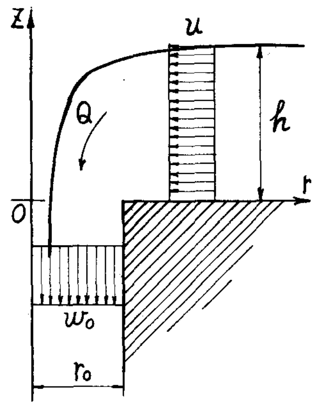
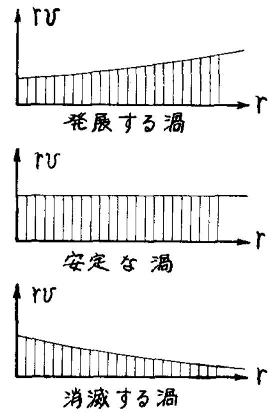
II-134 流出渦に関する研究

山梨大学工学部 正員 荻原能男

昨年度の年次学術講演会において、流出渦の形状について発表したところ特性方程式の符号に誤りがあり、今回はこの点を正し水面形方程式を一次元平均流的取り扱いにより求め実験値と比較する形で発表することにした。



図－1



図－2

1. 理論　鉛直上向きをz軸とした円柱座標系（r, θ, z）により軸対称非粘性の流出渦の基礎方程式を図－1に示すような流れの仮定のもとに求めると、一般的な記号文字を用いて

運動方程式は

$$u\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} = 0 \quad \cdots\cdots (2) \qquad 0 = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \quad \cdots\cdots (3)$$

連続の方程式は　$w_0 = Q/(\pi r_0)^2$　として

$$\left.\begin{aligned} u &= -Q/(2\pi h r) \cdots\cdots (r \geq r_0) \\ u &= -w_0 r/(2h) \cdots\cdots (r < r_0) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (4)$$

となる。さて式(3)より圧力pは静水圧分布　$p = \rho g(h - z)$ …… (5) をすることになり、式(2)より $h = Const$ なる条件のもとに一般解を求めると、

$$\left.\begin{aligned} &F(t - \pi h r^2/Q,\ rv) = 0 \qquad (r \geq r_0) \\ &F(\tfrac{1}{r}e^{\frac{w_0}{2h}t},\ rv) = 0 \qquad (r < r_0) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (6)$$

となり、渦の強さを表わす循環の伝播状態を理解することができる。

また式(2)は

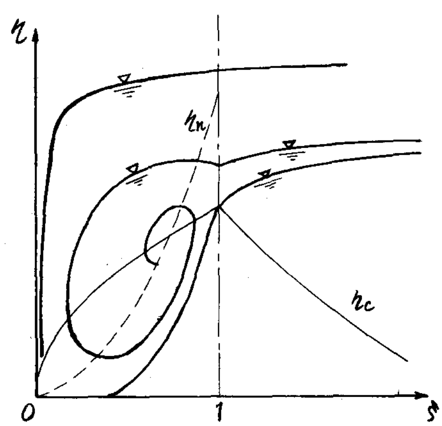
$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{u}{r}\frac{\partial (ru)}{\partial r} \quad \cdots\cdots (7)$$

となり、一般に $u < 0$ であるから $\frac{\partial (ru)}{\partial r} > 0$ のとき $\frac{\partial v}{\partial t} > 0$ となり渦は発達することを意味する。この関係を図示すると図－2に示すようになる。

次に式(1)において以上の諸条件に安定渦の条件、すなわち $\Gamma = 2\pi r v = Const$ なる条件を加えて

$$\xi = \frac{r}{r_0}, \quad \eta = \frac{h}{r_0}, \quad \gamma = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Gamma^2}{g r_0^3}}$$

$$q = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Q^2}{g r_0^5}} \quad \cdots\cdots (8)$$



図－3 水面形の特性

なる無次元量を用いて水面形方程式を導くと

渦の内側　$r < r_0$　($\xi \le 1$)　では　$\dfrac{d\eta}{d\xi} = \dfrac{\gamma^2\eta^3 - q^2\xi^4\eta}{\xi^3\eta^3 - q^2\xi^5}$　---(9)

渦の外側　$r > r_0$　($\xi > 1$)　では　$\dfrac{d\eta}{d\xi} = \dfrac{\gamma^2\eta^3 + q^2\eta}{\xi^3\eta^3 - q^2\xi}$　----(10)

となる。分母を零とする限界水深η_c，分子を零とする等流水深は下の表のようになり、これらの関係を考えて水面形を推定すると図-3のようになる。またq，γを変化させて数値積分をした水面形の大略は図-4のとおりである。

	限界水深	等流水深
$\xi \le 1$	$\eta_c = (q\xi)^{2/3}$	$\eta_n = q\xi^2/\gamma$
$\xi > 1$	$\eta_c = (q/\xi)^{2/3}$	ナ　シ

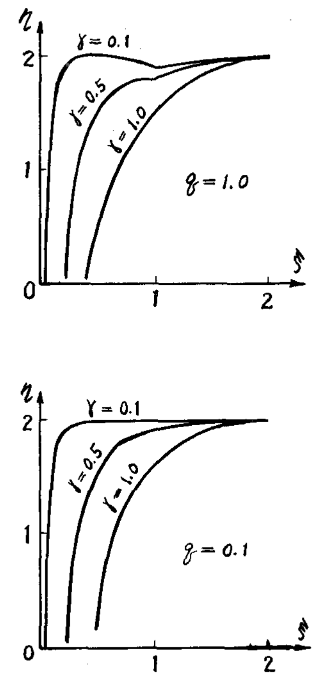


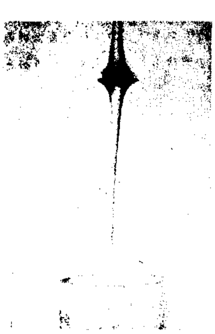
図-4.　水面形計算例

2. 実験値との比較

以上説明した計算式において循環Γが未知数であるために実験値との比較は実験値と計算値とが最も良く一致するようにΓ(γ)を定めながら数値積分（Runge-Kutter法）をした。その結果の一例が図-5および図-6に示されている。

実験装置および実験方法については昨年の講演会で報告したように渦の形状は写真測定によっている。光学的な歪は補正したので計算値と測定値が一致しないのは計算方法に問題があると考えられる。循環γの値は流量qが大きくなると大きくなるのは当然であるが、実測したγの値は図-5に示される値のほぼ10倍になっており計算で求めたγに問題があると考えられる。

流出渦の形状は流量q，循環γ，水深ηによって定まることは式(9),(10)に示されるとおりである。特に循環γの値を定める何らかの手段が必要であって、不安定な現象であるだけに興味深い問題であるが現在のところ手段がなくて困っている。



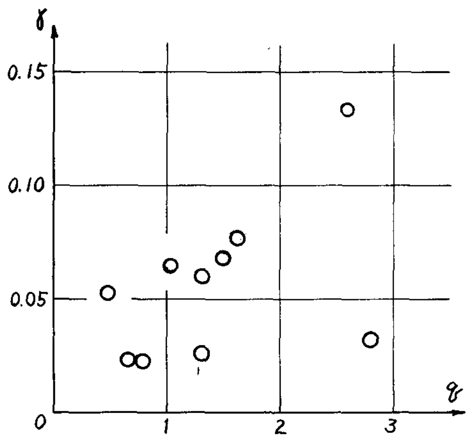


図-5　流量qと循環γの関係

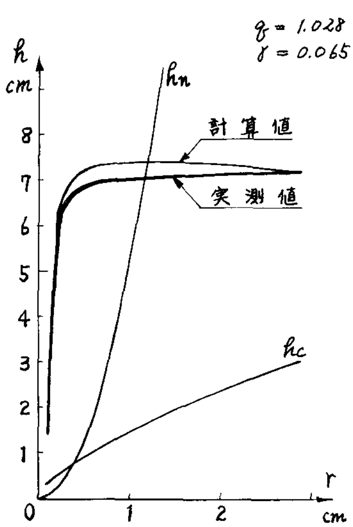


図-6　実測値と計算値の比較