性を十分つかむことができないためであると考えられる。

いま道床基礎体が静的荷重を受ける場合の沈下量を考えるとき，道床自体は非弾性的であるが，仮りに応力と変位との関係は直線的に変化するものと考える。しかし動的荷重の場合には道床自体の残留沈下は，静的荷重と動的荷重で生ずる全応力が道床基礎体の弾性限界を越えた場合に当然大きくおこる。したがってこのような沈下の取扱いに対しては道床基礎体に作用する応力と変位との関係は，図－1 の OB 部分に示すごとく直線的であるとみなすことはできない。

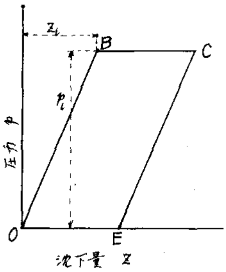

図-1 道床基礎体の沈下理論の説明図

以下，静的と動的の荷重を受ける道床基礎体の変位問題について，その考え方を説明する。

2. 路盤反力に対して減衰効果を無視した場合の道床基礎体の鉛直振動について

ここではまず振動する道床基礎体に作用する路盤からの反力と道床自体の変位（沈下）との間には直線関係が成立すると仮定する。この場合の比例定数はいわゆる，ばね定数といわれるものである。つぎに路盤自体は慣性をもたずに弾性特性のみをもち，道床基礎体は慣性のみをもち弾性特性をもたないものと仮定する。このように仮定すると，道床基礎体の振動は重さのないばねに取り付けた剛体の振動の問題として解することができる。この場合ばねは路盤の反力係数に相当するものと考えられる。

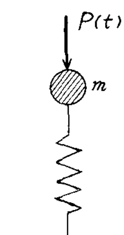

図-2 P(t) なる強制力によって振動する質量 m の物体

いま図-2 に示すように，時間とともに変化する鉛直方向の強制力 $P(t)$ が質量 m の道床基礎体に作用し，道床自体の重心ならびにレール，まくら木等の上載荷重の重心はともに強制力 $P(t)$ の作用線上にあるとする。上述したように道床基礎体そのものは剛体と仮定しているので，道床自体の変位はその重心の変位であらわされる。いま $P(t)$ が作用せずに道床質量 m のみが路盤に作用して平衡を保っている位置を座標の原点とし，この位置からはかった道床の鉛直変位量を z とおき，道床が下方に変位した場合を z の正の値とする。道床基礎体の重心が z なる位置にあるとき，ばねの反力 R は次式であらわされる。

$$R = W + C_r \cdot z \qquad (1)$$

ここに，W：道床基礎体と上載荷重の重量，C_r：道床・路盤の接触面におけるばね定数 とする。

ここで D'Alembert の原理を用いて，振動する物体に作用する外力に慣性力を付加すると，その場合

の静的つりあい式は振動する物体の運動方程式となる。よって振動方程式は次式であらわされる。

$$-m\frac{d^2z}{dt^2} + W + P(t) - R = 0$$

上式に式(1) を代入すると，

$$m\frac{d^2z}{dt^2} + C_r z = P(t) \tag{2}$$

ここに，m：道床基礎体と上載荷重の質量の和（$m = W/g$），g：重力の加速度。

ここで式(2) の両辺を質量 m で除すると，この方程式は，

$$\frac{d^2z}{dt^2} + f_{nz}^2 \cdot z = p(t) \tag{3}$$

となり，ここに　$f_{nz}^2 = \frac{C_r}{m}$　，　$p(t) = \frac{P(t)}{m}$　(4)

つぎに道床基礎体には起振力は作用しないが，衝撃力や初期変位によって振動が引きおこされる場合について考えてみる。式(3) で $p(t) = 0$ とおくと，

$$\frac{d^2z}{dt^2} + f_{nz}^2 \cdot z = 0 \tag{5}$$

これは道床自体が慣性力と路盤からの反力をうけて振動する場合の方程式であって，いわゆる固有振動と称されるものである。ここで式(5)解はつぎのように書きあらわすことができる。

$$z = A_1 \sin f_{nz} \cdot t + B_1 \cos f_{nz} \cdot t \tag{6}$$

したがって，道床基礎体が慣性力と路盤反力をうけて振動する場合の固有振動は角速度 f_{nz} をもった単弦運動であり，この f_{nz} を道床基礎体の鉛直振動の固有円振動数ともいわれるものである。

つぎに式(6) の係数 A_1，B_1 は道床基礎体の固有振動の振幅をあらわす。これら A_1，B_1 の値は運動の初期条件，すなわち運動の初期（$t = 0$）における道床基礎体の速度の大きさと基礎体の変位量によって決定される。しかるに道床自体の固有振動は衝撃によって引きおこされるので，このためには道床自体は初速度をもつことになる。したがってこのような場合にはつぎのようにして係数 A_1，B_1 を決定することができる。

$$t = 0 \quad で \quad z = 0\ , \quad \frac{dz}{dt} = v_0 \tag{7}$$

式(7) と式(6) より，$A_1 = v_0/f_{nz}$，$B_1 = 0$ となり，衝撃によって引きおこされる道床基礎体の鉛直固有振動の変位は次式で決定される。

$$z = \frac{v_0}{f_{nz}} \sin f_{nz} \cdot t \tag{8}$$

道床の鉛直固有振動の振幅，すなわち道床基礎体が平衡な位置からの最大変位量は，運動の初期条件のみによって決定されることになる。

つぎに道床基礎体の強制振動の式(3) にたちかえって，強制力 $p(t)$ が単弦振動で与えられる場合は　$p(t) = p \sin \omega t$　とおく。ただし ω は強制力の角速度であり，$p = P/m$ で，P は強制力である。式(3) の右辺に上式を代入すると，鉛直方向の道床の強制振動の式として次式をうる。

$$\frac{d^2z}{dt^2} + f_{nz}^2 \cdot z = p \sin \omega t \tag{9}$$

この微分方程式の一般解は周知のごとく，固有振動に相当する解と強制振動に相当する解の和で与えられる。しかるに固有振動は強制振動が始まってからまもなく減衰し，強制振動のみが残る。したがって式(9) の解は定常状態では　$z = A_z \sin \omega t$　で与えられ，この式を式(9) に代入して A_z を求めると $A_z = P/m(f_{nz}^2 - \omega^2)$ となる。ここに A_z：強制振動の振幅，ω：強制振動の角速度である。これらより強制振動の円振動数は強制力の角速度に等しいことがわかる。