

II-108 壁面に衝突する球の仮想質量

東京工業大学工学部 正員 ○ 沢本 正 樹
新日本製鐵株式会社 石 谷 邦 治

1. 概説

原子力の利用の増大に伴ない、放射性廃棄物の処理が重要な問題となつてきている。中で海中投棄は有効な手段として着目され、容器に関する研究はいくつか行なわれている。投棄された容器が海底に衝突する場合、容器に加わる荷重は次のような力積の形で与えられる。

$$\int F dt = (M + m) \cdot U \cdot (1 + e)$$

ここで M は容器の質量で材料と形とから決まり、 e は反発係数で容器の材料と海底の性質とから決まる。 U は衝突直前の速度、 m は仮想質量で、ごく難に見積るならば、 U は最終落下速度、 m は球の場合排除した流体の質量の 0.5 倍を用いればよい。しかし海底の存在を考えると流体力学的に必ずしもこのような値を用いることはできなかつたであろう。この研究では、海底の存在が球形の物体にどのような影響を与えるかを速度ポテンシャルよりしるや、特に仮想質量に対する影響が無視しうるものであることを示し、かつ実験で確かめた。無限流体中での仮想質量については、いくつかの実験が報告されており^{(1),(2)等}、排除した流体の質量の 0.5 倍強という値が大体の目安である。

2. 解析及び実験

壁面に垂直な方向に動く球のまわりの速度ポテンシャルは鏡像を用いて求められる⁽³⁾。図-1 で「球 A が速度 U で動き球 B が静止しているときのポテンシャル ϕ_1 」と「球 A が静止し、球 B が逆向きに速度 U で動いているときのポテンシャル ϕ_2 」の和を求めるポテンシャルであるから、境界条件は

$$\text{球面 A 上で } \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = -U \cos \theta, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = 0$$

$$\text{球面 B 上で } \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = -U \cos \theta'$$

である。これを満す解は最終的に次のようになる。

$$\frac{\phi}{U} = \left(\frac{A}{r^2} + Br \right) \cos \theta + \left(Cr^2 + \frac{D}{r^3} \right) (3 \cos^2 \theta - 1) + E$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } A &= \mu_0 - \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 - \dots, & B &= 2 \left\{ \frac{\mu_0}{(2h)^3} - \frac{\mu_1}{f_1^3} + \frac{\mu_2}{(2h-f_1)^3} - \frac{\mu_3}{f_2^3} + \frac{\mu_4}{(2h-f_2)^3} - \dots \right\}, \\ C &= \frac{3}{2} \left\{ \frac{\mu_0}{(2h)^5} - \frac{\mu_1}{f_1^5} + \frac{\mu_2}{(2h-f_1)^5} - \frac{\mu_3}{f_2^5} + \frac{\mu_4}{(2h-f_2)^5} - \dots \right\}, & D &= -(2h-f_1)\mu_1 + f_1\mu_2 - (2h-f_2)\mu_3 + f_2\mu_4 - \dots, \\ E &= \frac{\mu_0}{(2h)^3} - \frac{\mu_1}{f_1^3} + \frac{\mu_2}{(2h-f_1)^3} - \frac{\mu_3}{f_2^3} + \frac{\mu_4}{(2h-f_2)^3} - \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又、} \mu_0 &= \frac{1}{2} a^3, \quad \mu_1 = -\mu_0 \left(\frac{a}{2h} \right)^3, \quad \mu_2 = -\mu_1 \left(\frac{a}{f_1} \right)^3, \quad \mu_3 = -\mu_2 \left(\frac{a}{2h-f_1} \right)^3, \quad \mu_4 = -\mu_3 \left(\frac{a}{f_2} \right)^3, \dots \\ f_1 &= 2h - \frac{a^2}{2h}, \quad f_2 = \frac{a^2}{f_1}, \quad f_3 = 2h - \frac{a^2}{2h-f_2}, \quad f_4 = \frac{a^2}{f_3}, \dots \end{aligned}$$

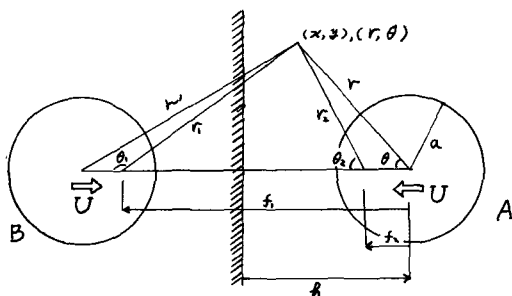


図-1

これを用い球に作用している力を

$$\int p dS = \rho \cdot \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} - \Omega - \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right\} dS$$

より計算すると壁面の影響として三つの力を考慮しなければならないことがわかる。まず、第一項の積分より次の二つの力が得られる。

$$-m \frac{dU}{dt} + \frac{dm}{dt} U^2$$

m は $\rho \cdot \frac{4}{3} \pi a^3 \cdot \left(\frac{A}{a^3} + B \right)$ で仮想質量であり、衝突時には排除した流体の質量の 0.803 倍にまで増加する — 図-2。後の項は常に正すなわち壁とは逆向きに働く力である。第二項の積分は壁面の有無には関係がない。第三項の積分は壁面の存在により流れが非対称になるために生ずる力で符号は負すなわち常に壁向きに働き、その大きさは、

$$-\rho \cdot \frac{1}{2} \pi a^2 \cdot \frac{32}{5} \left(\frac{A}{a^3} + B + 1 \right) \cdot (Ca + \frac{D}{a^2}) \cdot U^2$$

である。第二、第三の力は壁面の抵抗係数に及ぼす影響のようなもので抵抗係数と同じ形にして両者の和を図-3に示した。

こうして壁面の影響をしるすことができたが、これらが顕著に効てくるのは球が壁面の極く近くまで近づいた時だけで、一般には衝突時を除いてあまり考慮しなくてもかまぬ。例えば、落下速度に及ぼす影響は $h/a = 1.1$ まで近づいても比重 1.01 ~ 2 で 5 ~ 3 % 程度減速されるにすぎない。しかし衝突時には仮想質量の増加はそのまま球に働く荷重の増加となり、軽々しく見落せるものである。それで次のような実験を行ない衝突時の仮想質量を測定した。長さ 2.5 m の弦の先に外径 5 cm の黄銅製球殻をつけて振子としこれを壁面に埋込んだ力計に衝突させて衝突時の力値を求めた。力計は径 5 cm 厚さ 0.2 mm の磷青銅製ダイヤフラムである。同時に振子の基部に取付けた微小変位計より振子の振れを測定して衝突前後の速度を求め、以上の二つより仮想質量を計算した。実験はレイノルズ数 $1.5 \sim 7.0 \times 10^3$ の範囲で行なわれた。結果はかなりばらついた値となったが、平均すると仮想質量は排除した流体の質量の 0.8 倍という値が得られ、ポテンシャル解より求めた値とほぼ一致した。

最後に、この研究は昭和 44 年度文部省科学研究費による研究の一部であることを付記し、ここに謝意を表す。

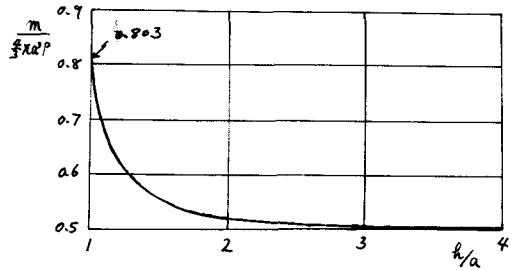


図-2

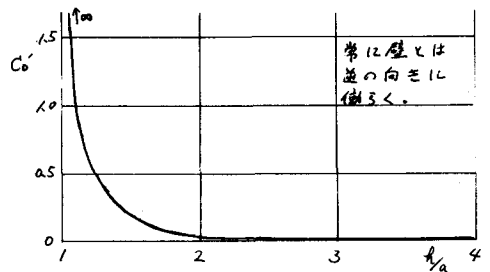


図-3

- (1) R. A. Grance 他 Ocean Wave Forces on a Subsurface Sphere ASCE V61.95, WW3, 1969
- (2) H. W. Iversen 他 A Correlating Modulus for Fluid Resistance in Accelerated Motion Jour. Applied Physics V. 42, No. 3, 1971
- (3) H. Lamb Hydrodynamics 6th ed. P. 130 Cambridge