

II-84 浮流砂量について

九州大学 正員 橋 東一郎

“ “ 平野 宗夫

“ “ ○渡辺 訓南

よえがき

掃流砂量、浮流砂量を計算し、全流砂量を求める式としては、Lane-Kalinske, Toffaleti などの式があり、一応粒径毎に流砂量を計算することができる。しかしながら、浮流砂量に関しては、多くの複雑な因子、すなわち、掃流と浮流との境界高さ、および、その奥の濃度、底面粒度の影響、浮流砂の存在による乱流構造の変化 (Karman 定数の変化)、細かい砂が粗い砂や層流底層に遮断される効果などが錯綜し、式の適合性については多くの疑念が残されている。上記諸式の中で Einstein の方法が理論的には明快であるが、すでに屢々指通されているように、遮断係数に難点があり、また、流速分布や乱れの強度が摩擦速度 u_* ではなく、砂粒の摩擦速度 u_{*c} に規定されるとしていることには Karman の相似仮説より難点が多い。従って、従来の水路実験資料をできるだけ集め、Einstein の方法を若干修正した次の様な計算式によって、浮流砂量、掃流砂量について検討している。

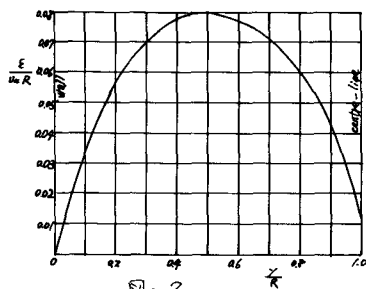
計算方法

(1) 流速分布: 相当粒度 k_s を用いた流速分布式 $u/u_* = \frac{1}{\kappa} \ln(30.2\gamma/k_s)$ (Lane-Kalinske) では浮流限界奥 (2d とする) において、多くの場合 ($k_s \geq 60d$) 負の速度となる。また、Einstein のように流速分布や乱れの強度が u_* ではなく砂粒摩擦速度 u_{*c} に規定されることを Karman の相似仮説に矛盾する。ここでは簡単に 2 次式を用いる。Boussinesq によれば $\tau = \tau_0(1 - y/h) = \rho E_m (du/dy)$ であるから、 $\gamma = y/h$ と無次元表示すると

$$\frac{du}{d\gamma} = \frac{u_*^2 h}{E_m} (1 - \gamma)$$

であるから、運動量の拡散係数 $E_m = E_{m0} = \text{const.}$ とし、 $\gamma = 0$ で $u = u_0$ として上式を積分すれば

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_0}{u_*} + \frac{u_* h}{E_{m0}} \left(\gamma - \frac{\gamma^2}{2} \right) \quad (1)$$



E_{m0} としては、管路流れにおける Nikuradse の実験曲線¹⁾を参照して平均的に $0.061 \times \frac{\kappa}{0.4} u_* h$ を用いる。

(2) 濃度分布: 拡散係数 E_s は滑動粘性係数 E_m に比例するとし、 $E_s = \beta E_m$ とする。 E_m としては、これも Nikuradse の実験曲線から、 $\gamma \leq 0.2$ では $E_m = 0.3 \times \frac{\kappa}{0.4} u_* h \gamma$, $1.0 \geq \gamma \geq 0.2$ では一定値 $0.07 \times \frac{\kappa}{0.4} u_* h$ とする。濃度分布式は

$$E_s \frac{dc}{dy} + w_0 c = 0$$

を、 $\gamma = \gamma_0$ で $c = c_0$ とし、各領域について積分すれば

$$0 \leq \gamma \leq 0.2 \quad c/c_0 = (\gamma_0/\gamma)^{2.1} \quad (2)$$

$$1.0 \geq \beta \geq 0.2 \quad \frac{C}{C_0} = \left(\frac{S_2}{S_0}\right)^{Z_1} \cdot \exp\{Z_2(S - S_2)\} \quad (2)$$

となる。なお、 β は今までの実験結果を参照して $\beta = 1.2$ を用い、 $S_2 = 0.2$ 、 $S_0 = 2 \text{ dg}/h$ 、 w_0 : 砂粒の沈降速度、 $Z_1 = 1.33 w_0 / \beta K u_*$ 、 $Z_2 = -w_0 h / \beta \varepsilon m$ である。

(3) 式(1)、(2)におけるKarman定数についてはEinsteinによる $S \Sigma C_i w_{oi} / \sigma I$ (S : 水中比重)と X との実験曲線を指数式に書き更れた次式を用いる。 $S \Sigma C_i w_{oi} / \sigma I = X$ とおいて

$$\left. \begin{aligned} X \geq 0.005 & \quad K = -0.075 \log_{10} X + 0.175 \\ 0.005 > X > 0.0005 & \quad K = -0.0277 \log_{10} X + 0.284 \\ 0.0005 \geq X & \quad K = 0.375 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

である。

(4) 浮流限界高さは $a_* = 2 \text{ dg}$ とし、浮流限界点における濃度 C_0 は掃流層の濃度 $C_* = i_{BB} / v a_*$ に等値するものとする。ここで、 v は掃流層における砂粒の平均移動速度で $v = 8.5 u_{*e}$ とする。

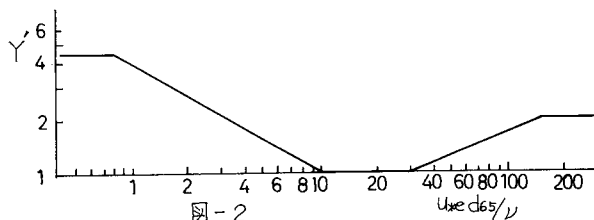
(5) 掃流砂量の無次元表示 $\Phi_{Bi} = i_{BB} / i_b \sqrt{sgdi^3}$ は有効掃流力 $u_{*e} = u_{*e}^2 / sgd_i$ とReynolds数による流体力の補正係数 Y' 、粒度による遮蔽係数 δ' に規定されるものとして

$$u_{*e} = \frac{1}{\delta' Y'} \frac{u_{*e}^2}{sgdi}$$

なる関数を考える。まず、 u_{*e} については、Einsteinの方式は底面粒度の影響を過大に評価するので、篠原博の表示

$$u_{*e}^2 = u_*^2 \frac{\rho}{\rho_0}$$

$$\rho_0 = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{h}{d_{65}}$$



を用いる。 Y' については、栗原・岩垣などの限界掃流力に関する研究を参照して図-2の折線を用いる。

以上により、流砂量 Φ_{Ti} と掃流砂量 Φ_{Bi} との関係は次式のようにになる。

$$\Phi_{Bi} = \Phi_{Ti} \cdot \left[1 + \frac{u_*}{u_{*e}} \frac{1}{8.5 S_0} \left(\frac{S_0}{S_2} \right)^{Z_1} (I_A + I_B) \right]^{-1} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} I_A = \frac{1}{(1-Z_1)} & \left[S_2 \cdot \left\{ \frac{u_0}{u_*} + \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} (S_2 - \frac{S_2^2}{2}) \right\} - S_0 \left(\frac{S_2}{S_0} \right)^{Z_1} \cdot \left\{ \frac{u_0}{u_*} + \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} (S_0 - \frac{S_0^2}{2}) \right\} \right] \\ & - \frac{1}{(1-Z_1)(2-Z_1)} \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} \left[S_2^2 (1-S_2) - S_0^2 \left(\frac{S_2}{S_0} \right)^{Z_1} (1-S_0) \right] \\ & - \frac{1}{(1-Z_1)(2-Z_1)(3-Z_1)} \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} \left[S_2^3 - S_0^3 \left(\frac{S_2}{S_0} \right)^{Z_1} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_B = e^{Z_2(1-S_2)} & \left[\frac{1}{S_2} \left\{ \frac{u_0}{u_*} + \frac{u_* h}{2 \varepsilon m_0} \right\} - \frac{1}{S_2^3} \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} \right] \\ & - \left[\frac{1}{S_2} \cdot \left\{ \frac{u_0}{u_*} + \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} (S_2 - \frac{S_2^2}{2}) \right\} - \frac{1}{S_2^3} \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} (1-S_2) - \frac{1}{S_2^3} \frac{u_* h}{\varepsilon m_0} \right] \end{aligned}$$

式(4)により、実験で求められた Φ_{Ti} から Φ_{Bi} が計算される。なお、実験資料では、掃流砂と浮流砂とが分離されていないので、全流砂量を用いて式(3)から χ の第1近似を求め、 $\Phi_{si}(C_i)$ の計算値を求めて、再び、式(3)から χ の第2近似を求める逐次計算を行ない、 χ の変化が無視できるまで繰り返し計算を行なう。

計算結果と考察

実験資料のうち、底質粒度範囲の広いものはEinstein-Chein、Vanoni、Nomikosで、これらは粒度別の流砂量が測定され、粒度毎の Φ_{Bi} が計算されている。その他の資料Kenedy($d=0.55^{mm}$, 0.227), Laurssen($d=0.11^{mm}$), Guy-Simmons-Richardson($d=0.195^{mm}$, 0.44, 0.27, 0.288, 0.305, 0.32, 0.47, 0.53, 0.135, 0.93)のものは均一砂に近く、 d_{50} を用いた均一砂として Φ_B が計算されている。 Φ_{Bi} と Ψ_{ei} との関係を示すと図-3のようである。

次に、均一砂($\xi'=1$)についてReynolds数の影響を調べるために Φ_B と Ψ_e/Y' との関係を図示したものが図-4で、均一砂については、ほぼ次のような式で表示できる。

$$\Phi_B = K_1 \cdot \left(\frac{\Psi_e}{Y'} - 0.034 \right)^2 \tag{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_B &= K_2 \cdot \left(\frac{\Psi_e}{Y'} - 0.034 \right)^{1.5}, & \frac{\Psi_e}{Y'} - 0.034 \geq 0.27 \\ \Phi_B &= K_3 \cdot \left(\frac{\Psi_e}{Y'} - 0.034 \right)^{2.55}, & \frac{\Psi_e}{Y'} - 0.034 < 0.27 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

ここに、 $K_1=12$, $K_2=8.6$, $K_3=33$ である。式(5),(6)のいずれが妥当かは、この資料だけでは判断しかねるところであり、今後さらに検討を要する問題である。

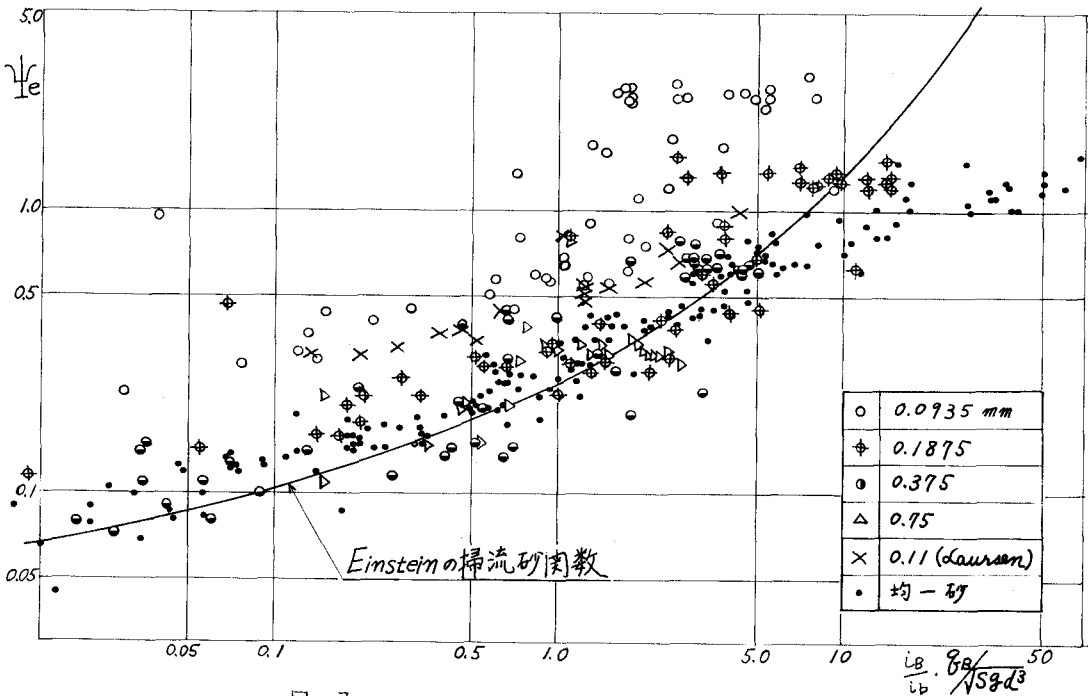
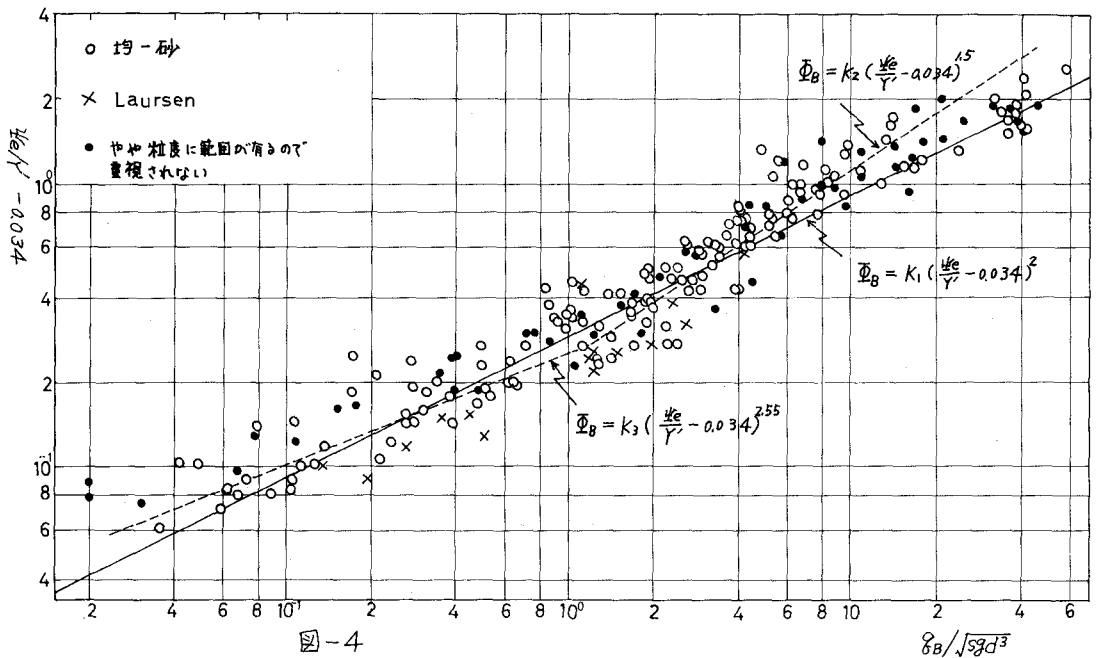
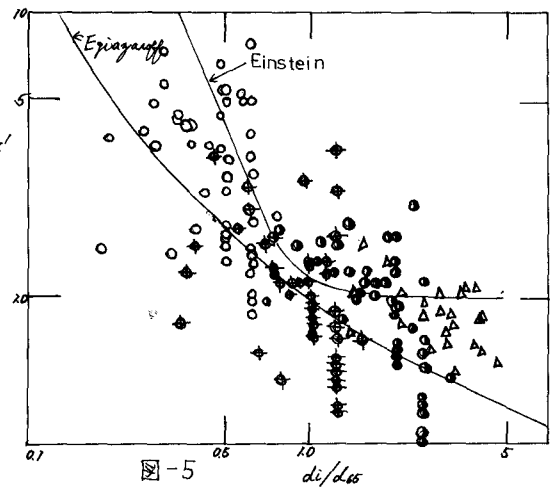


図-3



Einstein は Reynolds 数による補正として、砂粒にあたる代表流速 ($\beta^2/\beta z$), 圧力係数の補正 (Y), 層流底層による補正 (ξ) を与えているが Turbulence factor を表す補正係数 Y' の方が物理的な意味も明確であり、妥当であるように思われる。

また、粒度範囲の広い Einstein, Vanoni, Nomikos らの資料について、 ξ' を式 (5) から求めて d_i/d_{65} との関係を示したものが図-5である。描画はかなりばらついており、これからは何んとも言えないが、パラメーターとしては、 d_i/d_{65} の他に稀流力の平均値的なものを考慮する必要があるようである。



参考文献

- 1) SCHLICHTING; Boundary Layer Theory
- 2) 椿 東一郎; 水工学に関する夏季研修会講義集, 1966