

IV-69 舗装の寿命とワイブル分布

鹿島道路技術研究所 正会員 遠藤 靖

I まえがき

筆者は、本学会第23回年次学術講演会において、いわゆるAASHO Equationsを基本とする舗装の寿命の計算法およびそれに基づく段階施工計画に関して一つの案を提起した。

この場合の寿命載荷回数 W は、交通荷重、構造値すなわち舗装厚指数(コンクリート舗装の場合は版厚そのもの)および車面の型式によつて一義的に決定される。

しかしながら、以上の3要素が与えられても、AASHOの舗装も一般の舗装も必ずしも定値 W とはならず、寿命載荷回数は平均回数 μ のまわりに相当ばらつくことが一般的である。換言すれば、舗装の寿命載荷回数はある分布をするのである。この分布則がわかれば、計算値 W の信頼度なども明確になり、更に舗装強度(構造値)の経時減衰の様相なども明かになって、合理的な段階施工計画が可能になる筈である。

然らば、その分布則如何というに、舗装が車面の通行によつて次第に損耗し遂に寿命に達することと思えば、その分布がワイブル(Weibull)分布でなかろうかと考えることは、自然な思考過程と云える。そして、その分布が実際ワイブル分布であることを示し、これによつて若干の考察を試みる。

ただし、第23回年次学術講演会においては、アスファルト舗装のみならずコンクリート舗装にまで論及したが、ここでは都合によつて、専らアスファルト舗装について述べる。

II 基礎資料

AASHO道路において、構造値 SN を有するアスファルト舗装が、軸重 L_1 である一定型式の車面(ここでは単軸)が何回か載荷することによつて、最初サービス指数が4.2であつたものが、2.5となつて寿命がつきたことを観測したdataとして、HRB Special Report 61E のFig. 25およびFig. 26を使用する。本論の展開により、アスファルト舗装要綱の場合に対しても使用することができる図表等を作成しようとする意図の下に、要綱の軸重6, 10, 16, 24t(輪荷重3.5, 8, 12t)に近い荷重を採ることにして、 L_1 として12, 22.4, 32, 40, 48 Kip軸重を採用した。使用した図の中の一つ、 $L_1=22.4$ kipsの場合を図-21

に掲げる。また、これらの図に対応する軸重と読み取った構造値を表-21に示す。

図-21等を見れば、ある軸重において、一つの構造値 SN に対し、載荷回数の実測値 x の奥が横線上に1列に並んで n 個存在する。実測値が少ないので($n < 20$)、分布関数に対応する累積頻度は、 j 番目に対し

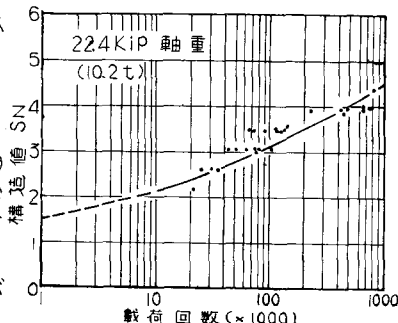


表-21 軸重と構造値

軸重 Kip L_1 (ton)	構造値 SN			
12 (5.5)	1.3	1.8	22	26
22.4 (10.2)	26	30	35	39
32 (14.5)	22	27	30	35
40 (18.2)	26	30	35	39
48 (21.8)	35	39	44	48

図-21 単軸重載荷回数と構造値の関係(P-25)

て、 $j/(n+1)$ として作成する。表-21 の各組合せ全部に
対して作るのであるが、その1例を表-22 に示す。表-22
の如きものが20種作られるのでこれを基本dataとする。

表-22 載荷回数と累積頻度
 $L_1=12\text{kip}, \text{SN}=22, n=9$

番 号	δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
載荷回数 ($\times 10^4$)		6.1	6.7	7.2	7.8	9.9	10.0	11.0	13.5	14.0
累積頻度 (%)		10	20	30	40	50	60	70	80	90

III ワイブル分布の決定

3-1 ワイブル分布の確率密度関数 確率密度関数

$f(x)$ は(3.1)式で与えられる。

$$f(x) = \frac{m}{\alpha} (x - \delta)^{m-1} e^{-\frac{(x-\delta)^m}{\alpha}}, \quad x \geq \delta; \quad f(x) = 0, \quad x < \delta \quad \dots \quad (3.1)$$

ここに、 x は変数でこの場合は寿命載荷回数、 $f(x)$ は頻度に相応する。なお、 m : 形のパラメーター (shape parameter), α : 尺度のパラメーター (scale parameter), δ : 位置のパラメーター (location parameter) である。

ワイブル確率紙を使用する場合およびその他の諸計算において、 x, δ を a 倍して、 $x' = ax, \delta' = a\delta$ なる x', δ' を用いれば便利なが多い。この場合、 m に変りはないが、 α は a^m 倍となり、 $\alpha' = a^m \alpha$ なる α' を用いることになる。従つて、この場合 $f(x)$ は(3.2)式の如くなる。

$$f(x) = \frac{a \cdot m}{\alpha'} (x' - \delta')^{m-1} e^{-\frac{(x'-\delta')^m}{\alpha'}}, \quad x' \geq \delta'; \quad f(x) = 0, \quad x' < \delta' \quad \dots \quad (3.2)$$

3-2 ワイブル確率紙と分布関数 確率密度関数が(3.1)式によつて表わされるワイブル分布の分布関数 $F(x)$ は(3.3)式によつて与えられ、 $F(x)$ は累積頻度に相応する。

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{(x-\delta)^m}{\alpha}} \quad \dots \quad (3.3) \quad (3.3) \text{ 式を図表化したものがワイブル確率紙である。}$$

確率紙の横軸 x に載荷回数ととり、縦軸 $F(x)$ に累積頻度をとつてプロットした場合、プロットした諸点が大体直線上に乗るよう操作することができれば、この分布はワイブル分布であることが確認され、同時に δ を決定することができる。また、この直線の傾斜より m が求められるし、 $Y = \log \log \frac{1}{1-F(x)}$ = 0 なる横線および $X = \log x = 0$ なる縦線と、プロットした直線との交点の縦距離 B より $\alpha = e^B$ として α を求めることができる。

$$x, \delta, \alpha \text{ の代りに } x', \delta', \alpha' \text{ を使用すれば、分布関数 } F(x) \text{ は、} \quad F(x) = 1 - e^{-\frac{(x'-\delta')^m}{\alpha'}} \quad \dots \quad (3.4)$$

3-3 ワイブル分布のパラメーター 確率紙に載荷回数と累積頻度(表-22)をプロットして分布が凡そワイブル分布であることを確かめた上、同時にパラメーターの値を得た。その結果の例を表-3-1 に示す。なお、計算によつてパラメーターを求めてみたが、確率紙によるものと相当の差を生じた。

確率紙から求めた m, δ, B を SN をパラメーターとし軸重を変数とするような曲線としてプロットしてみると多少凸凹があるので若干均したものが表-3-1 の値である。このようなものを L_1 全部について求めてあるが、表-3-1 には單にその1部を掲げた。

表-3-1 AASHO のアスファルト舗装に
対するパラメーター

L_1	SN	m	δ	(B)	α
224KIP (102t)	26	265	29×10^4	4.1	60.54×10^m
	30	245	60	5.5	244.69
	35	230	98	7.9	2,697.27
	39	215	135	9.8	18,052.70

表-3-1 等は AASHO のアスファルト舗装を対象としたものであるが、我国のアスファルト舗装要綱を考慮

場合には、軸重も構造値も AASHO に比して遙かに範囲が広いので、舗装要綱を対象とするために、表-3-1 等を外挿して m, δ, B の図表を作つた。何れも構造値 SN をパラメーターとし軸重 L_1 を変数とするもので、 $\text{SN} = 2.0 \sim 10.0, L_1 = 5.5 \sim 24.0$ としている。ただし、 α に対するものの代りに

B'の図表とした。B'がわかれば、 $\alpha' = e^{B'}$, $\alpha = \alpha' / a^m$ として α が得られる。これらの図表は紙面の関係で全部割愛した。これらの図表より舗装要綱の舗装全部に対してパラメーターを求めたが、その1例(B交通)を表-3-2に掲げる。表-3-2の中のSNは要綱の舗装に対して適当と思われる構造値でIVにおいて畧述する。

IV アスファルト舗装に対する AASHO Equations および適正構造値 (第23回年次学術講演会における小論参照)

AASHO Eqs. 等については、上記小論に詳述されているので、ここでは骨子となる式を掲げるに止める。AASHO Eqs. をメートル法で表わせば次の如くなる。

$$\log W = \log p - 0.201\beta \quad (4.1) \quad p = 10^{5.77} (SN+1)^{0.36} L_2^{4.33} / (L_1+L_2)^{4.79} \quad (4.2)$$

$$\beta = 0.4 + 0.081(L_1+L_2) / (SN+1) \cdot L_2^{3.23} \quad (4.3)$$

$$\overline{SN} = SN + \Delta SN, \quad SN = a_1 D_1 + a_2 D_2 + \dots + a_n D_n, \quad \Delta SN = SN_b - 2.891, \quad SN_b = 2.89 CBR^{0.46} \quad (4.4)$$

表-3-2のSNは、舗装要綱の各種交通におけるCBRの値に対し(4.4)式によつて求めたものである。また、表-3-1のSNはAASHOのものであるが、AASHOではCBR=3(%)であるから、(4.4)式によれば $\overline{SN} = SN$ である。

V 信頼度関数、損耗度関数、累積損耗度関数、有効度関数および平均値

5-1 信頼度関数 載荷回数Xに対する信頼度は(5.1)式の関数R(X)によつて与えられ、X回載荷した場合更に引続き載荷し得る確率を表わす。

$$R(X) = e^{-\frac{(X-r)^m}{\alpha}} \quad (5.1) \quad X = aX, \quad r = ar, \quad \alpha = a^m \alpha \text{ のときは } R(X) = e^{-\frac{(X-r)^m}{\alpha}} \quad (5.2)$$

(4.1) 式～
(4.4)式によつて求めた載荷回数W

L ₁	SN	W	R(W)	E(W)	μ
224kP (10.2t)	26	324×10 ⁴	0.999	0.999	707×10 ⁴
	30	799	0.978	0.978	1437
	35	2105	0.908	0.903	3733
	39	4153	0.931	0.929	9793

に対する信頼度R(W)は、(5.1)式または(5.2)式によつて得られる。その結果の1部を表-5.1 および表-5.2に示す。表-5.1はAASHOの舗装に対するものであり、表-5.2は舗装要綱に対するものである。

5-2 損耗度関数、累積損耗度関数および有効度関数 損耗度関数(瞬間損耗度関数)をλ(X)とすれば、λ(X)は(5.3)式の如くなる。

$$\lambda(X) = \frac{m}{\alpha} (X-r)^{m-1}, \quad X \geq r; \quad 0, \quad X \leq r \quad (5.3)$$

$$X' = aX, \quad r' = ar, \quad \alpha' = a^m \alpha \text{ の場合は } \lambda(X) = \frac{a \cdot m}{\alpha'} (X'-r')^{m-1} \quad (5.4) \text{ となる。}$$

$$\text{累積損耗度 } S(X) \text{ は } S(X) = \int_r^X \lambda(x) dx = \frac{1}{\alpha} (X-r)^m \quad (5.5) \quad X' = aX, \quad r' = ar,$$

表-3-2 舗装要綱に対するパラメーター

交通区分	設計CBR	SN	m	r	α
B交通 L ₁ =10t	20	4.6	1.93	187.16	443,430.00×10 ^{4m}
	25	4.6	1.93	187	443,430.00
	30	4.5	1.95	180	268,337.00
	35	4.5	1.95	180	268,337.00
	40	4.5	1.95	180	268,337.00
	50	4.7	1.90	194	659,994.00
	60	4.8	1.88	203	1,088,150.00
	80	4.9	1.86	211	1,623,340.00
	100 ^註	5.2	1.79	234	6,582,940.00

表-5-2 舗装要綱の舗装における信頼度R(W), 有効度E(W)および平均値μ

交通区分	設計CBR	SN	W	R(W)	E(W)	μ
B交通 L ₁ =10t	20	4.6	177.8×10 ⁴	0.961	0.959	764.23×10 ⁴
	25	4.6	1683	0.965	0.964	764.23
	30	4.5	1503	0.950	0.949	558.55
	35	4.5	153.1	0.948	0.947	558.55
	40	4.5	153.1	0.948	0.947	558.55
	50	4.7	194.5	0.973	0.973	1040.65
	60	4.8	230.7	0.979	0.979	1463.89
	80	4.9	283.1	0.981	0.981	1967.01
	100 ^註	4.2	421.7	0.995	0.993	5783.12

$\alpha' = a^m \alpha$ の場合は (5.6) 式の如くなる。 $S(x) = \frac{1}{\alpha'} (x' - \gamma')^m \dots \dots (5.6)$

舗装強度の有効度を表わす有効度関数 $E(x)$ は、第23回講演会の場合の有効率 α_t に相当するもので、 $E(x) = 1 - S(x)$ として $E(x) = 1 - \frac{1}{\alpha'} (x' - \gamma')^m \dots \dots (5.7)$ $x' = ax, \gamma' = a\gamma$

$\alpha' = a^m \alpha$ の場合は $E(x) = 1 - \frac{1}{\alpha'} (x' - \gamma')^m \dots \dots (5.8)$ W に対する有効度 $E(W)$ は、(5.7) 式または (5.8) 式によつて計算されその一部を表-5.1 および表-5.2 に示している。

累積損耗度関数 $S(x)$ は、確率密度関数 $f(x)$ の曲線と x 軸とによつて囲まれた面積を2分し、 $\gamma \sim x$ までの面積と $x \sim \infty$ までの面積との比を表わすもので、 x 点における損耗度を表現している。従つて、 $S(x)$ は γ において0で ∞ にまで達するのであるが、これは、 γ において損耗度が0であり、 $x = \infty$ において完全損耗を表わすのである。一面、有効度 $E(x) = 0, S(x) = 1$ であることを併せ考へて、 $S(x)$ の限度として一応 $S(x) = 1$ とすることにする。 $S(x) = 1$ に対応する x を x_L とすれば

$$x_L = \alpha'^{\frac{1}{m}} \gamma' \dots \dots (5.9)$$

5-3 平均値 アスファルト舗装の寿命載荷回数の平均値 μ は (5.10) 式によつて与えられる。

$$\mu = \alpha'^{\frac{1}{m}} \left[\frac{1}{m} + 1 \right] + \gamma' \dots \dots (5.10) \quad \text{ここに } \Gamma \text{ はガンマ関数である。} \quad x' = ax, \gamma' = a\gamma$$

$$\alpha' = a^m \alpha \text{ の場合は } \mu = \frac{1}{a} \left[\alpha'^{\frac{1}{m}} \left[\frac{1}{m} + 1 \right] + \gamma' \right] \dots \dots (5.11)$$

AASHTO の舗装の場合および舗装要綱の場合について計算した結果の一部を表-5.1 および表-5.2 の中に掲記した。表-5.1 および表-5.2 に見る如く、AASHTO Eqs. による計算値 W は一般に、平均値 μ より相当小さいことを知る。

VI グラフ

(3.1) ~ (3.4) 式、(5.1) ~ (5.8) 式により $f(x), F(x), R(x), \lambda(x), S(x), E(x)$ のグラフを作ることが出来る。AASHTO の舗装および舗装要綱の舗装全部について以上のグラフを作成したが、その一部を図-6.1 ~ 図-6.2 に示す。

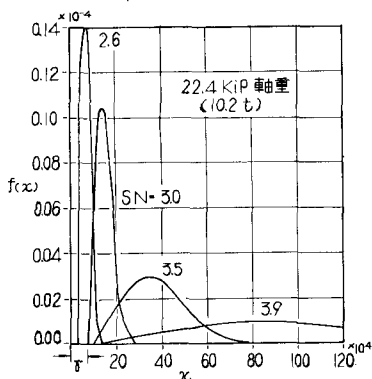


図-6.1 確率密度関数(AASHTOの舗装)

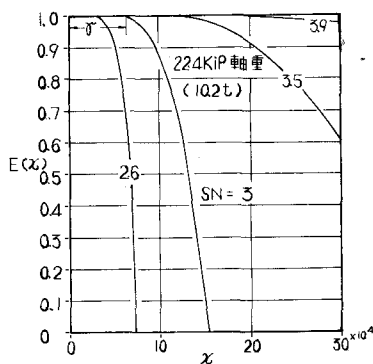


図-6.2 有効度関数(AASHTOの舗装)

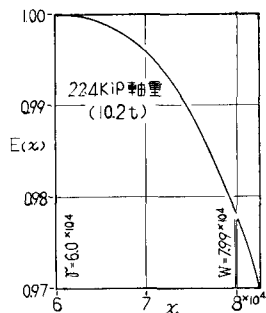


図-6.3 有効度曲線の拡大図 (AASHTOの舗装)

グラフは x の広範囲について画かれているが、実際は $x = W$ 附近までが有効とみなすべきであらう。そこで、AASHTO の $L_1 = 22.4 \text{ teups}$, $SN = 3.0$ の場合、 $\gamma' (= 6.0 \times 10^4) \sim W (= 7.99 \times 10^4)$ 範囲について $E(x)$ 曲線を拡大して画いてみると図-6.3 の如くなり、前々回の講演会のもとの酷似している。

VII おまひ

以上の小論は試論に過ぎず、確信をもちて述べるものではない。大方の御叱正をお願いします。3