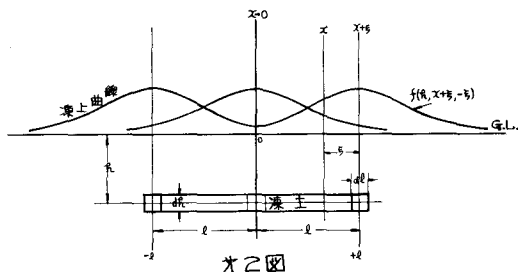


そうすると、地表面位置 $(X+\xi)$ の直下 r にある、 $dl \cdot dr$ の微小凍土の膨脹の地表面 X 處に現出する凍土変位量は、 $dl \cdot dr \cdot f(r, X+\xi, -\xi) = dl \cdot dr \cdot \frac{C}{ar} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ar}\right)^2}$ で表すことが出来る。

第1図に、 $\frac{C}{ar} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ar}\right)^2}$ のグラフを示す。両曲線共に、 $a=C=1$ で ①は $r=1$ 、②は $r=2$ 、の場合を示す。 r が大となると、 $\xi=0$ 處の最大値は減少するが、減衰はゆるやかとなる。然し、両曲線が、横軸と囲む面積は不変である。定数、 a, C 、の値を適当に選ぶことによって、曲線の形状も、縦方向、又は横方向に自由に伸縮させることが出来る。函数 $\frac{C}{ar} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ar}\right)^2}$ は、 $\xi=0$ 軸に対して左右対称であり、函数の最大値を示す、 $\xi=0$ 處の値は、 $\frac{C}{ar}$ で表はされ、曲線と横軸とで囲まれた面積は、 $C/\sqrt{\pi}$ となる。ここで、 $C=\frac{\eta}{\sqrt{\pi}}$ とおくと、上記の面積は、 η となり、 η を凍土の膨脹率とすると、凍土の膨脹量=地表面の凍土量、となり、凍土変位の計算に都合の良い形となる。よって、地中の微小凍土による、凍土変位量は

$$dl \cdot dr \cdot f(r, X+\xi, -\xi) = dl \cdot dr \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\pi} \cdot ar} \cdot e^{-\left(\frac{\xi}{ar}\right)^2} \quad \text{①}$$

にて、表すこととする。定数 η は曲線の面積、即ち地上の凍土量を決定し、定数 a は、 r と共に働いて、曲線の横拡がりをも決定する因子となる。



4. 薄い水平凍土壁による凍土変位

第2図に示す様な、地下 r にある、厚さ dr 長さ $2l$ の薄い水平凍土壁の凍土効果は、 $dl \cdot dr \cdot f$ の $2l$ 間の総和として計算される。 X 處の凍土変位量を、 $F_a(r, X)$ で表示すると、

$$F_a(r, X) = \int_{-(l+X)}^{(l+X)} dr \cdot f(r, X+\xi, -\xi) d\xi = dr \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{(l-X)}{ar}}^{\frac{(l+X)}{ar}} e^{-y^2} dy = dr \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^{\frac{l+X}{ar}} e^{-y^2} dy + \int_0^{\frac{l-X}{ar}} e^{-y^2} dy \right\}$$

ここで $y = \frac{\xi}{ar}$ とおき、 $\int_0^x e^{-y^2} dy = \text{erf } x$ を考慮すると、

$$F_a(r, X) = \eta \cdot dr \cdot \frac{1}{2} \left\{ \text{erf} \left[\frac{l+X}{ar} \right] + \text{erf} \left[\frac{l-X}{ar} \right] \right\} \quad \text{②}$$

の形で計算式が導出される。

5. 薄い垂直凍土壁による凍土変位

第3図に示す様な、地下 $r_1 \rightarrow r_2$ にある、幅 dl の薄い垂直凍土壁の凍土効果、 $F_b(r, X)$ は、

$$F_b(r, X) = dl \int_{r_1}^{r_2} \frac{C}{ar} \cdot e^{-\left(\frac{X}{ar}\right)^2} \cdot dr = \frac{C}{2a} \cdot dl \int_{\left(\frac{X}{ar_2}\right)^2}^{\left(\frac{X}{ar_1}\right)^2} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

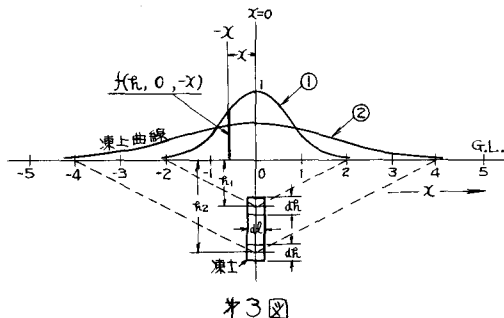
$$= \frac{\eta}{2\sqrt{\pi}a} \left[- \int_{\left(\frac{X}{ar_2}\right)^2}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt + \int_{\left(\frac{X}{ar_1}\right)^2}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \right]$$

ここで $E_i(-x) = - \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$

($E_i(x)$ は積分指数函数) を考慮すると、

$$F_b(r, X) = \frac{\eta}{2\sqrt{\pi}a} dl \left[E_i \left(- \left(\frac{X}{ar_1} \right)^2 \right) - E_i \left(- \left(\frac{X}{ar_2} \right)^2 \right) \right] \quad \text{③}$$

と求まる。

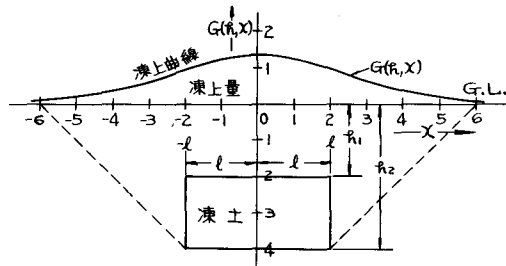


6. 矩形断面の凍土壁による凍土変位

第4図に示す様な、地下 $r_1 \rightarrow r_2$ にある、長さ $2l$ の矩形断面の凍土壁による凍土効果、 $G(r, X)$ は、

$$G(r, X) = \int_{r_1}^{r_2} f_a(r, X) \cdot dr$$

$$= \frac{\eta}{2a} \left[\int_{a r_1}^{a r_2} \operatorname{erf} \frac{l+X}{a r} d(ar) + \int_{a r_1}^{a r_2} \operatorname{erf} \frac{l-X}{a r} d(ar) \right]$$



第4図

ここで

$$\int_{r_1}^{r_2} \operatorname{erf} \frac{m}{r} dr = H_2 \operatorname{erf} \frac{m}{H_2} - H_1 \operatorname{erf} \frac{m}{H_1} + \frac{m}{\sqrt{\pi}} \left[E_i \left(-\left(\frac{m}{H_1} \right)^2 \right) - E_i \left(-\left(\frac{m}{H_2} \right)^2 \right) \right]$$

となるから $G(r, X)$ は下の形に求まる。

$$G(r, X) = \frac{\eta}{2a} \left[a r_2 \left\{ \operatorname{erf} \frac{l+X}{a r_2} + \operatorname{erf} \frac{l-X}{a r_2} \right\} - a r_1 \left\{ \operatorname{erf} \frac{l+X}{a r_1} + \operatorname{erf} \frac{l-X}{a r_1} \right\} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ (l+X) \left[E_i \left(-\left(\frac{l+X}{a r_1} \right)^2 \right) - E_i \left(-\left(\frac{l+X}{a r_2} \right)^2 \right) \right] + (l-X) \left[E_i \left(-\left(\frac{l-X}{a r_1} \right)^2 \right) - E_i \left(-\left(\frac{l-X}{a r_2} \right)^2 \right) \right] \right\} \right] \quad (4)$$

7. 計算式 ④ の吟味

(イ) 最大凍土変位 最大凍土変位 $G(r, 0)$ は $X=0$ の点で起り、④式で $X=0$ として求まる。

$$G(r, 0) = \frac{\eta}{a} \left[a r_2 \operatorname{erf} \frac{l}{a r_2} - a r_1 \operatorname{erf} \frac{l}{a r_1} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ E_i \left(-\left(\frac{l}{a r_1} \right)^2 \right) - E_i \left(-\left(\frac{l}{a r_2} \right)^2 \right) \right\} \right] \quad (5)$$

(ロ) l が大きい場合の凍土変位

④式で $l \rightarrow \infty$ に持って行くと $\lim_{l \rightarrow \infty} G(r, X) = \eta(r_2 - r_1) \quad (6)$ が求まる。

(ハ) $r_1 = 0$ の場合の凍土変位 ④式で $r_1 \rightarrow 0$ に持って行くと、 r_2 を r と書いて、

$$G(r, X) = \frac{\eta}{2a} \left[a r \left\{ \operatorname{erf} \frac{l+X}{a r} + \operatorname{erf} \frac{l-X}{a r} \right\} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ (l+X) E_i \left(-\left(\frac{l+X}{a r} \right)^2 \right) + (l-X) E_i \left(-\left(\frac{l-X}{a r} \right)^2 \right) \right\} \right] \quad (7)$$

ここで $X=0$ とすると下の⑧式が求まる。

$$G(r, 0) = \frac{\eta}{a} \left[a r \operatorname{erf} \frac{l}{a r} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} E_i \left(-\left(\frac{l}{a r} \right)^2 \right) \right] \quad (8)$$

③式で $l \rightarrow \infty$ にすると ⑨式が求まる。

$$G(r, 0) = \eta r \quad (9)$$

(ニ) 凍土変位量の最大値に対する比

$r_1 = 0$ の場合の最大凍土変位 $G(r, 0)$ は⑧式で、地表面上、 $X = l + P_3$ 点の凍土変位 $G(r, l + P_3)$ は、⑦式で求められる。今両者の比をとってみると、

$$\frac{G(r, l + P_3)|_{r_1 \rightarrow 0}}{G(r, 0)|_{r_1 \rightarrow 0}} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(2L + \Theta) - (2L + \Theta) E_i(-(2L + \Theta)^2)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf} L - L E_i(-L^2)} \quad (10)$$

(註) $\frac{l}{a r} = L$, $\frac{P_3}{a r} = \Theta$ とおく

8. パラメーター a の挙動と ϕ との関係

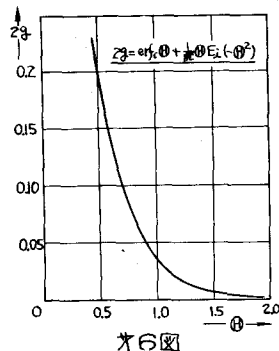
$a \rightarrow \infty$ の場合 の凍土変位 $G(r, X)$ は④式より、 $G(r, X) = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\eta}{a} \cdot 2l \cdot \log \frac{r_2}{r_1} \quad (11)$ が求まる。

⑪式は $a \rightarrow \infty$ となると凍土変位は、0 に近づくが、 X に無関係故、地上どこでも一定値となる事を示す。

$a \rightarrow 0$ の場合 の凍土変位 $G(r, X)$ は④式より、 $G(r, X) = \eta(r_2 - r_1) \quad (12)$

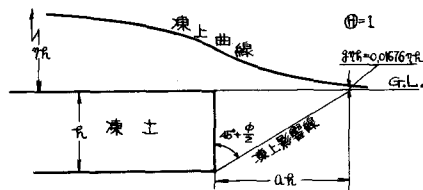
⑫式は、凍土変位幅 $2l$ の板状形なることを示す。 $0 \leq X \leq l$

αとφの関係 αの値が0と∞となる面極端の場合を調べたが、αが適当な値をとると、第5図の凍上影響角θ(度)は0~90°の間に存在する筈である。図で凍土の右方端面で地山を押すと、地山には受動土圧が働き、凍土端面と角度θを持つ滑り面が出来る。φを地山の内部摩擦角(度)とすると、 $\theta = 45^\circ + \phi/2$ ⑬の関係があることは土質力学の示す所である。凍上影響範囲を限定するためには、④式で、或る値以下の凍上変位を切捨てて考える必要がある。この切捨限界値をx=0 点の最大凍上変位との比で表しgとすると、この限界値は $g \cdot \eta \cdot r$ となる。⑦式で $P = x - l$ とおき、 $l \rightarrow \infty$ にすると、



$$G(r, l+p) = \frac{\eta}{2a} \left[aR \cdot \text{erfc}\left(\frac{P}{aR}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} P \cdot \text{Ei}\left(-\frac{P^2}{aR^2}\right) \right] \quad \text{⑭}$$

茲に $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2} du$ を示す。
 $P = P_g$ の時の凍上変位は $G(r, l+p_g)|_{l \rightarrow \infty} = g \eta r$
 この関係を⑭式に入れ $\frac{P_g}{aR} = \theta$ とおくと、



$$g = \frac{1}{2} \left[\text{erfc}(\theta) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \theta \text{Ei}(-\theta^2) \right] \quad \text{⑮}$$

の関係式を得る。第6図にこのグラフを示す。

第5図より $P_g/R = \tan \theta$ となるから

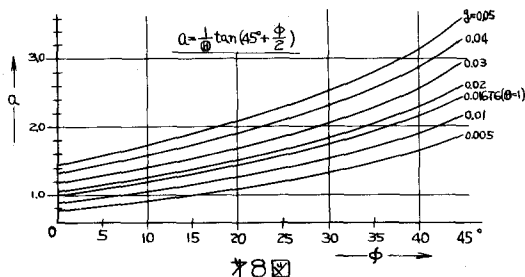
$$Q = \frac{1}{\theta} \cdot \tan(45^\circ + \phi/2) \quad \text{⑯}$$

従って、 $\theta = 1$ 、($g = 0.01676$) の場合には、(第7図)

$$Q = \tan(45^\circ + \phi/2) \quad \text{⑰}$$

となり $Q \leftrightarrow \phi$ の簡単な関係式が得られる。

第8図に、これらの関係をグラフで示してある。



9. ηについて

ηは凍土の体積膨脹率を示す数値である。

実施5の場合には、地表面の隆起容積より算出し、実験的には、土のサンプルを開放型凍上試験器にかけて求める。

10. 実施5における適用例

本計算法は、凍上変位を予測するためのものであるが、実施5のデータと検証した結果を、第9図に示した。円形の凍土断面を11箇の矩形に分けて計算したが、 $Q=1$ の場合が実測値に近い事が判る。

11. 結 言

本計算法は二次元の問題を扱ったものであるが、実施5では三次元の問題となる場合が多く、ボーリンクによる地山のゆるみ、或は凍土造成順序等の本計算法への組入れは今後の研究課題となろう。

終りに数値計算並びに図表の作成に尽力された精研冷機 K.K.技術課の諸氏に感謝する。

(完)

