

北海道大学工学部 正 員 ○岸 力
森 明巨
正 員 平山 健一

(1) 目的と要旨

河川に於いて平均流速を測定する場合、観測値の精度は観測時間に依存する。本文は乱流理論に立脚して、平均流速の観測時間と精度との関係も考察したものである。

平均流速の測定時間を T_* 、 T_* の測定で得られた平均流速を $\bar{U}$ とすると、 $\bar{U}$ は真の平均流速のまわりに分布し、その分散は T_* の関数であり、試長変動曲線 $C(T_*)$ で表わされる。 $C(T_*)$ と流速変動の相関関数 $R(\tau)$ の間には次の関係がある。

$$C(T_*) = 2\bar{U}^2 / T_*^2 \int_0^{T_*} (T_* - \tau) R(\tau) d\tau \quad (1)$$

($\bar{U}^2 = C(0)$: 原変動の分散)

又、 $R(\tau)$ とパワースペクトラム $E(f)$ の間には次の関係がある。

$$R(\tau) = 1/\bar{U}^2 \int_0^\infty E(f) \cos 2\pi f \tau df \quad (2)$$

$$E(f) = 4\bar{U}^2 \int_0^\infty R(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau \quad (3)$$

したがって、もし、種々の河川について得られる $R(\tau)$ 又は $E(f)$ の間に相似性を見出すことができれば、case study ではなく一般論として平均流速の精度を論ずることが可能になる。

筆者等は、石狩川、新川及び千代川(2地所)で得られた流速変動のパワースペクトラムを解析し、乱れのマクロスケールが流れの水深 H に近似的に比例することを見出した。さらに、河川の乱れを考える時間単位として $H/\bar{U}$ を取れば、河川の幾何学的な規模の違いが消えて、 $R(\tau)$ 及び $E(f)$ に相似性が見出された。

流量測定に関する実用的な結論として、観測時間 T_* を $50 H/\bar{U}$ 程度にとると $C(T_*)/\bar{U}^2$ が 0.1 ~ 0.2 となることが示された。

(2) スペクトラムの形

isotropic turbulence では相関関数は、一般に T_E を Integral time scale とすると $e^{-\tau/T_E}$ と近似され、スペクトラムは次式で表わされる。

$$E(f)/4\bar{U}^2 T_E = 1/(1 + 4\pi^2 f^2 T_E^2) \quad (4)$$

しかし、河川乱流では乱子の size が水深程度の大きさになると anisotropic turbulence も考えられ、一次元スペクトルの勾配の $0.5 \sim 5/3$ の間の領域が (4) 式で表わされるものより広い領域にわたっているようである。今回筆者等は、スペクトラムの形として次式を用い (4) 式と比較した。

$$E(f)/4\bar{U}^2 T_E = 4e^{-4\pi^2 f^2 T_E^2} \quad (5)$$

(1) 式に於いて $R(\tau)$ が 0 に収束する時間より T_* が大であれば

$$C(T_*) \cdot T_* \cong C(0) \int_0^\infty R(\tau) d\tau \quad (6)$$

渦の平均径 L_x と T_E の間には (7) 式の関係が仮定される (テイラーの仮定)。

$$L_x = \bar{U} T_E \quad (7)$$

(L_x : 乱れのマクスウェル)

(7) 式を用いれば (6) 式から (8) 式が導かれる。

$$C(T_*) / C(0) \cong 2L_x / \bar{U} \cdot T_* \quad (8)$$

(8) 式によれば、少くとも $T_* \gg T_E$ の範囲では、 $L_x / \bar{U}$ を時間単位に取れば、 $C(T_*)$ には他の幾何学的スケールが含まれないことがわかる。これは河川の乱れを一般化する上に重要な関係である。

(3) 解析結果

千代川、新川、石狩川で行われた観測の概況を表-1に示す。

表-1

	流速計	記録	観測時間	データ読み取り間隔	流量	水面勾配	河巾	平均水深	河床の状態
千代川A	CM-2	EPR 2T型 ホリ L2-94-	60分	1.6667秒	16.479 m^3/sec	1/342	35.5m	0.54m	砂利川
千代川B			30		13.22	1/800	23.8	0.87	砂
新川			60	1.0	3.56	1/2500	15.6	0.48	泥
石狩川	フローラ		10	10.0	64.11		120	2.5	

図-1に各地点で得られたパワースペクトラムを示す。図中の実線は (6) 式の計算値である。計算曲線は実測値の傾向を良く表わしている。

次に、より簡単な水理量で表わすために $T_E = L_x / \bar{U}$ のかわりに $H / \bar{U}$ を用いた。 $L_x / H = \alpha / 4 = 1/\beta$ とおけば (4) 及び (5) 式は次式で表わされる。

$$E(f) \bar{U} / \omega H = \beta / \{ \beta^2 + (2\pi f H / \bar{U})^2 \}^2 \quad (9)$$

$$E(f) \bar{U} / \omega H = \alpha e^{-\alpha f H / \bar{U}} \quad (10)$$

図-2に L_x / H を示す。 L_x / H は Z / H の増大とともに増加する傾向がある。新川及び石狩川で得られた値は、千代川の観測値より幾分か小さいようである。

図-3は、横軸に $fH / \bar{U}$ を取ったときのスペクトラムである。太い実線及び点線はそれぞれ (10) 及び (9) 式の計算値で、石狩川、新川には $\alpha = 12$, $\beta = 1/3$, 千代川には $\alpha = 16$, $\beta = 1/4$ を用いた。細い実線は、実測値をいくつかの曲線で近似させたものである。(9) 式と (10) 式の計算値と比較すると、絶対値はあまり違わないうが、(10) 式の方が実測値の傾向を良く表わしている。

図-1と比較すると、横軸に $fT_E = fL_x / \bar{U}$ を取った方が実測値により良く近似を示しているが、これは、 α, β が現実には測定値毎に違ふことから当然のことと思われる。しかし、 $C(T_*)$ を計算

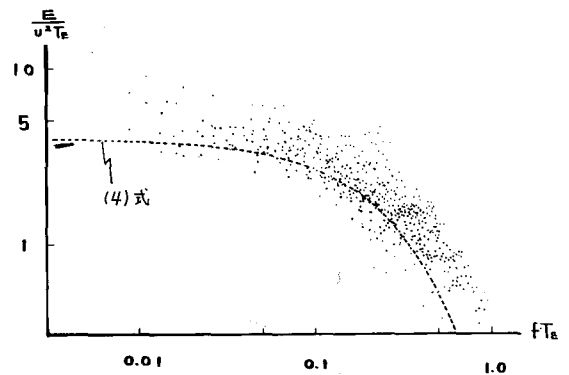


fig-1

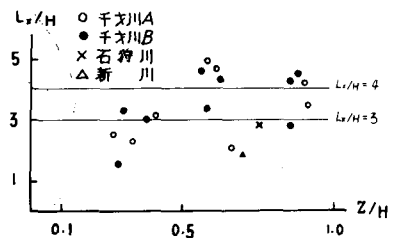


fig-2

するのにより精度は落ちるが T_e の代わりに $H/\bar{U}$ を使うことは可能である。

パワー・スペクトラムが (9) 及び (10) 式の時、 $R(\tau)$ 及び $C(T_*)$ は次式で表わされる。

$$R(\tau) = e^{-\beta \tau \bar{U}/H} \quad (11)$$

$$C(T_*)/C(0) = 2/k^2 \cdot (K + e^{-K} + 1) \quad (12)$$

$$R(\tau) = \alpha^2 / \{\alpha^2 + (2\pi \bar{U}/H)^2\} \quad (13)$$

$$C(T_*)/C(0) = 3/2 \cdot \tan^{-1} r - \log_e(r^2 + 1) / r^2 \quad (14)$$

$$\text{但し、} K = \beta T_* \bar{U}/H$$

$$r = 2\pi/\alpha \cdot T_*$$

図-4 は、 $R(\tau)$ の実測値と (11) 及び (12) 式による計算値と比較したもので、図中に示す実線は (11) 式、実線は (13) 式の計算値である。 α 及び β の値は図中に示されている。図を見ると (13) 式の方が (11) 式より良く乱流の構造を表わしているようである。 $\tau \bar{U}/H = 0$ 付近での (11) 式と (13) 式の違ひは、スペクトラムの勾配が $fH/\bar{U} \rightarrow \infty$ のとき、前者は -2 となり高周波成分を含み、後者は $-\infty$ となり高周波成分を含まないことによる。

図-5 は $C(T_*)$ の実測値と (12) 及び (14) 式による計算値と比較したもので、図中の実線は

(12) 式、実線は (14) 式

の計算値である。 α 及び β の値は図中に示さ

れている。両式の計算

値にあまり大きな違ひ

はない。 $T_* \bar{U}/H = 0$

付近に於ける違ひは

$R(\tau)$ の場合と同様に

スペクトラムの勾配が

$fH/\bar{U} \rightarrow \infty$ の時 (12)

式では -2 になり (14)

式では $-\infty$ となり、

高周波成分に於ける値

が違はうことによる。

計算値は実測値の平均的性質を良く表わしている。ただし、実測値のバラツキは、各測定点に必ずしも一定でな

らず $Lx/\bar{U}$ を一定値で代表させたことによるものである。

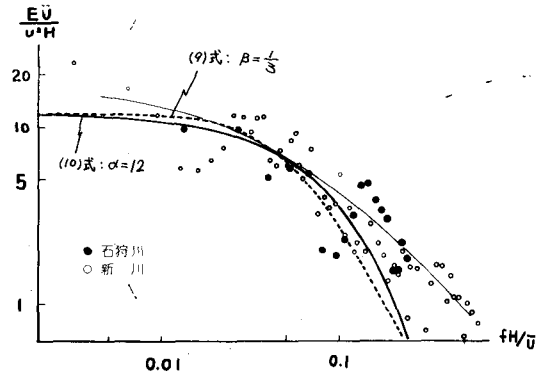


fig 3-a

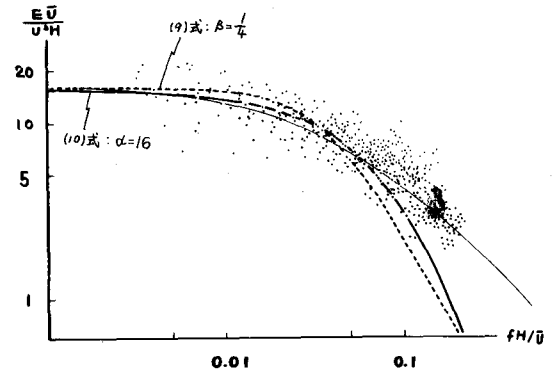


fig 3-b

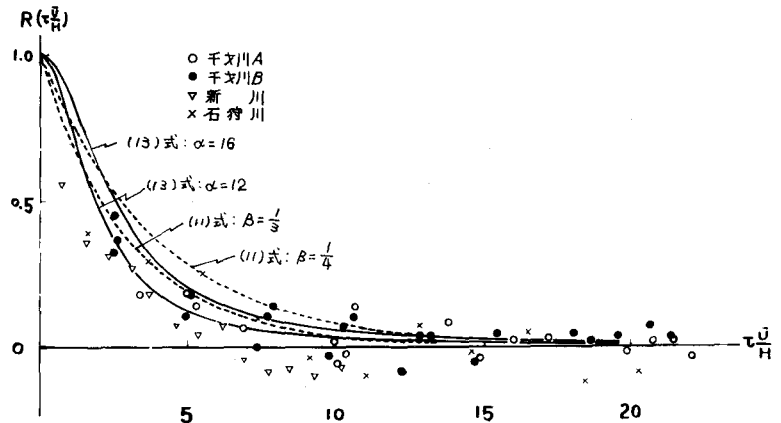


fig-4

以上、2, 4, 5 図の結果から、スペクトラムに exponential の形 (10), (13), (14) 式) を用いる方が、相関系数に exponential の形 (9), (11), (12) 式) を用いるよりも、良く河川の乱流の構造を表わしていることがわかる。

図-5 に於て、 $T_* \bar{U}/H$ が 50 くらいになると実測値は、計算値と同程度になっている。 $T_* \bar{U}/H = 100$ で $\alpha = 12, 16$ のとき、(14) 式の計算値はそれぞれ 0.057 及び 0.074 である。従つて、例えば $T_* \bar{U}/H$ を 50~100 程度にとると $C(T_*)_{ob}/C(0) \leq 0.1$ となることが期待される。

$$\sqrt{C(T_*)_{ob}} \leq 0.3 \sqrt{u_*^2} = 0.3 \left(\frac{100}{5} \right) \bar{U}$$

となるから、 $\sqrt{u_*^2}/\bar{U}$ の値がわかれば、測定値の真の $\bar{U}$ に対する誤差の割合が知れる。

図-6 に z/H と $\sqrt{u_*^2}/\bar{U} \cdot (\bar{U}/u_*)^{3/5}$ の関係を示す。今本の研究⁽¹⁾によれば乱れの強度は図-6 の表示が葉の散らばりが少く、最もすぐれているようである。図中の実線で囲まれた領域は、今本の整理した結果がほぼ治まる範囲である。筆者等の測定値はそれよりバラツキが大きいが、これは $\bar{U}$ の測定が水深方向に乏しく u_* の精度が良くないためと思われる。河床が rough なとき流速分布は次の様に書ける。

$$\bar{U}/u_* = 5.75 \lg_{10} z/k_s + A_r$$

2. 今本によると

$$\sqrt{u_*^2}/\bar{U} = f\left(\frac{z}{H}\right) \cdot (\bar{U}/u_*)^{-2/3}$$

である。 $f\left(\frac{z}{H}\right)$ は普遍関数)

図-6 から $f\left(\frac{z}{H}\right) \leq 1$ とし、 $z = 10k_s$

$A_r = 6.25$ とすると $\sqrt{u_*^2}/\bar{U} \leq 0.19$ となり、図-5 に於ける考察から $T_* \bar{U}/H = 50 \sim 100$ とすると、

$$\sqrt{C(T_*)_{ob}} \leq 0.06 \bar{U} \quad \text{となることが期待できる。}$$

参考文献: (1) 今本博健 土木学会関西支部年議 44 年 4 月 II-34

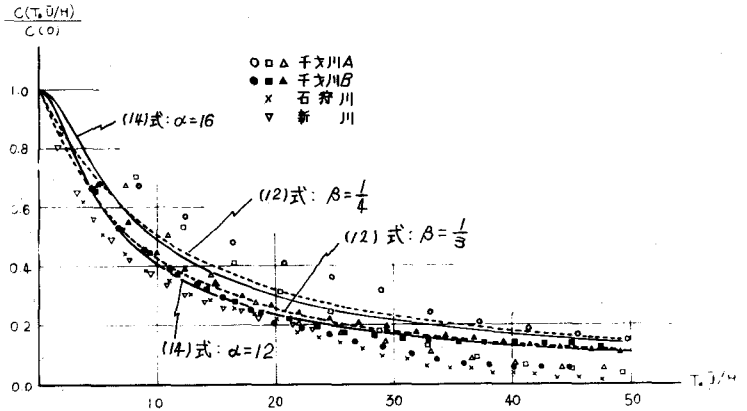


fig-5

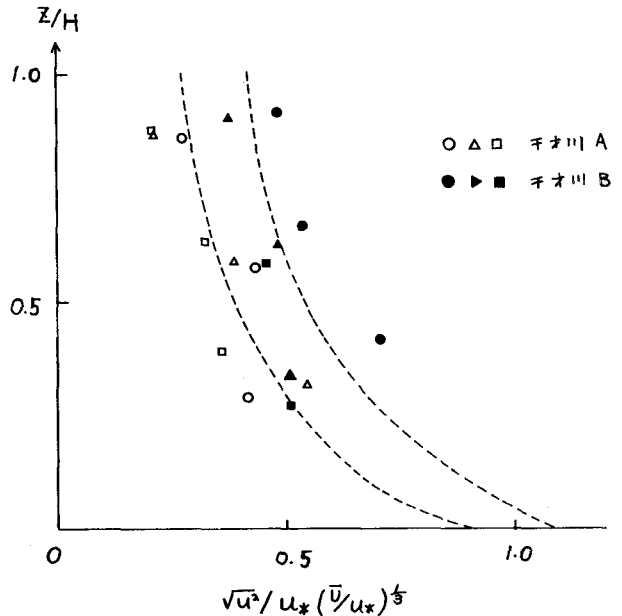


fig-6