

II-115 台形水路の跳水について(2)

日本大学理工学部 正 栗津清盛

日本大学理工学部 正 O大津岩夫

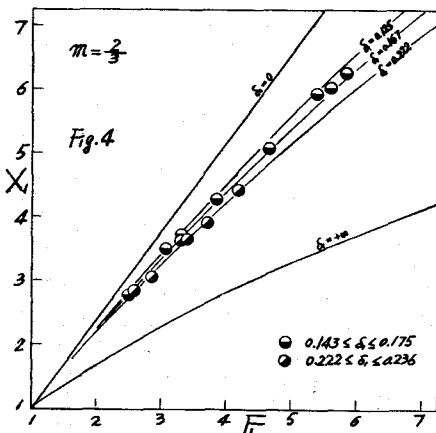
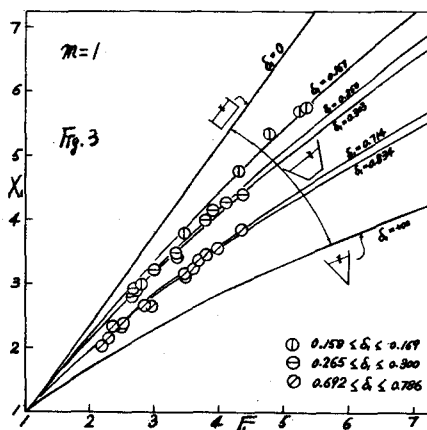
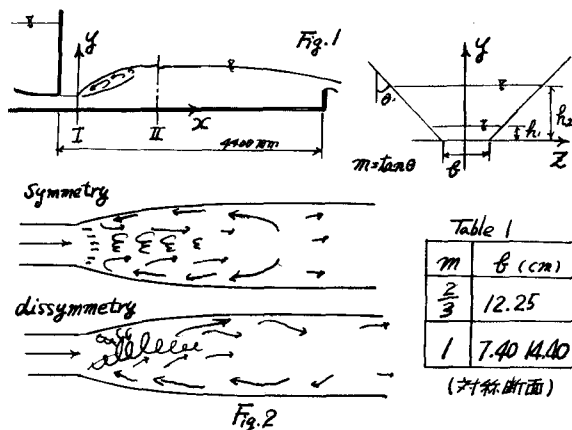
前報⁽¹⁾では台形断面水路における跳水の共役水深と跳水によるエネルギー損失に関する無次元理論式を提示し、その実験による検証を行ない、跳水の長さについても検討した。今回はそれらを確認する意味で、より広い範囲の実験を行ない、跳水の長さとその物理的意味について検討を加えた。また F が 1 に近い場合の跳水も長方形断面の浪状跳水とはかなり異なる type を示すことを見いだした。

実験装置と方法 図-1の装置を用い表-1のような断面形状を用いた。跳水の先端は流れの方向に沿って振動するが、この振動の平均位置を跳水の始点と定義する。跳水の終点は水面における逆流の観察されなくなった点と定義する。

台形水路の跳水 台形水路の跳水は流れが右方向ばかりでなく左方向にも広がらねばならず、 m が大になるにつれ側壁近くへ流入する運動量は弱くなり、圧力勾配 $\frac{\partial p}{\partial x}$ と平衡を保てなくなり、両側壁近くに逆流が誘起される。そのため両側に鉛直軸を有する渦(平面渦と呼ぶことにする)が形成される。また逆に m を小さくして長方形断面に近くなってくると側壁近くへ流入する運動量は大きくなり、平面渦は小さくなり、ほとんどなくなってしまう。台形水路の跳水はこの平面渦と左方向の軸を有する Γ - τ との組合さった複雑な現象で F , m , $\frac{h_1}{\delta}$ により種々の

type に分類できるであろう。 m が小であると主流は偏向しにくく跳水は対称となりやすいが、 m が大であると側面から流れ込む逆流量が大きいため、流れは偏向しやすく跳水は非対称となりやすい。また Froude 数(慣性項/重力項) F が大きくなってくると、射流より跳水中に入り込む jet の x 方向の運動量が強くなり主流は偏向しにくくなり、跳水は対称を保ちやすくなるようである。(図-2)

共役水深 前報に提示した無次元運動量方程式の実験による検証結果が図-3, 4 に示してあり、理論と一致していることがわかる。



跳水によるエネルギー損失 平均の水理量によって誘起される平均流のエネルギー方程式(非圧縮性)は、

$$\int_V \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{v^2}{2} + \Omega \right) dV = \int_V \nabla \cdot (\bar{\mathbf{t}} \cdot \bar{\mathbf{V}}) dV - \int_V \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{T}}_{v'v'} \cdot \bar{\mathbf{V}}) dV - \int_V \bar{\Phi}_m dV + \int_V \rho \bar{\mathbf{W}}' \cdot (\nabla \bar{\mathbf{T}}_{v'v'}) dV \quad \dots (1)$$

跳水部を control volume Ⅱ に選び、断面Ⅰにおいて Reynolds 応力と粘性の影響を、また自由水面においては Reynolds 応力を無視し、断面Ⅰ,Ⅱで静水圧分布をするものと仮定し、(1)式を適用すると

$$\begin{aligned} \alpha_1 \frac{V^2}{2g} + h_1 &= \alpha_2 \frac{V^2}{2g} + h_2 - \frac{1}{Q} \int_{A_2} \frac{1}{\rho g} \left[2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right] \bar{u} + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \bar{v} + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \bar{w} dA + \frac{1}{Q} \int_{A_2} \frac{1}{g} \left[\right. \\ &\left. \bar{u} \bar{u}'\bar{u}' + \bar{v} \bar{u}'\bar{v}' + \bar{w} \bar{u}'\bar{w}' \right] dA + \frac{1}{Q} \int_V \frac{1}{\rho g} \left[2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \\ &\left. \right] dV - \frac{1}{Q} \int_V \frac{1}{g} \left[\bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w}^2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \bar{u}\bar{v} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \bar{u}\bar{w} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) + \bar{v}\bar{w} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right] dV \quad \dots (2) \end{aligned}$$

これより跳水によるエネルギー損失 H_L は、

$$H_L = \frac{1}{Q} \int_V \bar{\Phi}_m dV - \frac{1}{gQ} \int_V \bar{\mathbf{W}}' \cdot (\nabla \bar{\mathbf{T}}_{v'v'}) dV \quad \dots (3)$$

と表示される。(2)式において $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ とおき、右辺の三項と右辺の項を他の項に比し無視すると一般の Bernoulli eq. となり、台形断面の場合は前報(6)式となる。この式の実験による検証が図5に示しており、理論とほぼ一致していることがわかる。また跳水の type によって Energy dissipation の機構が異なってくることも理解される。

跳水の長さ 前報で提示した式

$$f\left(\frac{L_i}{H_L}, \frac{h_1}{g}, m, F_r\right) = 0 \quad \dots (4)$$

あるいは前報(6)式より

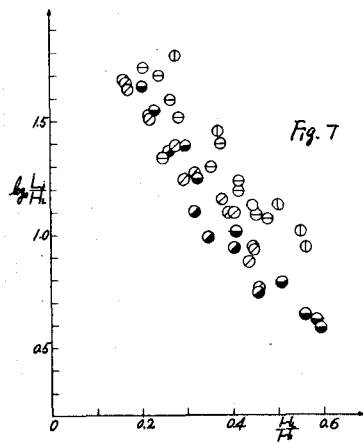
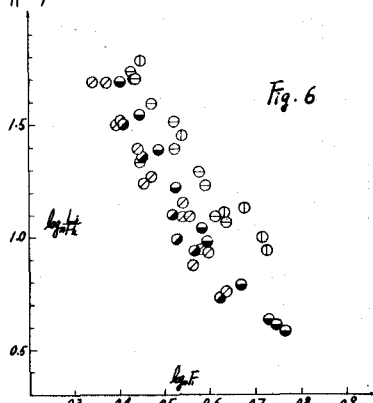
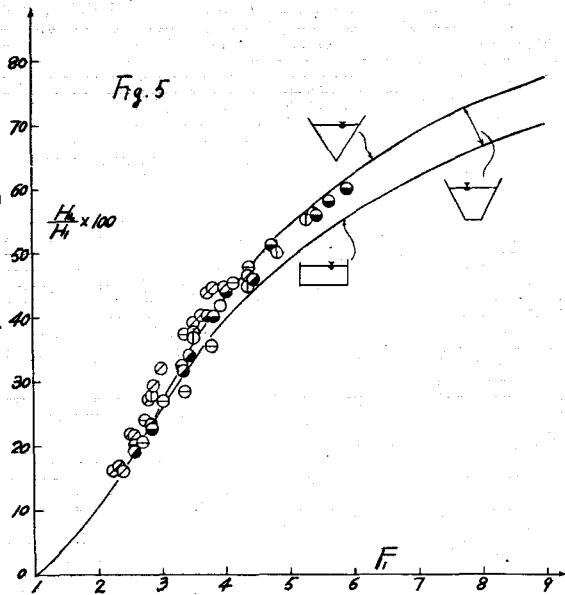
$$\frac{H_L}{H_1} = f(F_r, \delta_1)$$

を用いて

$$f\left(\frac{L_i}{H_L}, \frac{h_1}{g}, m, \frac{H_L}{H_1}\right) = 0 \quad \dots (5)$$

とし実験値をプロットすると図6,7のようになる。

放物線形断面⁽²⁾、長方形断面⁽³⁾の実験値を(5)式によって整理すると図8,9のようになる。放物線形、長方形ともに $m = \frac{1}{2} \sim \frac{2}{3}$ の台形断面の実験値に $F_r > 3.5$ でほぼ一致している。また



急流水路の実験値⁽⁴⁾を(5)式によって整理すると図-10のようになり(この実験における跳水は Submerged jump であり、一般の跳水とは同一にはみなせないが)良い相関が得られる。このように(4)式あるいは(5)式で資料を整理すると良い相関が得られる理由について考えてみる。(3)式において粘性の影響を無視すると

$$H_L = - \int_0^L \frac{1}{gQ} W'(\nabla \cdot T_{rv}) dF$$

与えられた断面形状に対し

$$\frac{1}{gQ} W'(\nabla \cdot T_{rv}) = f_0(x, y, z, F_1)$$

と考え、跳水の長さ L_j を跳水によるエネルギー損失が完了するまでの長さとして解釈すると

$$H_L = - \int_0^{L_j} f_0(x, y, z, F_1) dF_1$$

$$= - \int_0^{L_j} \int_0^{R(x)} \int_{-\frac{1}{2}(b+my)}^{\frac{1}{2}(b+my)} f_0(x, y, z, F_1) dz dy dx$$

よって

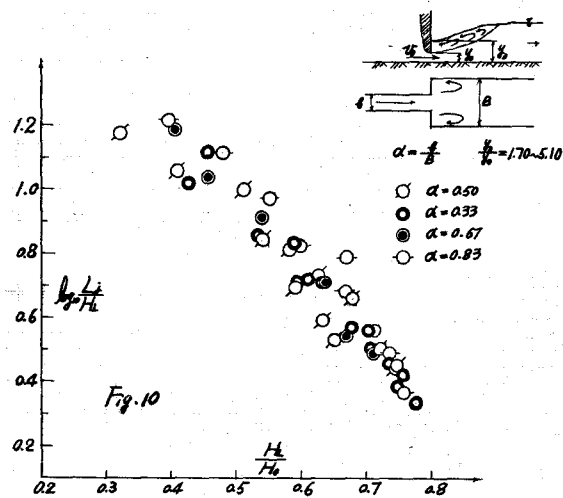
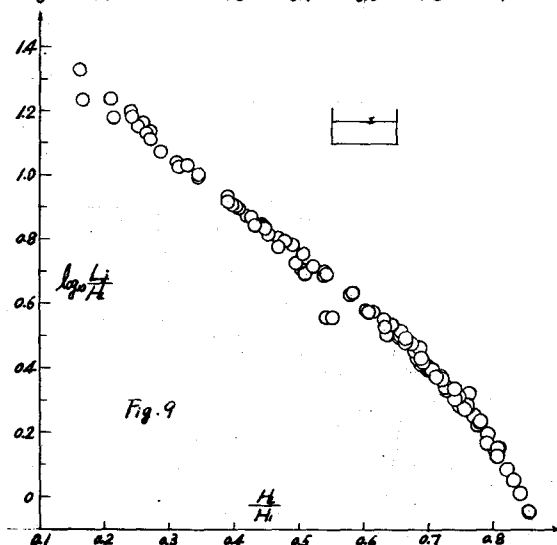
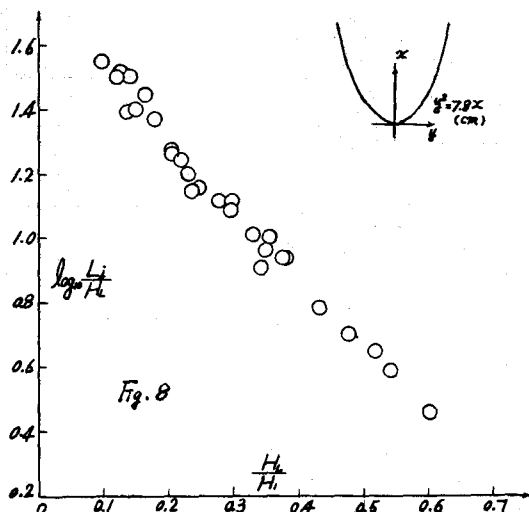
$$H_L = f(h_1, h_2, \theta, m, F_1, L_j)$$

π定理により無次元化すると

$$\frac{L_j}{H_L} = f\left(\frac{F_1}{g}, \frac{h_1}{g}, m\right)$$

となり(4)、(5)式で示すことが妥当であることが推論される。

F_1 が 1 に近いときの跳水 F_1 が 1 に近く流れが限界流に近い場合、長方形断面のときには波状跳水となることが知られているが、台形の場合にはどのような水面形状になるか、まだ明らかにされていない。今回は主に $m=1$ の場合についての実験結果の一例をあげると図-11のようになり、長方形の場合とは、かなり異なった type となっていて、跳水の先端には Mach 角 β が現れる。台形水路では側面に沿った逆流があるため、P 点から衝撃波が発生して波面 PC を形成し、このような Mach 角を生ずるのである。また、流水が三次元的なため長方形断面のよう



に、はっきりした
波形は生じないが、
断面の中央部に山、
谷の波模様が現れ
る。渦領域は小さ
く、水面形の変化も
急でないため跳

水の長さをはっ
きり定めること
ができない。

Mach 角 β は

$$\sin \beta = \frac{c}{U}$$

$c = \sqrt{gR_1}$ で伝はんするものと考えと

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{gR_1}}{U} = \frac{1}{F} \quad \dots (6)$$

(6) 式と実験値との比較が図12に示してあり、実
験値が $\sin \beta = 1/F$ の上方にプロットされる範囲
では、波の形が段波のようになっていて、段波の
波速 $c = \sqrt{gR_1} (1 + O + \Delta)$ で伝はんし、下方にプ
ロットされる範囲では微小振幅波の波速 $c =$
 $\sqrt{\frac{gR_1}{2\pi} \tanh \frac{2\pi R_1}{\lambda}}$ で伝はんするものと解釈される。
 F_1 が大きくなってくると ($F=2.3$ 位から) 中央部
の山谷はほとんどなくなり、波角も大きく変動
するようになる。また跳水先端の波模様をよく見ると、ごくわずかに
はあるが図13のような曲線(A~B)になっているのが見られる。これ
は台形水路の射流の流速分布の影響のためであらう。

(記号) A: 流線, Q: 流量, T: 水面幅, R: 水深, V: 平均流速

$$D = \frac{A}{T}, F = \frac{V}{\sqrt{gD}}, S = \frac{mR}{g}, \alpha: \text{運動エネルギーの補正係数}, H = \alpha \frac{V^2}{2g} + R, H_L = H_1 - H_2$$

Suffix 1: 跳水する直前の諸量, Suffix 2: 跳水した直後の諸量, $X_1 = \frac{R_2}{R_1}, F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gR_1}}, H_0 = \frac{V_1^2}{2g} + y_3$ (Fig. 10)

$$U = \bar{U} + U' \text{ (X方向の速度)}, V = \bar{V} + V' \text{ (Y方向)}, W = \bar{W} + W' \text{ (Z方向)}, \bar{C} = \sqrt{\bar{U}^2 + \bar{V}^2 + \bar{W}^2}$$

$$\bar{W} = \bar{U} \bar{e}_1 + \bar{V} \bar{e}_2 + \bar{W} \bar{e}_3, W' = U' \bar{e}_1 + V' \bar{e}_2 + W' \bar{e}_3, \Omega: \text{質量力ポテンシャル}, \frac{\bar{P}}{\rho} = \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\bar{T}_S = \begin{pmatrix} P_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & P_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & P_{zz} \end{pmatrix} \quad T_{\bar{w}\bar{w}} = \begin{pmatrix} \bar{U}'\bar{U}' & \bar{U}'\bar{V}' & \bar{U}'\bar{W}' \\ \bar{V}'\bar{U}' & \bar{V}'\bar{V}' & \bar{V}'\bar{W}' \\ \bar{W}'\bar{U}' & \bar{W}'\bar{V}' & \bar{W}'\bar{W}' \end{pmatrix} \quad T_{\bar{w}\bar{v}} = \begin{pmatrix} \bar{U}'\bar{U} & \bar{U}'\bar{V} & \bar{U}'\bar{W} \\ \bar{V}'\bar{U} & \bar{V}'\bar{V} & \bar{V}'\bar{W} \\ \bar{W}'\bar{U} & \bar{W}'\bar{V} & \bar{W}'\bar{W} \end{pmatrix} \quad \bar{\Phi}_m: \text{平均運動によるエネルギー散逸関数}$$

(文献) (1) 栗津・大津, 土木学会23周年講 1968.

(2) P.A. Argypoulos, I.A.H.R. (TH) 1957.

Fig. 11

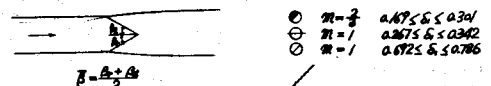
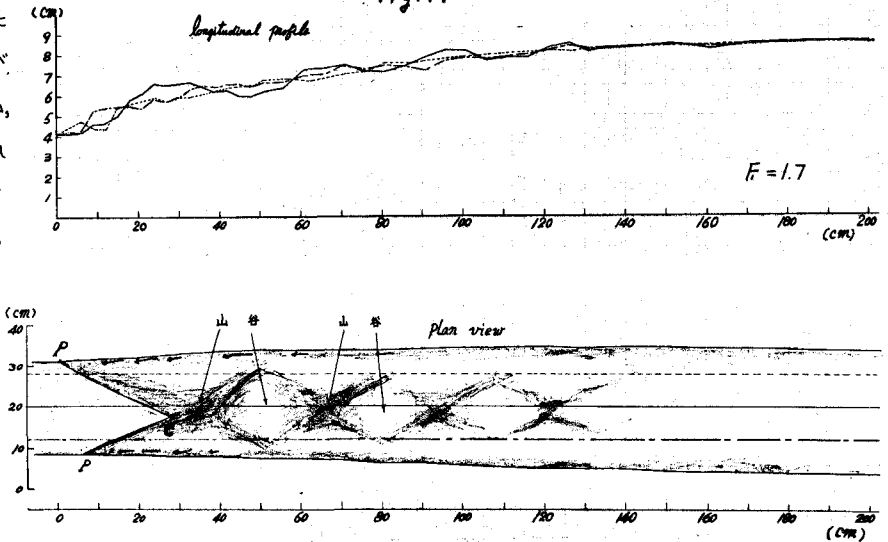


Fig. 12

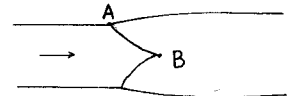


Fig. 13