II-186　重金属の水産生物への濃縮過程　―その確率論的考察―

京都大学工学部　正員　岩井重久，井上頼輝，学生会員 ○青山　勲，吉川　進

近年わが国では，重金属を起因とする水俣病，イタイイタイ病，阿賀野川水銀中毒などが起こり，多数の人名を失なわしめるに至って，重要な社会問題として取りあげられている。これらの重金属が人間へ還元される過程において，生物への濃縮現象が主要な問題となっている。その指標として，濃縮係数，すなわち，環境水と生物との間の元素の平衡関係を定量的に表現する係数が用いられる。この元素が環境水から生物体内に移行し，蓄積される過程において，複雑な速度過程が存在する。この濃縮過程の動力学的機構に指数関数モデル[1]の当てはめが行なわれているが，実際に実験的に得られる濃縮係数の数値は，同一生物，同一重金属についても，環境水中における重金属の存在状態，重金属と生物とが接触する確率，あるいは生物の個体差等，物理化学的な現象から，生理学的な現象までを含めたさまざまな要因によって，その数値に数倍以上におよぶ変動が見られる。このような複雑な現象に基づいた生物の摂取，排泄パターンを簡単な数式モデルで表現するのは容易ではない。なんらかの偶然ないしは予測が介入するようなこの種の問題について，ある程度正確な判断を下したい場合には，確率論的な把握が有効であると考える。本研究は，水産生物による濃縮過程において，濃度分布の経時的変化がマルコフ連鎖過程に従うものとして，上述のような濃縮過程を分布の変化として，定量的に把握することを試みるものである[2]。

―理論的検討―

1) 水産生物が重金属を体内に蓄積してゆく状態を一つの時間的に変化するシステムとして考え，離散的な時点 $t=t_1, t_2, t_3 \cdots\cdots$ についての濃縮係数の頻度分布を考える。環境水濃度が一定の場合，濃縮係数の平均値はやがて平衡に達する。濃縮係数を n 個の汚染段階に分割して，それらの状態を集合 $\mathbf{S}=\{S_1, S_2, S_3, \cdots\cdots S_m\}$ で表わす。このような状態空間 $\mathbf{S}$ をもつシステムの変数 x を，ある時点 $t=t_i$ において状態が $x_i^j=S_i$ であるような確率変数率で表わすと，$x_1=S_1$，$x_2=S_2$，$\cdots x_i=S_i$，$x_j=S_j$ であったとき，$x_j=S_j$ となる条件付確率は，条件 $x_i=S_i$ だけに関係して，それ以前の経過には無関係であるような過程，すなわち，マルコフ連鎖過程として次式で表わされる．

$$P(x_j=S_j \mid x_1=S_1, x_2=S_2, \cdots x_i=S_i)=P(x_j=S_j \mid x_i=S_i)=P_{ij}^{(t_i, t_j)} \geq 0 \ , \ \sum_{j=1}^{m} P_{ij}=1.0 \qquad \cdots\cdots(1)$$

これは時刻 $t=t_i$ で，状態 S_i にあったものが，時刻 $t=t_j$ で，状態 S_j に変わる推移確率を表わす。この推移確率は次のような行列の形で表わすことができる。

$$\mathbf{P}_{ij}^{(t_i, t_j)}=\left.\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots\cdots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots\cdots & P_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots\cdots & P_{nm} \end{bmatrix}\right|_{(t_i \to t_j)} \qquad \cdots\cdots(2)$$

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij}=1.0$$

確率変数の初期分布を行ベクトル $Q(0)$ で表わすと，

$$Q_j(m)=Q(0)\prod_{i=1} \mathbf{P}_{ij}^{(t_i, t_j)} \qquad \cdots\cdots(3)$$

$$Q_j(m)=Q(q_1, q_2 \cdots q_m \mid t_m) \qquad \cdots\cdots(4)$$

となる。(4)式のベクトルの成分q_1，q_2，…… q_mはそれぞれ時刻t_iにおいて，確率変数が状態S_1，S_2，…… S_nにある確率を表わす。 水産生物による重金属の濃縮過程が，マルコフ過程に従う定常な推移確率，すなわち，時間的に一様な推移確率P_{ij}を有する時には，$t=t_1$でS_iにあったものが，$t=t_m$でS_jに移るm段階推移確率はP_{ij}のm乗で表わされる。したがって，(3)式は

$$Q_j(m) = Q(0) P_{ij}^{m} \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

となる。

(5)式右辺の確率は濃度分布ベクトルである。したがって，初期の濃度分布ベクトル$Q(0)$が既知であるとして，適当な方法で推移確率行列P_{ij}を決めると，離散的な任意の時刻における濃度分布ベクトルを予測することができる。

ii）環境水濃度が一定であるような環境下で汚染を受けた水産生物がある汚染レベルに達すると，それよりも汚染レベルの低い状態には下らない，すなわち，一たん水産生物体内にとり込まれて濃縮された重金属の濃度値は，それ以後において低下することはないと仮定する。こうした仮定を許す場合の推移確率は，(2)式において $P_{ij}=0$（但し，$i>j$のとき）となり，確率行列は簡単な三角行列になる。したがって，$\sum_{j=1}^{n} P_{ij}=1.0$であることから，$P_{nn}=1.0$となる。これは，状態$S_n$は吸収状態であることを表わしており，水産生物が一定の環境水濃度の中にとどまっている限り，ある時間後における汚染は，状態S_nにとどまることを示す。

このように，水産生物による重金属の濃縮過程を吸収マルコフ連鎖で近似することによって，さらに次の二つの情報を得ることができる。

① 濃縮過程において，確率変数はそれぞれの非吸収状態に平均何日とどまるか。

② 濃縮過程において，確率変数は吸収状態にいたるまでに平均何日かかるか。

これら２つの情報を得るには，推移確率行列を標準形に書き直して，マルコフ連鎖の基本行列を求めれば良い。基本行列の各成分は，確率変数がそれぞれの可能な非吸収状態から出発したとして，吸収状態にいたるまでにそれぞれの非吸収状態に存在する平均段階数を与えるものである。又基本行列の各行の和は，それぞれ可能な非吸収状態から出発して，吸収状態にいたるまでの平均段階数を与えるものである。

一実験的検討一

上に述べた濃縮機構の確率モデルの妥当性を検討するために，市販の赤めだかを用いて実験を行なった。これは体長2.5〜3cm，体重0.1〜0.3gで，比較的個体差の少ない試料生物としてよく生物実験に用いられているものである。実験に用いた元素は，セシウム，水銀，カドミウム等の放射性同位元素をトレーサーとして用いた。測定はG.M.カウンターを用い，単位生体重量に対する濃縮係数の値を求めた。 実験結果の詳細については講演時に述べる。

参考文献

(1) Aten, Jr.：Radioactivity in the marine organisms, Proc. of 2nd United Nations Inter. Conf

(2) 岩井重久，井上頼輝，青山 勲，吉川 進，"放射性物質の水産生物への濃縮過程 ― その確率論的考察 ―　保健物理 投稿中.