II-206　水質汚濁の面制御に関する基礎的考察

京都大学工学部　正会員　工博　末石冨太郎
京都大学工学部　学生員　○塩崎 康弘

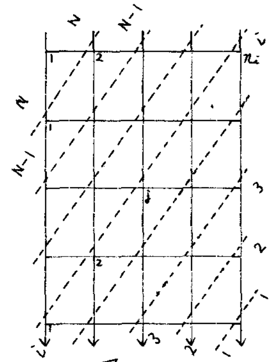
1．まえがき

近年，河川および各種水源の水質汚濁防止のために，汚濁制御の広域化が必要となってきている。そこで本研究では，交通信号の路線系統制御方式のひとつとして最近研究がすすめられている面制御をこの広域的な汚濁制御に適用してみた。すなわち，ここでいう面制御とは，対象地域内の河川または下水管等をひとつの網としてとらえ，その全体が最適状態になるように制御することである。ここではその最適化手法として，D.P.（ダイナミックプログラミング）における多段決定過程の概念を導入してみた。

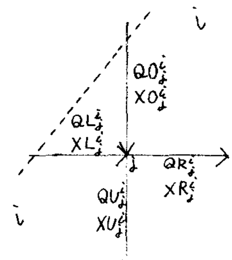
2．制御対象水系のモデル化

本研究においては，対象水系の水質基準を維持し，かつそのための処理場建設費，下水処理費およびポンプ費用等の必要経費が最小になることを制御目標においた。また以下では河川についてのみ書いてあるが，これを下水管に置き換えても差支えない。

ここでは定式化を簡単にするために，制御対象水系を図－1のように格子状にモデル化してみる。これに対角状に分割線を引き，水系をN区間に分割する。そして，第i区間の交点に1，2，……，n_iの番号を付ける。また，次のように記号を定義しておく。



図－1



図－2

S^i_j：第i区間j番目の交点における状態を規定する政策。すなわち，図－2のように流量QO^i_j，QU^i_j，QL^i_j，QR^i_j，汚濁負荷量XO^i_j，XU^i_j，XL^i_j，XR^i_jを含む。（矢印方向が正）

Y^i_j：第i区間j番目の交点における水質基準値

y^i_j：第i区間j番目の交点における水質値

Qa^i_j，Xa^i_j：第i区間でj番目の交点から下の縦河川に隣接するブロックからの汚水量および汚濁負荷量

Qb^i_j，Xb^i_j：第i区間でj番目の交点から右の横河川に隣接するブロックからの汚水量および汚濁負荷量

CA^i_j（QA^i_j，PA^i_j）：第i区間j番目の縦河川において，処理水量QA^i_j，処理率PA^i_jの時の費用

CB^i_j（QB^i_j，PB^i_j）：第i区間j番目の横河川において，処理水量QB^i_j，処理率PB^i_jの時の費用

f_i（S^{i-1}_1，S^{i-1}_2，…，$S^{i-1}_{n_{i-1}}$）：第（i－1）区間内の交点政策列S^{i-1}_1，S^{i-1}_2，…，$S^{i-1}_{n_{i-1}}$の条件下で，第i区間から第N区間の交点政策を最適化した時，それら（N－i＋1）個の区間にかかる費用

ただし，ここでは水量，汚濁負荷量に時間的変動がなく，この対象水系に流れ込む水量，汚濁負荷量および各ブロックからの水量，汚濁負荷量は既知であるとする。

3．面制御へのD．P．の適用

前に述べたf_iの定義にしたがうと，ここでの最終目標はf_1を達成するような各交点における政策S_j^i（$i=1,2,\cdots N$，$j=1,2,\cdots n_i$）を決定することにある。そこでまず第N区間の最適化を行なうと次式のようになる。

$$f_N(S_1^{N-1},S_2^{N-1}) = \min_{S_1} U(Y_1^N - y_1^N)\{CA_1^N(QA_1^N,PA_1^N)+CB_1^N(QB_1^N,PB_1^N)\}$$

ここに，U（X）はユニット関数であり

X≧0の場合のみ成立し，U（X）＝1

X＜0の場合は水質値が基準値を維持しないことになり意味をもたない。

この式により第（N－1）区間の政策条件S_1^{N-1}，S_2^{N-1}のもとにおける第N区間の条件付き最適政策S_1^Nをすべて決定することができる。この条件付き最適政策を$\dot{S}_1^N$であらわす。

次に最適性の原理にしたがう繰り返しの関係を用いると，第（N－1）区間の最適化は次式のようになる。

$$f_{N-1}(S_1^{N-2},S_2^{N-2},S_3^{N-2}) = \min_{S_1^{N-1},S_2^{N-1}} \left[\sum_{j=1}^{2} U(Y_j^{N-1}-y_j^{N-1})\{CA_j^{N-1}(QA_j^{N-1},PA_j^{N-1})+CB_j^{N-1}(QB_j^{N-1},PB_j^{N-1})\} + f_N(S_1^{N-1},S_2^{N-1})\right]$$

この式により，第（N－1）区間における条件付き最適政策$\dot{S}_1^{N-1}$，$\dot{S}_2^{N-1}$をすべて求めることができる。一般に第i区間の最適化の過程は次のような繰り返しの関係にしたがう。

$$f_i(S_1^{i-1},S_2^{i-1},\cdots S_{n_{i-1}}^{i-1}) = \min_{S_1^i,\cdots,S_{n_i}^i}\left[\sum_{j=1}^{n_i} U(Y_j^i-y_j^i)\{CA_j^i(QA_j^i,PA_j^i)+CB_j^i(QB_j^i,PB_j^i)\}+f_{i+1}(S_1^i,S_2^i,\cdots,S_{n_i}^i)\right]$$

これにより，第（i－1）区間の政策条件（S_1^{i-1}，S_2^{i-1}，…，$S_{n_{i-1}}^{i-1}$）の下で第i区間の条件付き最適政策（$\dot{S}_1^i$，$\dot{S}_2^i$，…$\dot{S}_{n_i}^i$）を求めることができる。

第（N－1）区間から第2区間まではこの関係式を用いて最適化の手順をすすめていくことが可能である。ところが，最後の第1区間ではもはやそれ以下の河川が存在せず，費用関数CA_j^i，CB_j^iの項が0となる。したがって，第1区間の最適化は次式によって求められる。

$$f_1 = \min_{S_1}\{f_2(S_1)\}$$

このS_1はもはや条件付き最適政策でなく，絶対最適政策である。これを$\bar{S}_1$であらわす。

次に，先に求めておいた$f_2(\dot{S}_1)$のうちから$f(\bar{S}_1)$を選びだし，それに対応する最適政策S_1^2，S_2^2を取り出せばそれが第2区間における絶対最適政策となっている。同様にして，$f_i(\dot{S}_1^{i-1},\dot{S}_2^{i-1},\cdots\dot{S}_{n_{i-1}}^{i-1})$のうちから$f_i(\bar{S}_1^{i-1},\bar{S}_2^{i-1},\cdots\bar{S}_{n_{i-1}}^{i-1})$を選びだせば，それに対応する絶対最適政策，すなわち対象水系の交点における最適政策$\bar{S}_1^i$，$\bar{S}_2^i$，…，$\bar{S}_{n_i}^i$，（$i=1,2,\cdots N$）をすべて決定することができる。

このようにして，広域的に水質基準を遵守し，かつこのために要する費用の最小化をはかる最適面制御が可能になる。なお，この詳細については講演時に述べる。

〔参考文献〕

奥谷 巌：面制御に関する基礎的考察，交通工学 1968 NO．4