

II-132 長径間ゲートの振動解析及び水理実験と実測の比較

水資源開発公団 正員 荒木正夫

1. 序説

利根川河口堰の調節
門扉(右図)につい
て、縮尺1/10の弾
性相似模型を用いて
空中及び水中におけ
る振動実験を行い、
さらに完成した実物

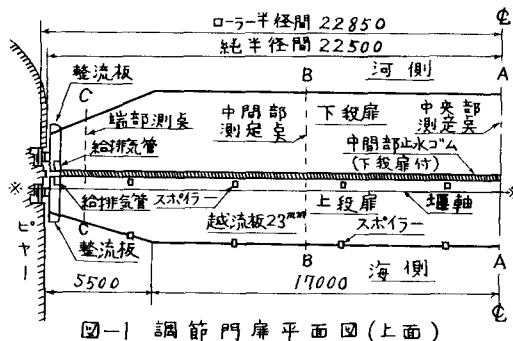


図-1 調節門扉平面図(上面)

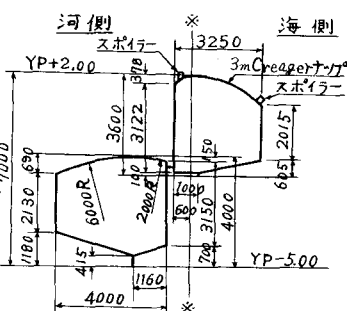


図-2 調節門扉中央部断面

の振動試験を行ったが、その結果次の現象を確認することができた。(a) 振動加速度計による測定によれば実物、模型共に各測定点(図-1の中央部、端部及びその中間部)の振幅が 中央部>中間部>端部 となっているので扉体は明らかに撓み振動をしている。(b) 実物扉体の空中における固有振動数について測定値と計算値とを比較すると、鉛直方向には両端はね支持の弾性梁(図-3)、水平方向には両端単純支持の弾性梁としての撓み振動をしている。そこで本報告ではまず両端はね支持の弾性梁の振動を解析し、ばねの強さと固有振動数及び固有振動形との関係を求め、さらに強制振動の一例を論ずる。次に流水中における門扉振動を調べるために弾性相似模型と実物門扉の両者について、それぞれ各種門扉操作による放流状態における振動測定結果を検討し、この種模型による流水中の振動挙動がある制限のもとに実物にもほぼ適用できることを報告する。

2. 両端はね支持の弾性梁の撓み振動の解析 扉体の鉛直振動は両端をワイヤロープで支持された弾性梁としての振動と考えられる(図-3)。梁の撓み自由振動方程式は

$$\frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (1) \quad y(x, t) = Y(x) \sin \omega t$$

(1)式に代入すると

$$d^4 Y / dx^4 = \alpha^4 Y \quad (2) \quad \alpha^4 = \omega^2 \gamma A / EI g \quad (3) \quad (2)式の解は$$

$$Y(x) = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x + C \sinh \alpha x + D \cosh \alpha x \quad (4)$$

棒の長さを l とし中央に原点をとると、 k をばね常数とすると、境界条件は $x = l/2$: $d^2 Y / dx^2 = 0$, $EI d^3 Y / dx^3 = k Y$ (5)

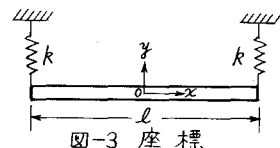


図-3 座標

(1) 奇数次固有振動形

奇数次固有振動形は、
 $x = 0$ に対して左右対称
形である。故に(4)式より

$Y(x) = B \cos \alpha x +$
 $D \cosh \alpha x$ これと(5)式
より B, D を消去すると

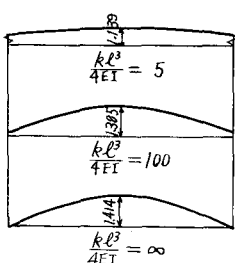


図-4 一次固有振動形

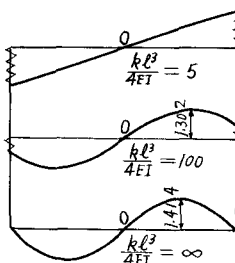


図-5 二次固有振動形

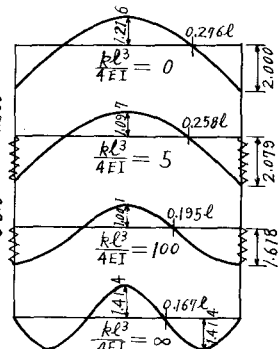


図-6 三次固有振動形

$$\left(\frac{\alpha l}{2}\right)^3 \left\{ \tan\left(\frac{\alpha l}{2}\right) + \tanh\left(\frac{\alpha l}{2}\right) \right\} = \frac{k l^3}{4EI} \text{----- (6)}$$

(6)式より $k l^3 / 4EI$ が与えられると $\alpha l / 2$ が求められる。(6)式の正根は無数にあるから小さい

方から $\alpha n l / 2$ ($n = 1, 3, 5 \text{----}$) とおく。(3)式より n 次固有振動数 f_n は次式で与えられる。

$$f_n = \frac{(\alpha n l / 2)^2}{(\pi l^2 / 2)} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \text{----- (7)}$$

$$Y(X) = C_1 \left\{ \cos \alpha n X \cosh(\alpha n l / 2) + \cos(\alpha n l / 2) \cosh \alpha n X \right\}$$

固有振動形は上式で与えられるが、これを $\int_{-l/2}^{l/2} Y^2 dX = 1$

に代入して規格化された固有振動形を求めると

$$Y(X) = \sqrt{\frac{2}{l}} \frac{\cos \alpha n X \cosh(\alpha n l / 2) + \cos(\alpha n l / 2) \cosh \alpha n X}{\sqrt{\cosh^2(\alpha n l / 2) \left\{ 1 + \frac{3}{(\alpha n l / 2)} \sin(\alpha n l / 2) \cos(\alpha n l / 2) \right\} + \cos^2(\alpha n l / 2) \left\{ 1 + \frac{3}{(\alpha n l / 2)} \sinh(\alpha n l / 2) \cosh(\alpha n l / 2) \right\}}} \text{---- (8)}$$

(2) 偶数次固有振動形 偶数次固有振動形は $X = 0$ に対して対称形である。従って(4)式より

$$Y(X) = A \sin \alpha X + C \sinh \alpha X \quad \text{これと(5)式より } A, C \text{ を消去すると}$$

$$\left(\frac{\alpha l}{2}\right)^3 \left\{ \coth\left(\frac{\alpha l}{2}\right) - \cot\left(\frac{\alpha l}{2}\right) \right\} = \frac{k l^3}{4EI} \text{----- (9)}$$

(9)式の正根も小さい方から $\alpha n l / 2$ ($n = 2, 4, \text{----}$) とおくと(7)式は同じく成立する。

規格化された固有振動形は同様にして次式で与えられる。

$$Y(X) = \sqrt{\frac{2}{l}} \frac{\sin \alpha n X \sinh(\alpha n l / 2) + \sin(\alpha n l / 2) \sinh \alpha n X}{\sqrt{\sinh^2(\alpha n l / 2) \left\{ 1 - \frac{3}{(\alpha n l / 2)} \sin(\alpha n l / 2) \cos(\alpha n l / 2) \right\} - \sin^2(\alpha n l / 2) \left\{ 1 - \frac{3}{(\alpha n l / 2)} \sinh(\alpha n l / 2) \cosh(\alpha n l / 2) \right\}}} \text{---- (10)}$$

(3) 固有振動形の形状 これらの固有振動形の形状を調べるために、 $k l^3 / 4EI = 0$ (両端自由)

, 5, 100, ∞ (両端支持) の4ケースについて(6), (9)式より $\alpha n l / 2$ ($n = 1, 2, 3$) を計算すると右表の値を得る。これらの数値を(8), (10)式に代入して得た固有振動形を図4~6に示した。なおこれらの図において

$k l^3 / 4EI$	0	5	100	∞
$\alpha_1 l / 2$	0	1.166	1.534	1.571
$\alpha_2 l / 2$	0	1.635	2.849	3.142
$\alpha_3 l / 2$	2.365	2.542	3.816	4.712

縦距に記入した数値は $\sqrt{Y}$ の値を表す。 $k = 0$ の場合の一次振動及び二次振動は振動にならないので、両端自由棒の一次振動はばね支持のばねを無限に弱くした場合の三次振動と一致する。前出の各式より次の関係を見出すことができる。(a) 両端ばねが弱くなるほど各次数の固有振動数は小さくなる(上表参照)。(b) 両端支持梁の f_n の値を $f_{n\infty}$ 、両端自由梁の f_n の値を f_{n0} とするとき $SE = (f_n - f_{n0}) / (f_{n\infty} - f_{n0})$ はばねの強弱が各次数の固有振動数に及ぼす影響を表す指標と考えられる。同じ $k l^3 / 4EI$ の場合高次振動数になるほど SE 値は小さくなる、即ちばねが弱くなると高次振動数は急速に f_{n0} に近づく。(c) 最も重要な基本振動数について調べると、両端ばねが強くて $k l^3 / 4EI \geq 200$ ならば両端支持梁との振動数の差異は2.5%以下にとどまり、実際上ばねの存在を無視できる。

(4) 強制振動の一例 一様に分布する振動荷重(荷重の振幅を F_0 、円振動数を P とする)を受ける梁の強制振動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\rho A}{8} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial X^4} = F_0 \sin pt \text{----- (11)}$$

$y(X, t) = Y(X) \sin pt$ とおいて(5)式の境界条件を満足する強制振動項の振幅を求めると

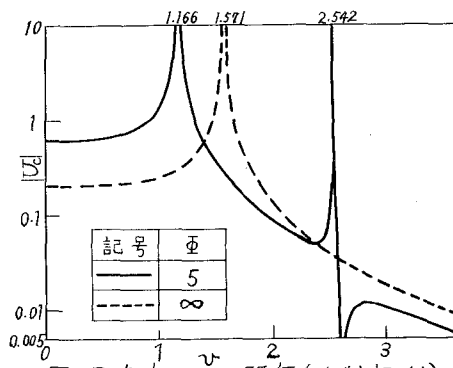


図-7 Y と v の関係(強制振動)

$$Y(X) = \frac{F_0}{\beta^4 EI} \left\{ \frac{1}{2 - \frac{EI \beta^3}{R} (\tan(\beta l/2) + \tanh(\beta l/2))} \left(\frac{\cos \beta X}{\cos(\beta l/2)} + \frac{\cosh \beta X}{\cosh(\beta l/2)} \right) - 1 \right\} \quad (12) \quad \beta = \left(\frac{YA}{EI \varphi} \right)^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{2}}$$

ここで $\Phi = kl^3/4EI$, $\nu = \beta l/2$, $U = \frac{16EI}{Q^4} \frac{Y}{F_0}$ とおくとこれらは何れも無次元量である。これらの値を用いて、(12)式を梁の中点 ($X=0$)、両端 ($X=\pm l/2$) について書き改めると

$$\text{中点: } U_c = \frac{1}{U} \left\{ \frac{\Phi(\sec \nu + \operatorname{sech} \nu)}{2\{\Phi - \nu^3(\tan \nu + \tanh \nu)\}} - 1 \right\} \quad (13) \quad \text{両端: } U_e = \frac{\tan \nu + \tanh \nu}{\nu\{\Phi - \nu^3(\tan \nu + \tanh \nu)\}} \quad (14)$$

$\Phi = 5$, ∞ について (13) 式の計算結果を図-7に示す。 $\Phi = 5$ の U_c に 0 突があることは面白い。 U_e の図示は省略するが、 U_e の共振突は U_c と同じ値で生ずるのに対し、 U_e の 0 突は異なる ν 値で生ずる。

3. 放流時における調節門扉の振動(模型実験) 調節門扉は上段扉と下段扉の複雑な組合せ操作に加えて、流向も順流と逆流があるので極めて多様の放流条件があり得るが、水理実験に当っては代表的ケースにしぼった。実験流量は実物操作条件を考慮して $25 \sim 100 \text{ m}^3/\text{s}$ (実物換算) の範囲をとり、各門扉の中央部に取付けた加速度変換器により加速度の変動を測定した。加速度は上下方向及び流れ方向の2方向について測定したが、模型実験では常に上下方向の振幅が大であったので図-9に示した代表数例ではすべて上下方向の測定値を示した。なお、同図の加速度波形はそれぞれ0印を付けた門扉の記録である。以下実験結果全般について若干の考察を加える。

(Q) 順流時(河側→海側) 順流において下段扉を全開し、上段扉を越流させる最も普通に見られる

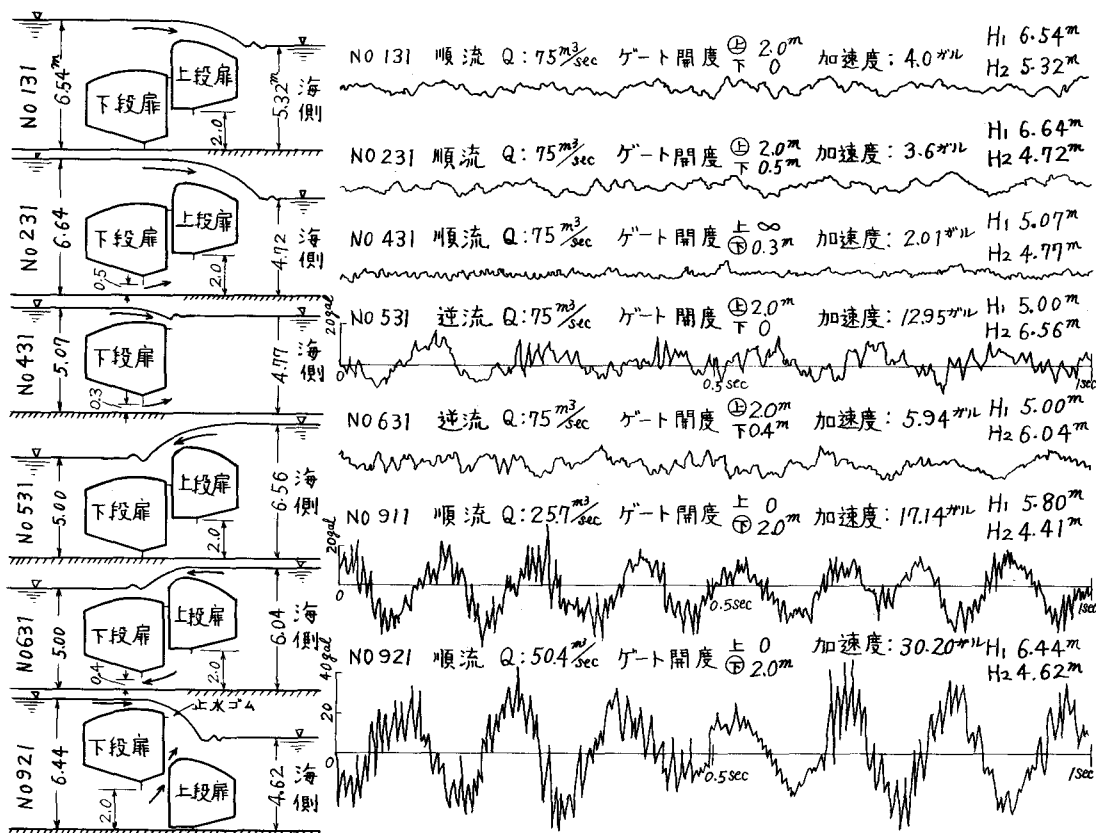


図-8 ゲート放流状態

図-9 加速度波形測定

放流の場合には振動は殆んどなく、 100 m/s の放流に対しても加速度は4.3ガル(変位振幅 0.4 mm)と極めて小さい。この傾向は越流と下段流出を同時に行なう場合及び各門扉単独操作の場合も同様で、流れによる強制振動は全く問題にならないことが分った。(b) 逆流時(海側→河側) 逆流において上段扉を越流させる場合 50 m/s 程度までは振動は殆んどないが、 75 m/s 以上になると下段扉上に落下する越流水脈による衝撃がかなり大となるため微小振動が発生する。しかし量的には大したことはなく加速度 20 ガル (全振幅 1.6 mm)程度である。なお、各門扉単独操作の場合は順流時と同じく振動は殆んど発生しない。(c) 上下段門扉逆操作(順流) 本ケースは実際に使用される門扉操作方式ではないが、図-8の最下図に示すように上段扉を全開とし下段扉を越流させる放流状態を実験して見た所、かなり大きな振動が発生することが認められた。この放流の場合には下段扉の止水ゴムが上段扉から離れこの隙間から流水が鉛直上方に噴出することになり、この噴出流によって門扉の弾性振動を引き起すようである。この加速度波形を図-9に2例示したが、その一次振動数は流量に関係なく扉体の水中における基本振動数にほぼ等しく、またこの傾向は門扉開度を変化させても変わらない。しかし全振幅は 100 m/s 放流の場合でも 4 mm と大したことはなく、流量をさらに多くするとそれに伴い振動も増すが流水による門扉の弾性振動が共振状態になることはないことが分った。

4. 放流時における調節門扉の振動(実物測定) 完成した実物調節門扉の各測定点(図-1)に取付けた振動加速度計各2個によって、上下方向及び流水方向の振動を各種の放流状態について検出した。測定結果によれば次の現象が認められた。(a) 順流時、逆流時ともに扉体の弾性振動は殆んど生じない。僅かに振動が現れる場合もすべて不規則及び局部的振動でかつ振幅は問題にならぬ程小さい。なお上下段門扉逆操作(順流)の場合には多少の規則的弾性振動が現れたが、これらの状況は前述の模型実験結果とよく合致している。(b) 順流時(下段扉全開、上段扉操作)の場合に上流側水位 $Y P 1.20$ 、下流側水位 $Y P - 0.10$ 、越流水深 $0.4 \sim 0.7 \text{ m}$ の範囲において、扉体はかなり大きな水平方向の剛体回転振動(約 1 c/s)が認められたがこの現象については次節に述べる。このような水平方向の剛体振動が模型実験において全く現われなかったのは、実物の戸溝ではローラーと戸当り間の隙間が 5 mm 程度あるのに対し(図-10参照)、模型ではこの換算値が 0.5 mm と殆んど隙間なきに等しく戸溝内でのローラーの水平移動が起り得ないことに基くものと推定される。この英はこの種模型実験上の著しい制約といえる。

5. 調節門扉の水平剛体振動の原因と防振対策 本問題についての詳論は別の機会に譲るが、主な原因としては次の2つが考えられる。(a) 上段扉では扉体重心を吊ることができないことに基く回転モーメントと扉体に作用する水圧の圧力変動との作用により、順流の場合上部ローラーを軸として下部ローラーが戸溝内で周期的に回転運動を繰返すために生ずる。下段扉は底部戸当り上に降されているが、ゲートリップを支えとして上段扉と同様に回転運動を繰返し振動が発生する。(b) 上段扉に取付けた2列のスプーラーの配列または形状の不良による。(a)、(b)何れの原因によるか未だ明確ではないが、利根川河口堰建設所では(a)を主因と考え対策として各ゲートの両端に各1個の緩衝ゴムを取付け(右図の R_0 及び R_0' の位置)、ローラーを戸当りに押しつけることにした。この効果については近く判明するはずである。

