

1. 河床変動と境界条件

河床変動は流砂量の場所的变化によることはいうまでもないが、変動の空間的あるいは時間的スケールによって現象は非常に異なり、それぞれに適応した解析法が必要である。スケール区分の方法についてはいろいろ考えられるが、砂漕や砂堆のような水深程度の規模を持つミクロスケール、砂礫堆や州のような河幅程度の規模を持つメソスケールおよびそれより大きいマクロスケールに一応区分することができる。河床変動に対する境界条件もそれぞれのスケールによって当然異なり、メソスケールに対しては二次元的な境界条件が必要であるが、一次元的な解析法が適用しうるマクロスケールに対しては、一次元的な境界条件でよい。これに対する境界条件は一般に、

河床変動解析区間の最上流端：流砂量の条件または勾配の条件

河床変動解析区間の最下流端：水位と河床高の条件

が用いられる。これらの境界条件もそれより上下流の条件の影響を受けて変化し、それによって境界内の河床変動が生じる。しかも実際河川には変化を与える要因が非常に多い。したがって境界条件の変化の影響がどのように伝播していくかについての体系的な見通しを与えることが非常に要望される。以下この問題について若干考察しよう。

2. 境界条件の影響を検討するための河床変動——拡散方程式——

スケールが大きくて、曲率の小さい河床形態に対する変動の基礎方程式として、従来から、拡散方程式が用いられているが、境界条件の影響を検討するためには、この拡散方程式が有効である。まず拡散方程式の適用条件について若干検討しよう。

図-1の記号を参照すれば、不等流の運動方程式は

$$i = \frac{u_*^2}{gh} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{v^2}{2g} \right) \quad (1)$$

$$\text{ここに,} \quad i = i_0 - \frac{\partial z}{\partial x} \quad (2)$$

幅一様水路に対し、かつ抵抗法則としてManning式を用いれば、式(1)より、

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{20}{6} \frac{u_*^2}{gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} + \left(1 - \frac{q^2}{gh^3} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{3a^2 u_*^2}{gh^2} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \quad (3)$$

$$\text{ここに, } q: \text{単位幅当りの流量, } a = v/u_* \quad (4)$$

$(\partial h / \partial x) = 1/1000$ 程度あるいはそれよりもゆるやかな変化(マクロスケールにおいてはこの条件が成立すると考えられる。)を対象とすれば、式(3)における3項は2項に比して無視しうる。

また式(3)の1項と2項との比較はつぎのようである。

一般に移動床水路における河床形態の変動速度は高周波域のものほど早く、変動は高周波域から低周

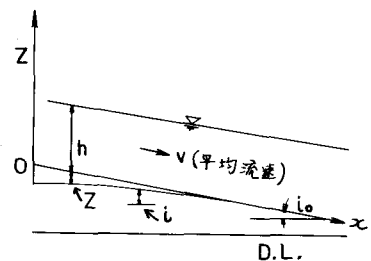


図-1 記号説明図

流域へと波及していく。したがって移動床水路におけるマクロスケールの変動に対しては、一次の変化が最も支配的と考えられる。これは、式(3)における σ 1項が σ 2項に比して支配的であることを意味している。上の条件のもとでは、式(3)は近似的に、

$$\frac{\partial \dot{h}}{\partial x} = -\frac{20}{6} \frac{u_*^2}{gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (5)$$

となる。運動方程式として式(5)、流砂量式として佐藤・吉川・芦田式を用いれば河床変動は次式で表わされる。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = 0 \quad (6)$$

ここに、

$$K = \frac{21}{20} \frac{1}{1-\lambda} \varphi F \frac{g}{(\sigma/p-1)q} \quad (7)$$

式(6)の誘導において K を一定とした。(6)式を勾配に関する微分方程式で表わせば、

$$\frac{\partial \dot{h}}{\partial t} - K \frac{\partial^2 \dot{h}}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

となる。式(6)あるいは式(8)が、河床変動に関する拡散方程式であって、境界条件が Z について与えられた場合は式(6)を、 $\dot{h}$ に関して与えられた場合には式(8)を用いればよい。ここで問題になるのは拡散係数 K である。これは式(7)に示されるような水理量によって定まり、一般には一定ではない。しかしもとも拡散方程式は、マクロにみた変動の概略の様子を把握しようところに特徴があり、 K の値はその際の尺度を与えるものであるから、 K の場所的な変化を厳密に議論することは特策ではなく、平均的に見た一定値を与えて議論を進めればよい。

3. 境界条件の影響

(1) 下流端における水位の条件の変化の影響

等流平衡状態にある移動床水路の下流端において、水位を Z_0 だけ低下させた場合(図-2参照)にこの影響が上流にどのように伝播するかを検討しよう。この場合の実験結果によると、最下流端における河床高は K だちに水位低下量 Z_0 とほぼ同量だけ低下してこれを一定に保持しつつ、その影響が上流に伝わる。また運動方程式の各項を検討して式(5)が成立することが確かめられた。したがって式(6)を次の初期条件および境界条件のもとで解けばよい。

$$Z(x, 0) = 0 \quad (9)$$

$$Z(0, t) = Z_0 \quad (10)$$

その解は、

$$Z = Z_0 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_0} e^{-T^2} dT \right) \quad (11)$$

ここに、

$$T_0 = \frac{x}{2\sqrt{Kt}} \quad (12)$$

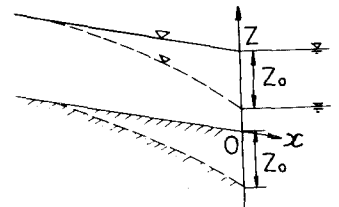


図-2 記号説明図

したがって、河床低下量は無次元量 T_0 で規定される。式(11)は、 $(Z-Z_0)/Z_0$ と T_0 との関係曲線で表示でき、 T_0 を知って容易に河床低下量を求めることができる。実験値は理論値とかなりよく一致した。⁴⁾ なお、河床が微小低下 $Z = \varepsilon(z)$ になるときの x および t の値は、

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{T_1} e^{-T^2} dT &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon(z)}{Z_0}\right) \\ T_1 &= -x / 2\sqrt{Kx} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を満足する。これより、 $x = -2T_1\sqrt{Kx}$ (14)

となり、下流端の河床低下の影響が $\sqrt{x}$ に比例して上流に遡上する。その伝播速度は、

$$dx/dt = 2T_1^2 K/x \quad (15)$$

となり、 K に比例し、 x に逆比例する。なお混合粒径に対する実験を行なったが、勾配が初期勾配よりも大きい領域で変動が進行する上のような場合にはアーマリング効果が認められなかった。

下流端における水位が上昇するようなダム堆砂の場合に対してもと同様な方法によって、河床変動を解析することができる。

(2) 上流端における給砂の条件の変化の影響

勾配 i_0 の平衡状態において、上流端 ($x=0$) からの流砂量が変化した場合、その影響が下流へどのように伝播するかを調べよう。変化した流砂量に対する平衡勾配を $(i_0 - C_1)$ とする。流砂量の減少の場合 $C_1 > 0$ 、増加の場合 $C_1 < 0$ である。この場合、用いる基礎式は式(8)であるが、計算の便宜上、式(8)を変形した次式を用いる。

$$\frac{\partial Zx}{\partial t} - K \frac{\partial^2 Zx}{\partial x^2} = 0 \quad (8')$$

ここに、 $Zx = \partial Z / \partial x$

式(8)'を次の初期条件および境界条件のもとで解けばよい。

$$Zx(x, 0) = 0 \quad (16)$$

$$Zx(0, t) = C_1 \quad (17)$$

Zx は次式で表わされる。

$$Zx = C_1 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_0} e^{-T^2} dT\right) \quad (18)$$

$$\text{ここに、} \quad T_0 = \frac{x}{2\sqrt{Kt}} \quad (19)$$

式(18)を x に関して積分することにより、次のように Z を求めることができる。

$$\frac{Z}{2\sqrt{Kt}} = -C_1 f(T_0) \quad (20)$$

$$f(T_0) = \int_{T_0}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_0} e^{-T^2} dT\right) dT_0 \quad (21)$$

関数 $f(T_0)$ は図-3のとおりである。この場合の河床変動も無次元量 T_0 で規定される。

上に述べた境界条件の変化の中で最も典型的なものは、ダムなどの構造物による流砂量のしゃ断と大

豪雨による砂量の崩壊，土砂流出による河道条件の変化であり，それぞれの場における下流区域の河床に及ぼす影響は，式(20)によって知ることができる。また移動床実験において給砂を行なわない場合には，上流端の影響区域は有効区間から除外する必要があり，水路長との関連で通水時間を選定しなければならないが，そうした検討も式(20)によって行ないうる。

式(20)の適用性を比較的一様砂($d_m = 0.68\text{ mm}$)を用いて河床低下プロセスを検討したNewtonの実験⁵⁾により調べてみよう。

この実験は長さ 30'，幅 1'，の水路を用いて行なわれたもので，図-4は流量 $0.00566\text{ m}^3/\text{s}$ ，初期流砂量 0.01034 kg/s の条件に対する水路と流端から 15，21，27'の位置における河床低下の時間的变化を示したものである。若干の試算により $K=40$ と定めて式(20)により，河床低下量を計算した結果を同図に示しているが，実験値の傾向を全体的にかなりよく説明しているようである。

なお，この実験は水路長が短かく，上流端の影響は2時間程度で下流端に到達しており，それ以後では，下流端の境界条件が影響し上述の理論の条件と異なるようになり，理論と実験との相異が生じる。上流端の影響が下流端に到達する時間についても理論と実験値とはほぼ一致する。また K の値は流砂量式の精度に支配されるが，式(17)で求めて大きな違いはないようである。

混合粒径の河床低下の場合には，河村³⁾や平野⁴⁾が指摘しているようにアーミング効果があらわれる。この効果があらわれるようになると河床低下が止まる。しきりある値以上の掃流力を与えると，アーマ・コートは破壊され河床低下は急速におこる。この領域では上の理論が適用しうる。したがって，アーマ・コートの粒度分布およびアーマ・コートを破壊する限界掃流力の決定がこの場合の最も重要な問題であり，これについては若干の検討がなされているが，今後の研究に待つべき所が多い。

- 1) 石崎勝義：河川の堆積機構に関する一考察，第12回水理講演会講演集，昭43.2
- 2) 足立昭平：貯水池の堆砂に関する一考察，第10回水理講演会講演集，昭41.2
- 3) 江崎一博：貯水池の堆砂に関する研究，土木研究所報告第129号，昭41.10
- 4) 芦田和男：河床変動に関する研究 — 下流端水位低下による河床変動 — 京大防災研年報12B，昭44.3
- 5) 河村三郎：ダム下流域における河床変動の研究，昭44.10
- 6) 平野宗夫，碓嶺三，小山弘純：貯水池下流の河床低下について，第24回土木学会年講，昭44.9

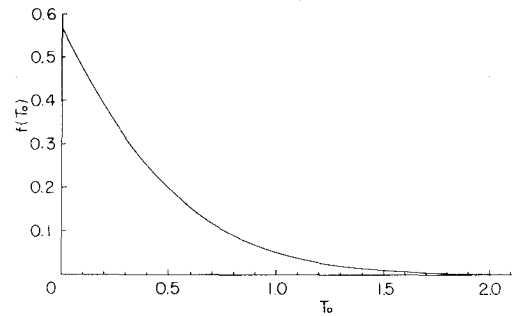


図-3 $f(T_0) \sim T_0$

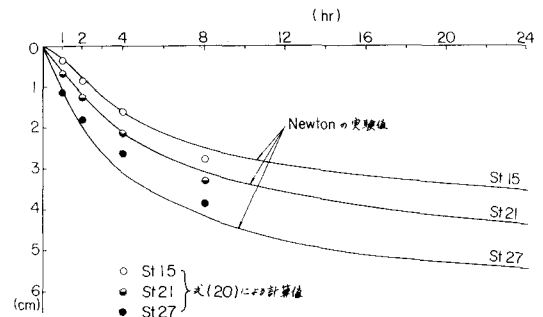


図-4 河床低下に関する実験と理論との比較