

1. まえがき. 斜面を形成する土は重力の作用を受けて, その内部で, ある面に沿ってせん断応力 τ を生じ, これに対して土自身の有するせん断強さ (s) がその限度内で抵抗する. この両者の比 s/τ は, 考える面の形状および位置によって異なり, かつまたその面が一定の形状で, 一定の位置に決定されたとしても, その面上の各点で異なり, 一般にある分布をなす. 本文においては, 各点の s/τ が最小となる点を連ねた二次元的な1つの連続面 $y(x)$ を, その斜面の最危険面と呼び, 最危険面に分布する s/τ のさらに最小値をその斜面の安全率と定義し, これに基づいて単純斜面の安定性を吟味しようとする.

2. 土の微小鉛直細片に作用する力. 図-1のように座標を定め, 単純斜面 $\eta(x)$ に対する最危険面 $y(x)$ 上に土の微小鉛直細片 $(y-\eta) \times dx \times 1$ を考えれば, その重量 dW は

$$dW = \gamma z dx, \quad \text{ここに} \quad z = y(x) - \eta(x), \quad (1)$$

$$\eta(x) = \begin{cases} 0, & (x \leq 0). \\ x \tan \beta, & (0 \leq x < x_E). \\ H, & (x_E \leq x). \end{cases}$$

である. 微小鉛直細片の側面に作用する土圧の水平分力 (X) は Rankin 土圧にならつて

$$X = \frac{1}{2} K_1 \gamma z^2 + 2 K_2 C_e z \quad (2)$$

と仮定する. ただし, K_1 および K_2 は主動域においては主動土圧係数, 受働域においては受働土圧係数をとる. C_e は土の有効粘着力である. X の作用点は微小鉛直細片の底 J から $z/3$ の高さにあるものとする.

土中に浸透流がある場合は, 間隙水圧 u が

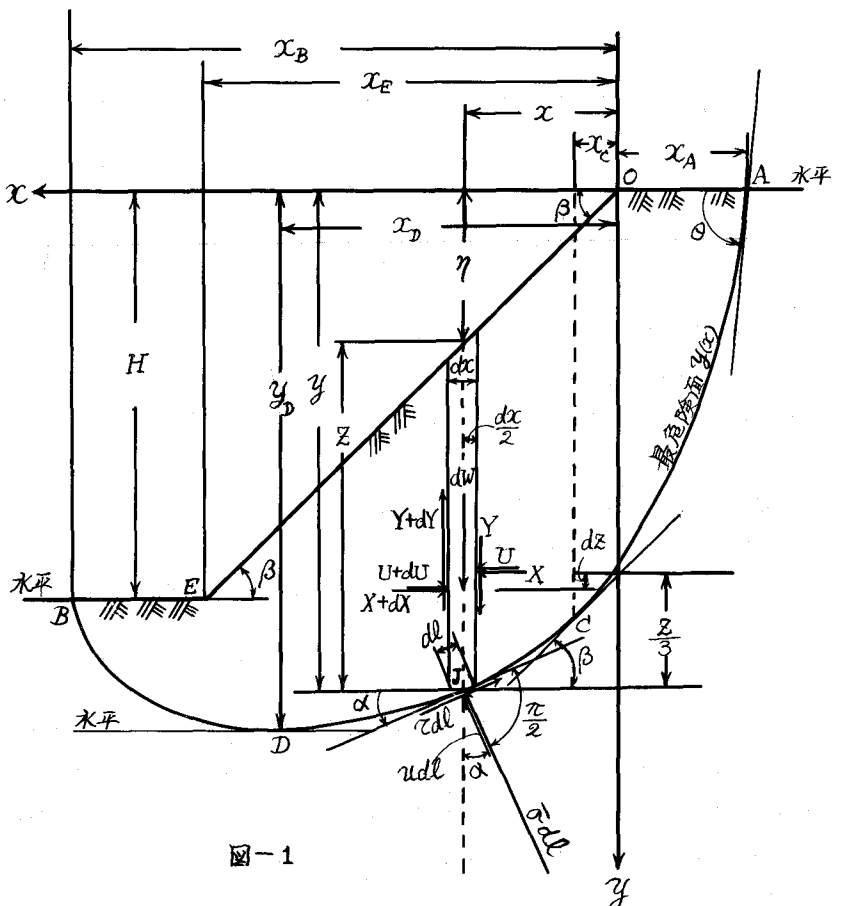


図-1

生ずる。uは実際問題において、一定水位の水中斜面の他は浸透流が定常状態を保ちがたく、たえず変化しており、その解析的表示は困難であるから近似的に

$$u = \mu \gamma_w z, \quad (0 < \mu < 1), \quad \gamma_w = \text{水の単位重量}$$

と仮定する。よって微小鉛直細片の側面に作用する間隙水圧力(U)は

$$U = \frac{1}{2} \mu \gamma_w z^2 \quad (3)$$

で与えられ、その作用点はXの作用点と同一である。微小鉛直細片の両側面に作用するXとX+dX, およびUとU+dUの作用点の高さの差はいずれもdzである。

微小鉛直細片の底面に作用する間隙水圧力は

$$u dl = \mu \gamma_w z dl, \quad dl = \text{微小鉛直細片の底長} \quad (4)$$

と書ける。u dl はJにおける接線に垂直に作用する(図-1. 参照)。

上記の力のほかに、微小鉛直細片の側面に沿って作用する土圧の鉛直分力およびせん断応力の合力(Y)があり、また微小鉛直細片の底面には、せん断抵抗力(τdl)および最危険面からの反力($\bar{\sigma} dl$) ($\bar{\sigma}$ = 土の有効圧力)がそれぞれJを通り、Jにおける最危険面の接線方向および垂線方向に作用する。これら3力は微小鉛直細片の釣合条件式 $\sum M = 0$, $\sum H = 0$, $\sum V = 0$ からつぎのように決まる:

$$Y = z(a_1 z + a_2) \frac{dz}{dx}, \quad (5)$$

$$\tau = \frac{1}{1+(z'+\eta')^2} \left\{ \gamma z - (2a_1 z + a_2) z'^2 - z(a_1 z + a_2) z'' \right\} (z' + \eta') - (6a_1 z + \frac{3}{2} a_2) z', \quad (6)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1+(z'+\eta')^2} \left\{ \gamma z - (2a_1 z + a_2) z'^2 - z(a_1 z + a_2) z'' + (6a_1 z + \frac{3}{2} a_2) z' (z' + \eta') \right\} - \mu \gamma_w z, \quad (7)$$

$$\text{ここに} \quad a_1 = \frac{k_1 \gamma + \mu \gamma_w}{6}, \quad a_2 = \frac{4k_2 c_e}{3}, \quad \gamma = \text{土の単位重量}, \quad \gamma_w = \text{水の単位重量}. \quad (8)$$

最危険面における土の有効せん断強さは Coulomb の式

$$s = c_e + \bar{\sigma} \tan \phi_e, \quad \phi_e = \text{土の有効マサツ角}, \quad (9)$$

で与えられるものとする。(7)を(9)に代入すれば、最危険面における土のせん断強さの式が得られる。

3. 安全率と最危険面。最危険面上の任意の点の安全率(F)を $F = s/\tau$ で表わせば、(7)および(9)を用いて、次式で与えられる:

$$F = \frac{\tan \phi_e \left\{ \gamma z - (2a_1 z + a_2) z'^2 - z(a_1 z + a_2) z'' + \frac{3}{2} (4a_1 z + a_2) z' (z' + \eta') \right\} - (\mu \gamma_w z \tan \phi_e - c_e) \{1 + (z' + \eta')^2\}}{\left\{ \gamma z - (2a_1 z + a_2) z'^2 - z(a_1 z + a_2) z'' \right\} (z' + \eta') - \frac{3}{2} (4a_1 z + a_2) z'} \quad (10)$$

(10) からわかるように、Fはz, z'およびz''の函数であるから、一般に $y(x)$ の形によって変化し、さらに1つの定められた $y(x)$ の上においてFはある一定の分布を示す。この点、本文は従来の斜面の安定計算のように、1つの仮定臨界面の全面に一樣な安全率を定める考え方と異なる。そこでFを最小ならしめる $y(x)$ を最危険面と定義し、さらに最危険面に分布するFの最小値をその斜面の安全率 F_0 と考える。この F_0 を用いれば斜面内のいかなる点においても、 τ が s を超過して斜面の

崩壊のきっかけを作るようなことはない。ここに $F_s > 1$ のとき安全, $F_s < 1$ のとき不安全である。

しかし, (10) からただちに最危険面の一般式 $y(x)$ を求めることは困難であるので, y の最上端 $A(x_A, 0)$, y' が斜面の勾配 $\tan\beta$ と一致する点 $C(x_C, y_C)$ および y' が水平となる点 $D(x_D, y_D)$ の安全率 F_A, F_C および F_D について考察を進める:

A および C は主動域に, D は受働域にあり, それぞれ $x_A < 0$, $0 \leq x_C \leq x_E$, $0 \leq x_D \leq x_E$ に存在するものと仮定すれば, (10) から

$$F_A = \frac{(a_2 \tan\phi_c + 2c_e)z_A'^2 + 2c_e}{a_2 z_A'(2z_A'^2 + 3)}, \quad (11)$$

$$F_C = \frac{\tan\phi_c}{\tan\beta} + \frac{2}{\sin^2\beta} \cdot \frac{(c_e - \mu x_D z_C \tan\phi_c)}{z_C[\gamma - z_C''(a_1 z_C + a_2)]}, \quad (12)$$

$$F_D = \frac{2 \tan\phi_c}{3 \tan\beta} \cdot \frac{\{(\gamma - \mu x_D - 2a_1 \tan^2\beta) - z_D''(a_1 z_D + a_2)\}z_D + \frac{c_e}{\tan\phi_c} - a_2 \tan^2\beta}{4a_1 z_D + a_2} \quad (13)$$

を得る。ここに z_A' は A 点の z' ; z_C および z_C'' はそれぞれ C 点の z' および z'' ; z_D および z_D'' は D 点の z および z'' を表わす。

4. 最危険円の決定。ここで, 最危険面 $y(x)$ の形として A, C および D の3点を通り半径 R , 中心 (x_D, y_D) の円弧

$$(x - x_D)^2 + (y - y_D)^2 = R^2 \quad (14)$$

を仮定する。この円を最危険円と呼ぶことにする。

(図-2 参照)。

(11) から A 点の安全率を最小ならしめる z_A' を求め,

$$z_A' = \tan\theta$$

とおけば, この θ は A 点における最危険面の接線が x 軸の正の方向となす角を与える。 $\tan\theta$ は (15) で与えられる。ただし, (15) から得られる2つの $\tan\theta$ の値の中で, $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の値を用いる。

(15) は一般的最危険面に対して成立する。

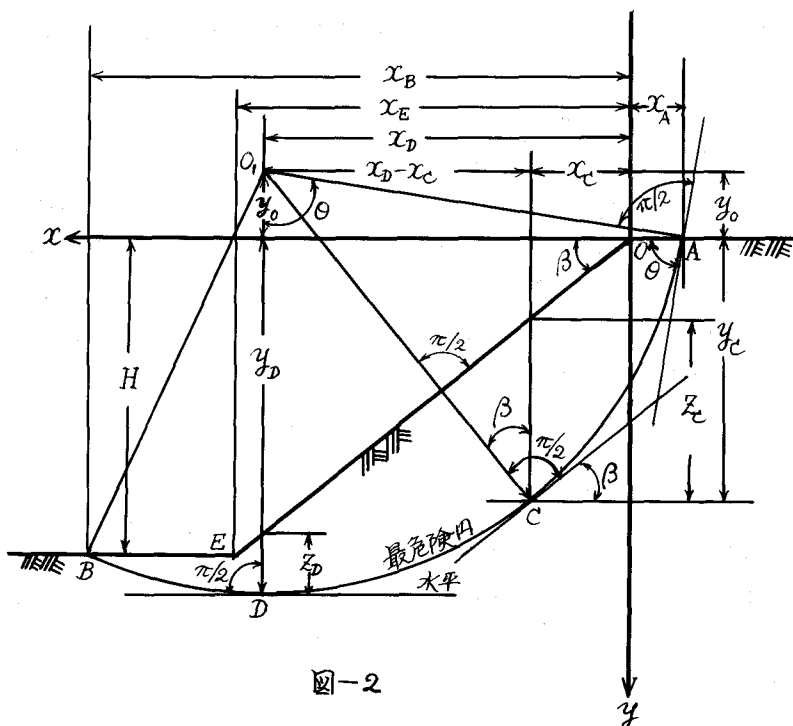


図-2

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[-3 \left(\frac{2c_e}{A_1} - \frac{1}{2} \right) \pm \sqrt{9 \left(\frac{2c_e}{A_1} - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{12c_e}{A_1}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

ここに $A_1 = a_2 \tan \phi_e + 2c_e$.

最危険円に対しては

$$-(x_D - x_A)/y_0 = \tan \theta \quad (16)$$

の関係がある。(12)および(13)から、それぞれ F_C および F_D が最小となる条件式 $\zeta_C(x_D, y_0)$ および $\zeta_D(x_D, y_0)$ が得られる。すなわち

$$\begin{aligned} \zeta_C(x_D, y_0) = & -B_2 B_5^2 x_D^3 + B_5 (2B_2 B_4 + B_3 B_5) x_D^2 y_0 - B_4 (B_2 B_4 + 2B_3 B_5) x_D y_0^2 + B_3 B_4^2 y_0^3 \\ & + B_1 B_5^2 x_D^2 - 2B_1 B_4 B_5 x_D y_0 + B_1 B_4^2 y_0^2 + (B_6 - 2A_3 B_5) x_D + (2A_3 B_4 - B_7) y_0 + B_8 = 0, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_D(x_D, y_0) = & -a_1 B_5^3 x_D^3 + a_1 B_5^2 (2B_{19} + 1) x_D^2 y_0 - a_1 B_5 B_{19} (B_{19} + 2) x_D y_0^2 + a_1 B_{19}^2 y_0^3 \\ & + B_5^2 (B_{19} - B_{20} + B_{21}) x_D^2 + B_5 (B_{19} B_{20} + B_{20} - 2B_{18} B_{19} - 2B_{21}) x_D y_0 \\ & + (B_{18} B_{19}^2 - B_{19} B_{20} + B_{21}) y_0^2 - B_5 B_{22} x_D + B_{22} y_0 = 0. \quad (18) \end{aligned}$$

ここに $A_2 = a_1 + \gamma \cos^2 \beta$, $A_3 = c_e / \tan \phi_e$, $A_4 = \gamma - \mu \gamma_0 a_1 \tan \beta$, $A_5 = A_3 - a_2 \tan^2 \beta$.

$$B_1 = A_2 A_3 + \mu \gamma_0 a_2, \quad B_2 = \mu \gamma_0 a_1 \tan \beta, \quad B_3 = \mu \gamma_0 a_1 \left(1 + \frac{\sin \beta \tan \beta}{\cos \theta} \right), \quad B_4 = 1 + \frac{1}{\cos \theta \cos \beta},$$

$$B_5 = \tan \beta, \quad B_6 = \gamma \sin \beta \cos \beta \left(\frac{A_3}{A_2} \right), \quad B_7 = \gamma \cos^2 \beta \left(1 + \frac{\sin \beta \tan \beta}{\cos \theta} \right) \left(\frac{A_3}{A_2} \right), \quad B_8 = a_2 \left(\frac{A_3}{A_2} \right),$$

$$B_{18} = A_5 + \frac{3a_2}{4} - \frac{a_2 A_4}{4a_1}, \quad B_{19} = 1 + \frac{1}{\cos \theta}, \quad B_{20} = 2A_5 - \frac{a_2}{2} \left(1 + \frac{A_4}{a_1} \right), \quad B_{21} = A_5 - \frac{a_2 A_4}{4a_1}, \quad B_{22} = \frac{a_2^2}{4a_1}.$$

(17)と(18)を連立方程式として x_D および y_0 に関して解けば、最危険円の中心の座標 (x_D, y_0) が決定される。この連立方程式の一般的な解を式で表示することはできないが、具体的には数値計算により解くことができる。この x_D および y_0 を用いれば、最危険円の半径 R 、最危険円の上下端の座標 $A(x_A, 0)$ および $B(x_B, H)$ が次式で決定される。また x_C , z_C および x_D も得られる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} R &= y_0 / \cos \theta, \\ x_A &= x_D + y_0 \tan \theta, \\ x_B &= x_D + \sqrt{y_0^2 \sec^2 \theta - (H - y_0)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

H = 単純斜面の高さ。

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_D - \frac{y_0 \sin \beta}{\cos \theta}, \\ z_C &= \left(1 + \frac{1}{\cos \theta \cos \beta} \right) y_0 - x_D \tan \beta, \\ x_D &= \left(1 + \frac{1}{\cos \theta} \right) y_0 - x_D \tan \beta. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

5. 最危険円に対する安全率分布および斜面の安全率。最危険円に分布する安全率 F は(10)と(14)に x_0 , y_0 および R を与えて計算できる。しかし、この安全率分布の概略は A, C, D 3点の安全率を(11), (12), (13)によって計算することによりわかる。そして、この分布の最小値をもつて、本文では、斜面の安全率 F_0 とするのである。

6. あとがき。本文においては最危険面上の安全率分布という概念に基づいて、その分布の一般式を誘導し、これを用いて最危険面が円弧で、傾斜面内に斜面の勾配と一致する接線および水平接線をもつ場合の最危険円の中心座標とその半径を決定したが、斜面の勾配が次第に急になると、これらの点は傾斜面内に存在しなくなり、いわゆる斜面先円となる場合が出てくる。この様な場合について(10)から計算されるが、この場合の詳細は後日にゆずる。