

九州大学 工学部 正員 橋 東一郎
 " " " 平野 宗夫
 " 大学院 学生員 ○田中 耕一

1. まえがき

側岸が浸食性の流路に通水すると、流路中は次第に拡大し、やがて砂礫堆の発生と相まって流路は蛇行をはじめる。このような蛇行現象との関連において流路の拡中を取り扱ったものに足立ら⁽¹⁾や長谷川ら⁽²⁾の研究があるが、まだ緒についたばかりの段階のようである。本報告はこのような流路の拡中について若干の実験と考察を行ない流路の蛇行現象や側方浸食を受ける流路の変動機構の解明への足がかりを得ようとするものである。

2. 実験の概要

水路に砂を積みつけ、その中央に幅 20~30 cm 程度のみぞを掘り、そのみぞに一定流量通水して、水路幅・流路の横断面形状・水位等を適当な時間々隔で測定し、砂礫堆や蛇行の発生状況を観察した。

実験に用いた水路は、長さ 15 m・巾 1.2 m のコンクリート製水路で、附属の河床形成装置により $1/50 \sim 1/600$ の移動床を作ることが出来る。実験砂は、粒径 $d_{50} = 0.83 \text{ mm}$ で粒度分布はほぼ均一である。実験の範囲は $Q = 1.64 \sim 4.8 \text{ l/sec}$ 、初期河床勾配 $1/50 \sim 1/400$ 、初期水面巾 15~30 cm、通水時間 45~1000 分である。

3. 実験の考察

典型的な蛇行を示した実験についての観察によると、通水開始から蛇行発生までの経過は次の3つの過程に分けられる。

① 直線水路に通水を開始すると、水路は時間とともに拡大してゆく。しばらくの間は側壁、流線とも直線状を保っている。

② 流路の拡中が進むとやがて砂礫堆が発生し、側壁固定水路においてみられると同様の規則正しい砂礫堆が発達する。このため、流水は若干蛇行し、砂礫堆の前縁付近で局所的な側方侵食を生ずる。しかし、砂礫堆が下流へ進行するため、この局所侵食もそれにつれて下流へ移動し、流路は拡大するが、側壁の蛇行はまだ起こらない。

③ さらに流路が拡中し、砂礫堆の進行が遅くなると水流の蛇行による局所的側方侵食が助長され側壁の蛇行がはじまる。

4. 流路拡幅の計算式

ここでは流路が蛇行せずに拡中する場合について取扱う。

(1) 河床の連続の式

図-1のような河床横断面上の任意の点において、その接線方向に m 軸、法線方向に n 軸をとると

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial}{\partial m} (q_B \sin \beta) + \frac{\partial}{\partial x} (q_B \cos \beta) \right\} \quad \dots\dots (1)$$

ここに、 λ : 河床の空隙率 $\div 100$,

q_B : 流砂量, β : 流砂の方向と水平軸となす角, x : 流水の方向にとった距離である。

(2) 斜面上における掃流砂関数

斜面上における掃流力を規定する無次元量

を河床におけると同様な手法⁽³⁾により求めてみる。まず河床砂に作用する流体力 D は次式で表わされる。

$$D = \epsilon \rho C_D \alpha_1 \pi d^2 \frac{U^2}{2} \quad \dots\dots (2)$$

ここに、 ϵ : 遮蔽係数, ρ : 水の密度, C_D : 抗力係数, α_1 : 砂粒の面積係数で球の場合は $1/4$, d : 砂粒の粒径, U : 砂粒に作用する流速, である。従つて斜面上の砂粒を動かそうとする力の合力 R は

$$R = \sqrt{D^2 + W^2 \sin^2 \theta} = \sqrt{(\epsilon \rho C_D \alpha_1 \pi d^2 \frac{U^2}{2})^2 + \{(\rho_s - \rho) g \alpha_2 \pi d^3\}^2 \sin^2 \theta} \quad \dots\dots (3)$$

ここに、 W : 砂粒の水中重量, θ : 斜面の水平角となす角, ρ_s : 砂粒の密度, α_2 : 砂粒の体積係数である。砂粒の抵抗力 F はマサツ係数を μ とすると $F = \mu W \cos \theta$ であるから、 R と F の比は

$$\frac{R}{F} = \frac{\alpha_2}{2\alpha_1} \frac{C_D \epsilon \varphi^2}{\mu} \frac{U_k^2}{sgd \cos \theta} \left[1 + \tan^2 \theta \left(\frac{\alpha_1}{2\alpha_2} \frac{1}{\epsilon C_D \varphi^2} \frac{U_k^2}{sgd \cos \theta} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots (4)$$

ここに、 S : 砂の水中比重 $= (\rho_s - \rho)/\rho$, $\varphi = U/U_k$, U_k : マサツ速度 である。

式(4)より、 $\theta = 0$ のとき掃流力の無次元量 U_k^2/sgd は等1 になることを考慮して、砂粒の mobility に関する無次元量 M を求めるに次式が得られる。

$$M = \left\{ \frac{1}{\cos \theta} \sqrt{1 + (\eta_1 \sin \theta / \psi)^2} \right\} \quad \dots\dots (5)$$

$$\text{ここに、} \psi = U_k^2/sgd, \eta_1 = \frac{\alpha_1}{2\alpha_2} \frac{1}{\epsilon C_D \varphi^2}$$

砂粒の移動限界状態においては $R = F$ であるから、 $\theta = 0$ のとき $\psi = \psi_c$ となることを考慮すれば限界状態においては

$$M_c = [\psi_c^2 (1 - \tan^2 \theta / \mu^2) + (\eta_1 \tan \theta)^2]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots (6)$$

次に、河床単位面積中に存在する砂粒の数を n , 砂粒の移動速度を U_g , 移動確率を P とすると

$q_B = n U_g d^2 \pi d^3 P$ であるから、 $m \cos 1/d^2$, $U_g \cos \beta \cos \theta \cos U_k$ とすると、 $q_B/U_k d \cos \beta \cos P$ となる。 P を M 及び M_c の関数と考え、 $\theta = 0$ のとき通常の掃流砂量の式に接続するようにすれば、斜面上の流砂量式は次式のように表わすことができる。

$$\frac{q_B}{U_k d} = K M^m \left(1 - \frac{M_c}{M} \right) / \cos \beta \quad \dots\dots (7)$$

ここに、 K および m は定数である。

(3) 砂粒の移動方向

砂粒の流下経路は流水の乱れと河床砂との衝突によりかなり変動するが、平均的に見れば同一水理

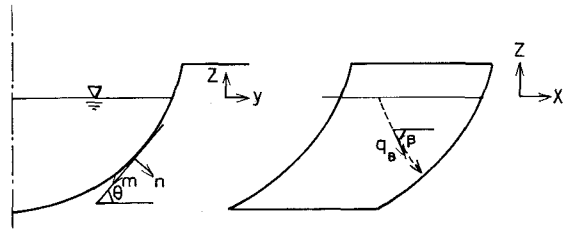


FIG-1

条件と同一の斜面状態においては一本の線になるとみなしてよいであろう。

さて、斜面上に静止していた砂粒が急に動き出す場合の方向は合力の方向と一致するとみなせば

$$\cos\beta = \frac{P}{R} = [1 + (\eta_1 \sin\theta / \psi)^2]^{-\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (8)$$

また、砂粒がほぼ一定速度で移動し、 $du_g/dt=0$ とみなせる場合には、流れの方向及び斜面の方向に対して力の釣合式はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E\rho d_1 \pi d^2 C_x \frac{(u - u_g \cos\beta)^2}{2} &= \mu W \cos\beta \\ E\rho d_1 \pi d^2 C_m \frac{(u_g \sin\beta)^2}{2} &= \mu W \cos\theta \cdot \sin\beta - W \sin\theta \end{aligned} \right\} (9)$$

ここに、 C_x, C_m はそれぞれ流れの方向および斜面方向の抗力係数である。上記2式より u_g を消去すれば β が求められる。実際の状態は平均的に見ると式(8)と式(9)の中間にあると思われるが、水際近くでは(8)に近く、水路中央に近づくにつれて(9)式に近くなると考えられる。

5. 流路拡張の簡略計算

流砂量の式と流砂の方向を与える式がわかれば、それらを連続の式(1)に代入することにより河床の変形状況を逐次計算することが原理的には可能である。しかし、式(1)の逐次計算は手間がかかる上に、式(7)の type の掃流砂肉数が水際附近において適用できるかどうかという点や流砂の方向等不明の点が多いので、ここでは実験結果を参照していくつかの仮定を設け、計算の簡略化をはかることにする。まず、流路の横断形状は時間に無関係に相似であると仮定する。すなわち図-3に示された記号を用いて

$$\frac{Z}{R_0} = f(\eta) + \frac{Z_0}{R_0} \dots \dots \dots (10)$$

ここに Z : 河床高, R_0 : 流路中央における水深, $\eta = y/b$,

b : 水面中の $1/2$, Z_0 : 流路中央部河床高である。上式より

$\tan\theta = R_0/b \cdot f'(\eta)$, $A = 2bR_0 \int_0^{\eta} f(\eta) d\eta$, $P = 2b \int_0^{\eta} \sqrt{1 + (R_0/b)^2 f'(\eta)^2} d\eta$ etc の関係が得られる。ここに、 A : 流積, P : 潤辺である。

次に、連続の式(1)を y について積分して次の2式を得る。

$$(1-\lambda) \int_0^{db} \frac{\partial Z}{\partial t} dy = (q_B \sin\beta)_{y=db} - \int_0^{db} \frac{\partial}{\partial x} (q_B \cos\beta) dy \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 λ は $0 \sim 1$ の間の任意の数であり、 $\lambda < 1$ に $\lambda = 1$ の場合は

$$\int_0^{db} \frac{\partial Z}{\partial t} dy = H' \frac{\partial b}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \int_0^{db} \frac{\partial}{\partial x} (q_B \cos\beta) dy \dots \dots \dots (12)$$

また流量 Q については

$$\left. \begin{aligned} Q &= \psi \sqrt{g I A \sqrt{R}} \quad (\text{対数則}) \\ &= \frac{\sqrt{I}}{n} A R^{\frac{2}{3}} \quad (\text{Manning式}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

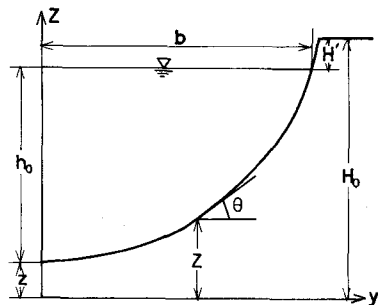


FIG-2

上記の式(10)~(13)を連立させて解けば、 b に関する微分方程式がえられる。とくに本実験におけるよ

うに $\frac{\partial}{\partial x}(q_B \cos \beta)$ が $\frac{\partial}{\partial y}(q_B \sin \beta)$ に対して無視できる場合には

$$\frac{\partial b_*}{\partial \tau} = \left(\omega - \frac{C_2 + d_1 C_1}{1 - \lambda} P_2 b_* R_* \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} \right) / \left\{ \alpha \left\{ \frac{H_0 - Z_0}{(R_0)_{t=0}} \right\} + (C_2 - d C_1)(1 - P_1) - \alpha f(\alpha) \right\} \dots \dots (14)$$

ここで, $b_* = b/b_0$ ($b_0 = b_{t=0}$), $\omega = \frac{\{q_B \sin \beta\}_{y=db}}{q_{B0}} t = t$ ($q_{B0} = \{q_B \sin \beta\}_{y=db}|_{t=0}$), $R_* = \frac{R_0}{(R_0)_{t=0}}$

$$\tau = \frac{q_{B0} \cdot t}{(1 - \lambda) b_0 (R_0)_{t=0}}, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} = \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial \tau} - \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - \frac{1}{2I} \frac{\partial I}{\partial \tau}, \quad C_2 = \int_0^\alpha f(\eta) d\eta, \quad C_1 = \int_0^1 f(\eta) d\eta$$

$$\begin{cases} P_2 = \frac{2}{3} / (1 - \frac{\Phi_1}{3}) & \dots \dots \text{対数則} \\ = \frac{2}{5} / (1 - \frac{2}{5} \Phi_1) & \dots \dots \text{Manning 式} \end{cases} \quad \begin{cases} P_1 = \frac{2}{3} (1 - \frac{\Phi_2}{2}) / (1 - \frac{\Phi_1}{3}) & \dots \dots \text{対数則} \\ = \frac{2}{5} (1 - \frac{2}{5} \Phi_2) / (1 - \frac{2}{5} \Phi_1) & \dots \dots \text{Manning 式} \end{cases}$$

Φ_1, Φ_2 は b 及び R_0 の関数で次の関係がある。

$$\frac{1}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \tau} = \Phi_1 \frac{1}{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial \tau} + \Phi_2 \frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial \tau}, \quad \pi = \int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{R_0}{b} \right)^2 f'^2(\eta)} d\eta \dots \dots (15)$$

なお、潤辺が水面幅に等しいとみなされる場合には $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$ となる。

6. 計算と実験の比較

横断面形判定結果の一例を図3に示す。図の横軸は水面やBで割った無次元距離、縦軸は水理水深A/Bで割った無次元長さである。図によると横断形状が相似であるという仮定はかなりの程度に成り立っていることがわかる。

図より $f(\eta) = \eta^4$ とし式(7)の定数は前報⁽⁴⁾で求めた $K=2.7$, $m=1.0$ を用い $\alpha=0.5$, $\epsilon=0.4$, $\frac{\partial \Omega}{\partial \tau}=0$ として式(7), (9), (14)を用いて水面幅の変化を計算すると図4のようになる。結果は実験値とかなりよく合っている。

参考文献

- 1) 足立, 中藤: 沖積流路の拡幅に関する実験的考察
第24回年講
- 2) 長谷川, 工藤, 山岡: 水路蛇曲に関する一実験
第23回年講
- 3) 橋, 荒木: 水理学演習下
- 4) 平野, 碓: 貯水池下流の河床低下について
第24回年講

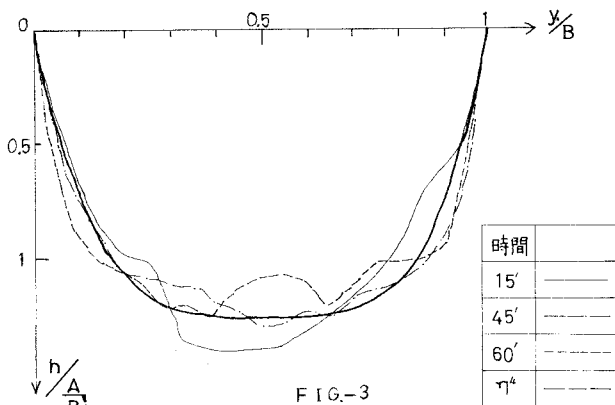


FIG.-3

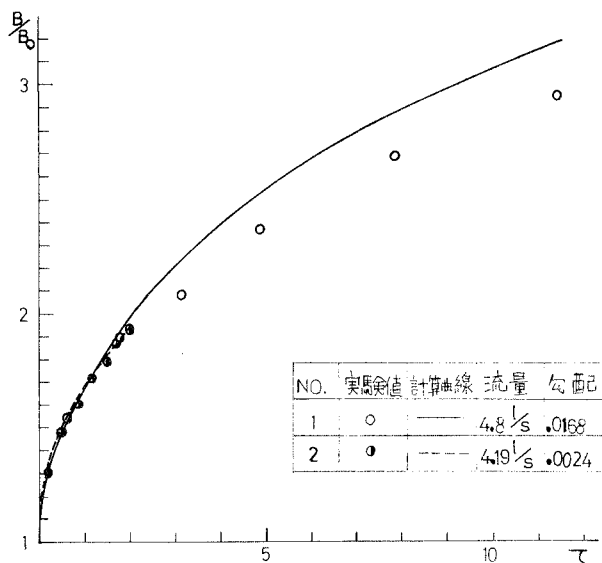


FIG.-4