

徳島大学工学部 正員 小田英一

〇正員 山上拓男

徳島大学大学院 学生員 橋本 正

1) まえがき

筆者らはさきに水平な地表面を有する半無限地山中に素掘円形トンネルを掘削した場合のトンネル周辺地山の応力分布、弾塑性境界の形状について 特性帯論および Hanso Schmid の理論の応用による解法について発表した¹⁾²⁾が、ここでは、上記の手法を用いて、粘土地山中に掘削した円形トンネルに内圧が作用する場合の応力状態ならびに内圧の大きさによって弾塑性境界の変化する様相について述べる。

2) 塑性解析

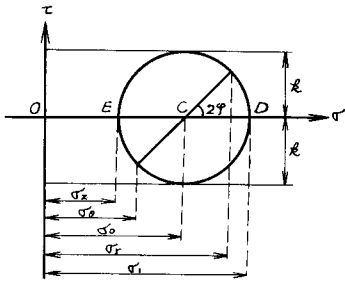


図-1

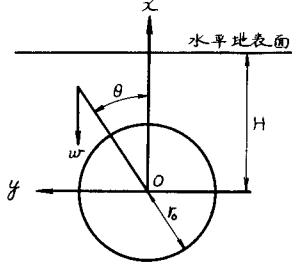


図-2

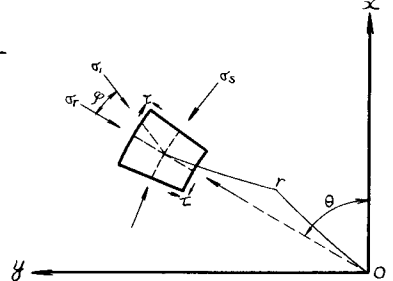


図-3

図-1を参照して、モール・クーロンの破壊規準は

$$\sigma_r = \sigma + k \cos 2\varphi, \quad \sigma_\theta = \sigma - k \cos 2\varphi, \quad \tau = k \sin 2\varphi \quad (1)$$

また、図-2, 図-3に示すようなトンネル周辺地山での応力平衡条件式は、

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) = -W \cos \theta, \quad \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{2\tau}{r} + 2 \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = -W \sin \theta \quad (2)$$

(1)式と(2)式とより、次に示す連立偏微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - 2k \sin 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{2}{r} k \cos 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{2}{r} k \cos 2\varphi + W \cos \theta &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \tau}{\partial \theta} + 2k \cos 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{2}{r} k \sin 2\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{2}{r} k \sin 2\varphi - W \sin \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 σ_r : 半径方向の直応力, σ_θ : 接線方向の直応力, τ : セン断応力, σ_1 : 最大主応力

σ_2 : 最小主応力, φ : 最大主応力方向と半径方向とのなす角, W : 地山の土の単位体積重量

r_0 : トンネル円孔半径, H : 地表面よりトンネル中心までの深さ, k : 地山の土の粘着力

$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2)/2 = (\sigma_r + \sigma_\theta)/2$ である。

この連立偏微分方程式を解くことは、特性帯論により α , β を特性変数とすれば、つぎに示す特性連立偏微分方程式を解くことと同じである。

$$\left. \begin{aligned} C_+ \text{ 曲線} &: \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha} = \frac{1}{r} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right) \frac{\partial t}{\partial \alpha} \\ C_- \text{ 曲線} &: \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} = \frac{1}{r} \tan\left(-\frac{\pi}{4} + \varphi\right) \frac{\partial t}{\partial \beta} \\ T_+ \text{ 曲線} &: \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha} + 2k \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} + (2k \sin 2\varphi - W \sin \theta) \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha} + \left(\frac{2}{r} k \cos 2\varphi + W \cos \theta\right) \frac{\partial t}{\partial \alpha} = 0 \\ T_- \text{ 曲線} &: \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} - 2k \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} + (2k \sin 2\varphi - W \sin \theta) \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} + \left(\frac{2}{r} k \cos 2\varphi + W \cos \theta\right) \frac{\partial t}{\partial \beta} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(3)式を、トンネル内壁における境界条件によって、逐次近似法を用いてC₊スベリ線および、C₋スベリ線にそって解いていくと、塑性流動領域としてのトンネル周辺地山の応力分布が求まる。ここで内圧が作用する場合のトンネル内壁での境界条件をつぎに示す。

$$\varphi = \pi/2, \quad (\sigma_r)_{r=r_0} = P, \quad (\sigma_\theta)_{r=r_0} = P+2k, \quad (\tau)_{r=r_0} = P+k \quad (5)$$

ただし、トンネル内壁にせん断力は作用しないものと仮定した。ここで P: 内圧

3) 弾性解析

弾性体とみなされる円形トンネル周辺地山の応力を求める二次元の理論式として、Hanns Schmidの理論式を用いれば、内圧が作用する場合における式はつぎのようになる。(図-4参照)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -P\beta - \sigma_1 H(1-\beta) + (1-\beta) \left\{ \sigma_1 + \frac{\omega}{2} - (m\omega + \frac{\omega}{2})\beta \right\} r \sin\theta + \sigma_2 H(1-\beta)(1-3\beta) \cos 2\theta \\ &\quad - \frac{\omega}{2}(1-\beta)(1+\beta-4\beta^2) r \sin 3\theta \\ \sigma_\theta &= P\beta - \sigma_1 H(1+\beta) + \left\{ \sigma_1 - \frac{\omega}{2} - m\omega\beta - (m\omega + \frac{\omega}{2})\beta \right\} r \sin\theta - \sigma_2 H(1+3\beta^2) \cos 2\theta \\ &\quad + \frac{\omega}{2}(1-\beta^2+4\beta^3) r \sin 3\theta \\ \tau_{r\theta} &= (1-\beta) \left\{ \frac{\omega}{2} + (m\omega + \frac{\omega}{2})\beta \right\} r \cos\theta - \sigma_2 H(1-\beta)(1+3\beta) \sin 2\theta - \frac{\omega}{2}(1-\beta)(1+\beta+4\beta^2) r \cos 3\theta \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 μ : ポアッソン数, ω : 地山の単位体積重量, r : トンネル円孔半径 (= r_0)

$$\sigma_1 = \frac{\omega}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\mu-1} \right\} \quad \sigma_2 = \frac{\omega}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{\mu-1} \right\} \quad \beta = \left(\frac{r}{r_0} \right)^2, \quad m = -\frac{\mu}{4\mu-1}$$

$$\mu_1 = (\mu+1)(\mu-1)/\mu \quad \mu_2 = (\mu+1)(\mu-2)/\mu$$

また、この式は、トンネル内壁にせん断力が作用しないものとして、境界条件 $(\sigma_r)_{r=r_0} = -P$, $(\tau_{r\theta})_{r=r_0} = 0$ によって解いたものである。なお、(6)式における σ_r , σ_θ は引張応力を正としている。

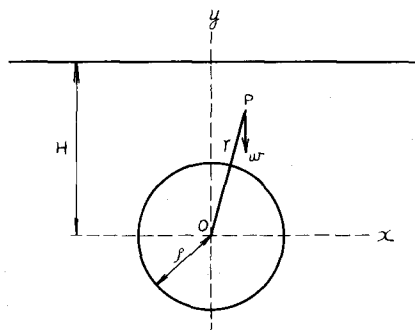


図-4

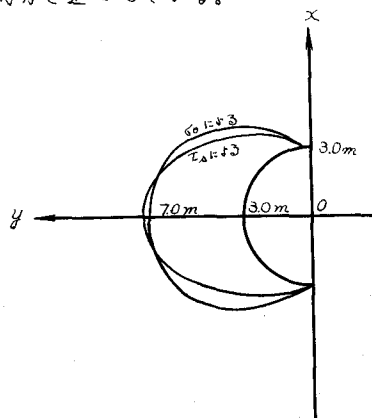


図-5

4) トンネル周辺地山の弾塑性問題

塑性解析および弾性解析によって求めた応力分布が弾塑性境界においてどのように接続するかについては、数学的取扱いが非常に困難である。そこで、弾塑性境界を求めるにあたり、 σ_θ およびスベリ線方向のせん断応力 $\tau_{r\theta}$ が弾塑性境界においてもそれぞれ連続であることより二通りの弾塑性境界を求めた。その一例を示すと図-5のようである。(なお、図-5の弾塑性境界を求めるのに用いた諸条件は次の計算例に示すものと同じである。但し $P = 0 \text{ kg/cm}^2$ の場合) つぎの計算例における弾塑性境

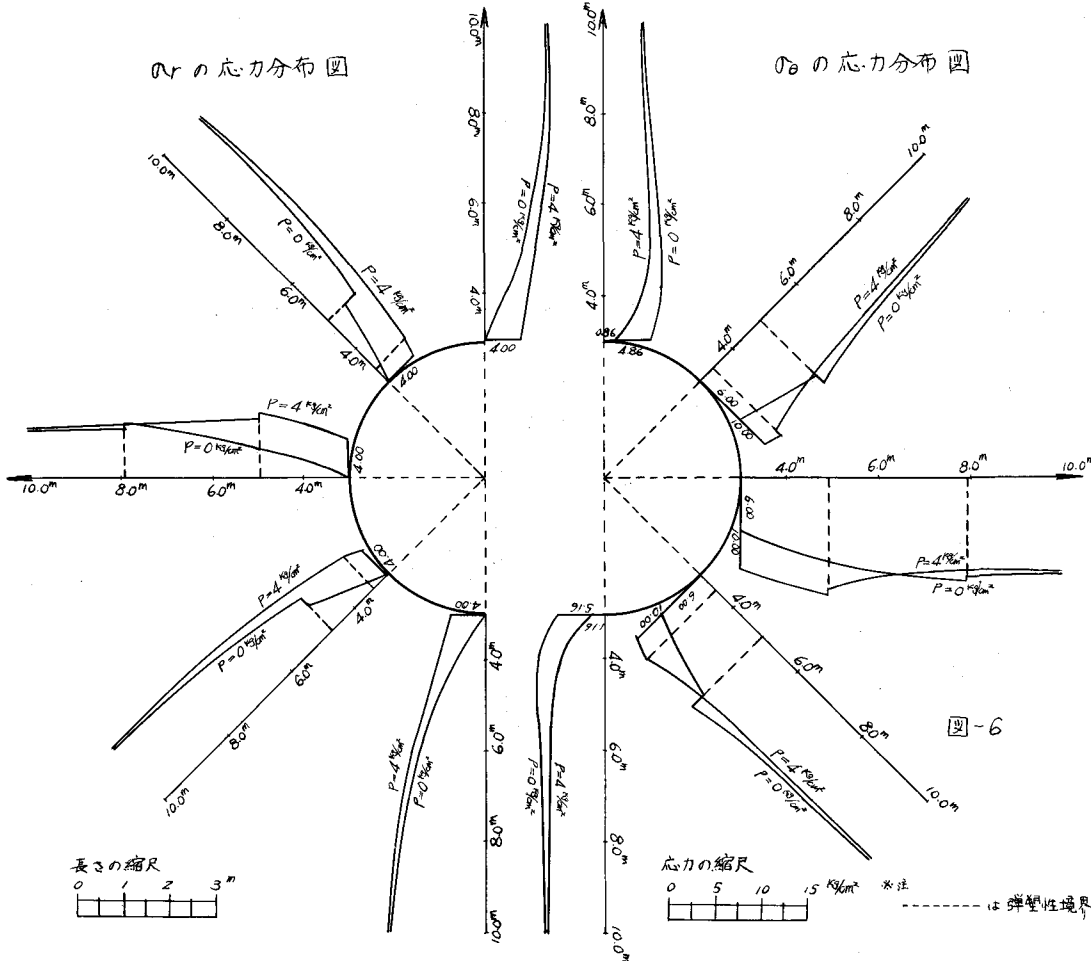
界を決定するにあたっては、 σ_0 による弾塑性境界を採用した。

5) 計算例および考察

$$H = 50\text{ m}, \quad r_0 (=r) = 3.0\text{ m}, \quad \omega = 2.0^\circ/\text{m}^2, \quad k = 3.0\text{ kg/cm}^2, \quad \mu = 3.0$$

$$p = 0\text{ kg/cm}^2, \quad 1.0\text{ kg/cm}^2, \quad 2.0\text{ kg/cm}^2, \quad 3.0\text{ kg/cm}^2, \quad 4.0\text{ kg/cm}^2, \quad 5.0\text{ kg/cm}^2$$

について、電子計算機を用いて計算をおこなった。図-6は、内圧 $p=0\text{ kg/cm}^2$ および $p=4\text{ kg/cm}^2$ のときの σ_r , σ_θ の応力分布図である。塑性流動領域では、内圧を加えない場合に比べて σ_r , σ_θ とも内圧分 p だけ大きくなっている。また、弾性領域においては、トンネルから遠ざかるにしたがって内圧の影響は減少していく。これは無限遠方で一定値すなわち初期応力となるものである。スベリ線の形状および弾塑性境界の大きさは、図-7に示してあるように、粘土地山では、スベリ線は内圧に影響されずその形状は一定である。また弾塑性境界に関しては、内圧が増すにしたがって、塑性流動領域が少なくなり、トンネル側壁中央の近傍をのぞいてはすべて弾性領域となる。



- 1) 第4回土質工学研究発表講演集 pp 579~584
- 2) 第24回年次学術講演会講演集第3部 pp 285~288

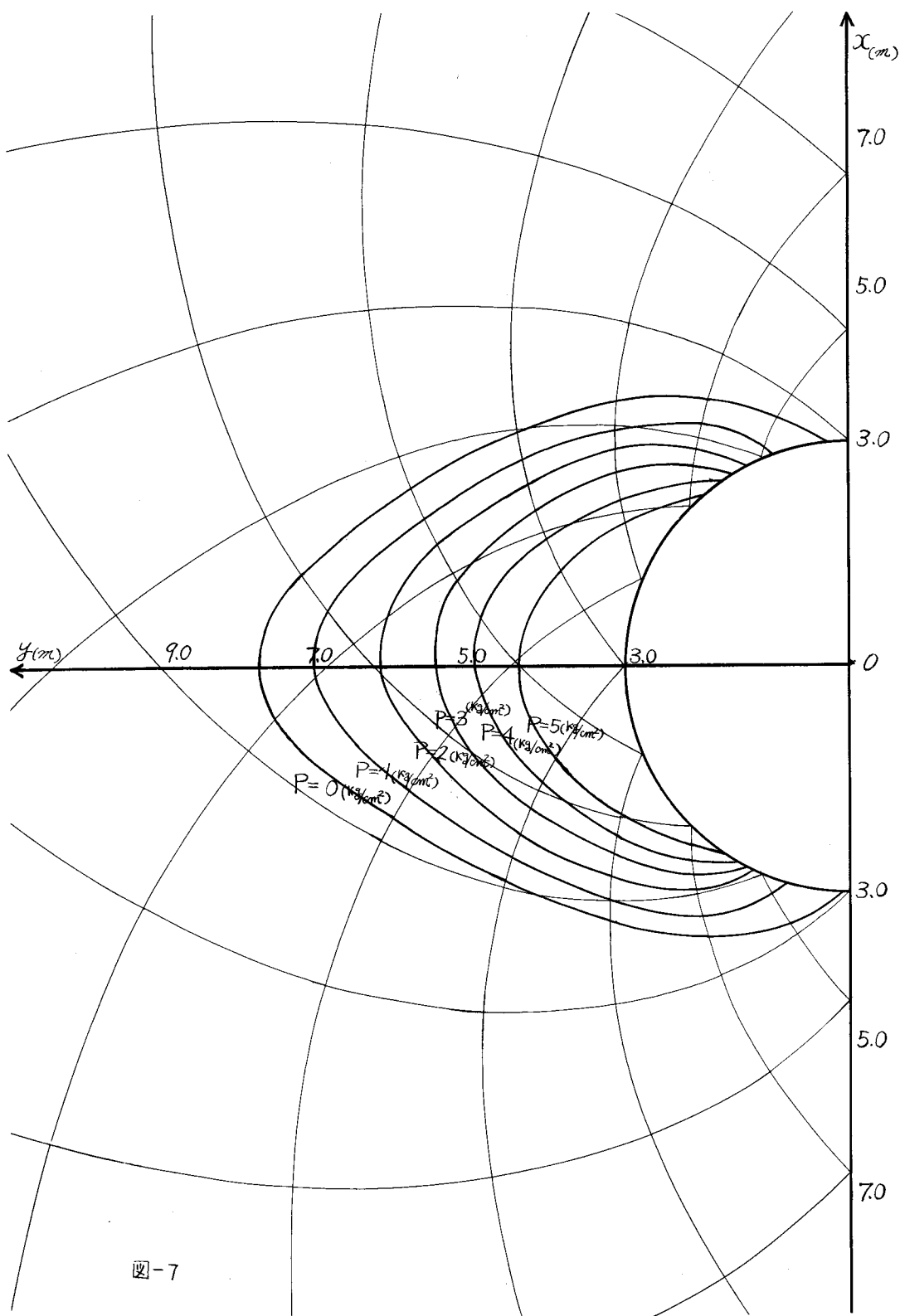


图-7