

1. 序論

稀流される土砂の移動には二種類のパターン, 即ち転動と跳躍, が存在することが知られている。
ここでは土砂の移動現象をミクロ的にとらえ, 砂粒の運動を力学的に考察した。

2. 砂粒に働く力

砂粒に働く力を知る上で流れの速度分布は欠くことの出来ないものである。ここでは *Rozsa* の方法に従い, 速度分布を次のように定めた。粘性底層が存在する場合にはその厚さを δ とすると,

$$z \leq \delta: \frac{u}{u_*} = \frac{u_*}{\nu} z \quad (1)$$

$$z > \delta: \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa z} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{z^2 + \frac{1}{\kappa^2}} \right) + \frac{1}{\kappa} \ln \left(2z + 2\sqrt{z^2 + \frac{1}{\kappa^2}} \right) + \frac{u_{*0}}{\nu} \quad (2)$$

粘性底層が存在しない場合には,

$$z \geq 0: \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa z} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{z^2 + \frac{1}{\kappa^2}} \right) - \frac{1}{\kappa z_0} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{z_0^2 + \frac{1}{\kappa^2}} \right) + \frac{1}{\kappa} \ln \left[\left(z + \sqrt{z^2 + \frac{1}{\kappa^2}} \right) / \left(z_0 + \sqrt{z_0^2 + \frac{1}{\kappa^2}} \right) \right] \quad (3)$$

と表わされ, $z = y u_* / \nu$, $z_0 = y_0 u_* / \nu$, u = 流れの速度, u_* = shear velocity, κ = Karman const., ν = 動粘性係数, y = 混合長, y_0 = 砂粒自剪が発生させる渦乱による混合長の増加量。 y_0 の値は (3) の右辺を z 大として Taylor 展開し, *Nikuradse* の実験結果と比較して $y_0 u_* / \nu$ と u_{*0} / ν の関係を得た。 δ について全く同様に (2) を近似して $y_0 u_* / \nu$ と u_{*0} / ν の関係を得た。結果をそれぞれ図-1, 図-2 に示す。

図-2 から δ と y_0 の比による流れは次の三つの場合

$Re_* \leq 5.5$: $\delta / y_0 = 1$

$5.5 < Re_* < 51.0$:

$0 < \delta / y_0 < 1$

$Re_* \geq 51.0$: $\delta / y_0 = 0$

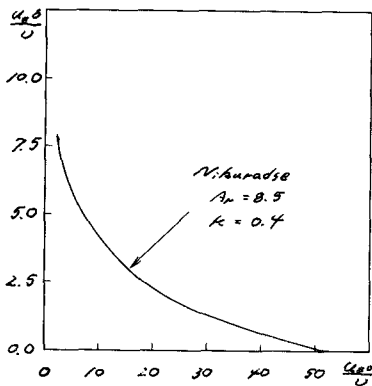


図-1. $\frac{u_{*0}}{\nu}$ と $\frac{u_{*d}}{\nu}$ の関係

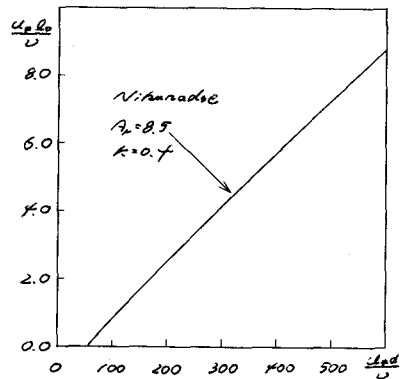


図-2. $\frac{u_{*0} y_0}{\nu}$ と $\frac{u_{*d} y_0}{\nu}$ の関係

に分類できる。

砂粒に働く力として揚力 L , 稀流力 D , 砂粒の重さ W , 河床からの摩擦力 F , のみを考慮し, 二次元流れの場合について取り扱った。これらの力は次のように表わされる。

$$L = \frac{\rho}{8} C_L (\bar{u} - u_s)^2 \pi d^2 - \frac{\partial p}{\partial x} (\alpha - \beta) \frac{\pi}{4} d^2 \quad (4)$$

$$D = \frac{\rho}{8} C_D (\bar{u} - u_s)^2 \pi d^2 - \frac{\partial p}{\partial x} \alpha \beta \frac{\pi}{4} d^2 \quad (5)$$

$$F = \mu \left[(1 - \beta) \frac{\pi}{6} d^3 - L \right] \quad (6)$$

ここに C_D = 抵抗力係数, C_L = 揚力係数, $\bar{u}$ = 砂粒の中心高さにおける流れの平均速度, u_s = 砂粒の移動速度, μ = 動摩擦係数, $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial z}$ = 流れの乱れ成分による圧力勾配, α, β については図-3, 図-4に示す通りである。

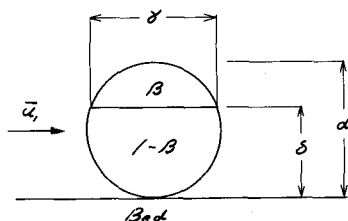


図-3. α と β について

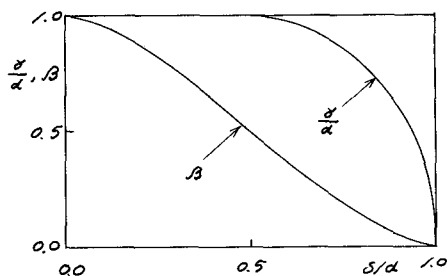


図-4. α, β と $\frac{\delta}{d}$ の関係

C_D の値としては自由流れの中におかれた球の抵抗力係数を用いる。一方, C_L の値については図-5に示すように Chepil の実験値を用いた。これが次のような関係を得る。

$$C_L = 0.85 C_D \quad (7)$$

動摩擦係数 μ については図-6に示す通りである。

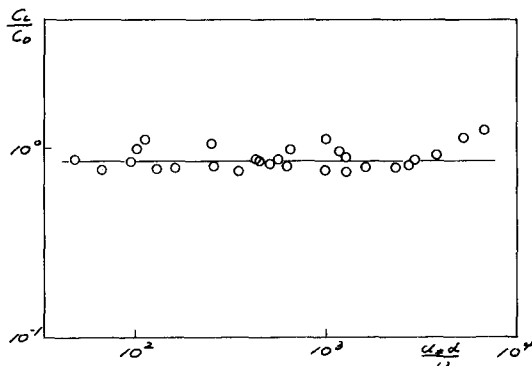


図-5. C_L/C_D と $\frac{u_s d}{\nu}$ の関係

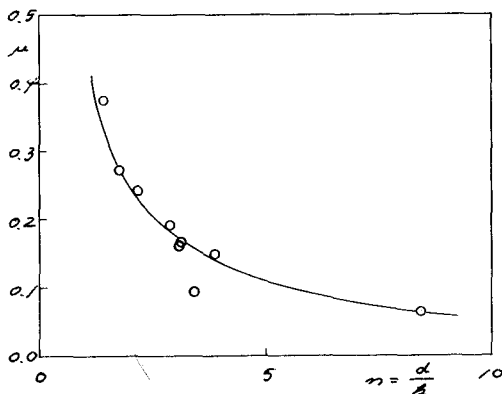


図-6. μ と $\frac{u_s}{u_*'}$ の関係

次に乱れによる圧力勾配 $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial z}$ の評価を行う。粘性を無視すれば $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial z}$ は

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{D u'}{D t} \quad (8)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \rho \frac{D w'}{D t} \quad (9)$$

流れが定常とし、 $u' \frac{\partial u'}{\partial x}$, $w' \frac{\partial u'}{\partial z}$, $u' \frac{\partial w'}{\partial x}$, $w' \frac{\partial w'}{\partial z}$ については固相平均を採用すれば、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \sqrt{u'^2} \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} + \sqrt{w'^2} \sqrt{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2} \quad (10)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \sqrt{u'^2} \sqrt{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} + \sqrt{w'^2} \sqrt{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2} \quad (11)$$

となる。 $\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2$, $\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2$, $\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2$, $\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2$ については等方向性乱流の場合について考えれば、 $\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2 = \frac{u'^2}{\lambda_p^2}$, $\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2 = \frac{w'^2}{\lambda_p^2}$ と表わされる。ここに λ_p は最小有渦の直径である。

最小有渦の測定値は図7に示されている。壁付

近では λ_p は z に比例するものとみなし、

$$\lambda_p = az + \lambda_0 \quad (12)$$

とする。 λ_0 は最小有渦の直径の断面粗度による増加量で、ここでは $\lambda_0 = d_0$ とする。 $\sqrt{u'^2}$, $\sqrt{w'^2}$ については Khabanoff, Cornin & Kinsler の実験値を用い、

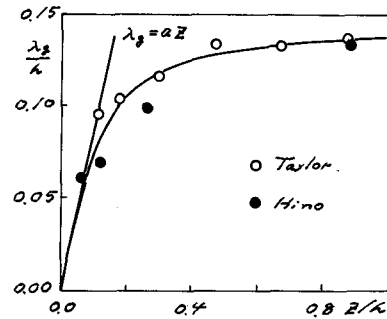


図7. λ_p の分布

$$\sqrt{u'^2}/u_* = 2.1 - 0.00054 u_* z / \nu \quad (13)$$

$$\sqrt{w'^2} \approx \frac{1}{2} \sqrt{u'^2} \quad (14)$$

とする。以上から、 L , D , F はそれぞれ次のように表わされる。

$$L = \frac{\rho}{8} C_L (\bar{u}_1 - u_s)^2 \pi d^2 + \frac{0.957 \rho u_*^2}{2 (d+b) + \lambda_0} \left[2.1 - 0.00027 \frac{u_* (d+b)}{\nu} \right]^2 (d-b) \frac{\pi}{4} d^2 \quad (15)$$

$$D = \frac{\rho}{8} C_D (\bar{u}_1 - u_s)^2 \pi d^2 + \frac{1.707 \rho u_*^2}{2 (d+b) + \lambda_0} \left[2.1 - 0.00027 \frac{u_* (d+b)}{\nu} \right]^2 \gamma \beta \frac{\pi}{4} d^2 \quad (16)$$

$$F = \mu \left[\left(\rho_s - \rho \right) \frac{\pi}{6} g d^3 - L \right] \quad (17)$$

3. 砂粒の運動

流れの掃流力が限界掃流力より大きくなると砂粒は河床上を転動しながら移動を始める。この運動を表す基礎方程式は

$$\frac{du_s}{dt} = -F / \frac{\pi}{6} \rho d^3 \left(\frac{\rho_s}{\rho} + \frac{1}{2} \right) + D / \frac{\pi}{6} \rho d^3 \left(\frac{\rho_s}{\rho} + \frac{1}{2} \right) \quad (18)$$

であり、 F , D の値として (15), (16), (17) で表わされる値を用い、(18) を初期条件で $t=0$ で $u_s=0$ の下に解き、その際に定常状態での解を得る為に $t \rightarrow \infty$ とおけば解は次のようになる。

$$\frac{u_s}{u_*} = \frac{\bar{u}_1}{u_*} - \frac{1}{u_*} \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad (19)$$

ここに、

$$f = \mu(\rho_s/\rho - 1)2 - \frac{3}{2} \left[0.957 \mu \left(1 - \frac{\delta}{d}\right) \left(\frac{\sigma}{d}\right)^2 + 1.707 \frac{\sigma}{d} \beta \right] \left\{ 2.1 - 0.00027 \frac{u_* (d + \delta)}{\nu} \right\}^2 \frac{u_*^2}{\frac{\sigma}{2}(d + \delta) + \lambda_0} \left(\rho_s/\rho + \frac{1}{2} \right)$$

$$h = \frac{3}{4} (\mu C_2 + C_0) / (\rho_s/\rho + \frac{1}{2}) d$$

(19) の右辺に含まれる記号は $\mu(\rho_s/\rho - 1)2d/u_*^2$ を除きすべて Re_* の関数である。従って $\mu(\rho_s/\rho - 1)2d/u_*^2$ と Re_* が与えられれば u_*/u_{*c} が計算できる。この計算値と実測値の比較は図-8、図-9 に示す。

この中で実験値(19)式で与えられた効果を考えない場合の値であり、この場合の方が実験値とより一致を示している。

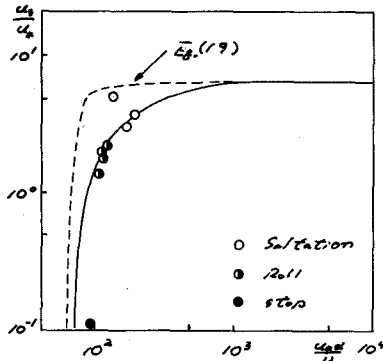


図-8. 転運動速度と $u_{*c}d/\nu$ の関係 ($d = 0.5 \text{ cm}$)

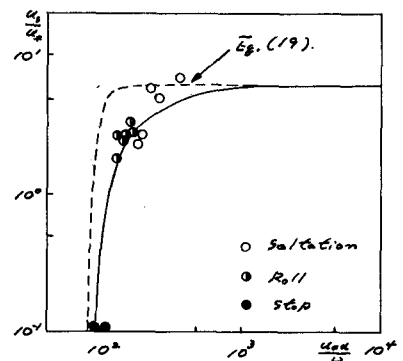


図-9. 転運動速度と $u_{*c}d/\nu$ の関係 ($d = 0.625 \text{ cm}$)

4. 転動と跳躍の境界について

揚力 L が砂の重さ W に打ち克つ場合、即ち $L \geq W$ をもって跳躍分であると考える。この時、 Re_* に応じて流速分布式(1)、(2)、(3)を用い、整理すれば次のような無次元表示ができる。

$$\frac{u_*^2}{(\rho_s/\rho - 1)2d} = \frac{1}{P} \quad (20)$$

$$Re_* \leq 5.5: \quad P = \frac{3}{16} C_0 (u_* d / \nu)^2$$

$$5.5 < Re_* \leq 8.8: \quad P = \frac{3}{16} C_0 (u_* d / \nu)^2 + \frac{1.436(1 - \delta/d)}{\frac{\sigma}{2}(1 + \delta/d) + \lambda_0/d} \left\{ 2.1 - 0.00027 \frac{u_* (d + \delta)}{\nu} \right\}^2 \left(\frac{\sigma}{d} \right)^2$$

$$8.8 < Re_* < 51.0: \quad P = \frac{3}{4} C_0 \left\{ \frac{1}{\kappa^2} \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 + \frac{1}{P}} \right] + \frac{1}{\kappa} \ln \left[2\sqrt{2 + \frac{1}{P}} \right] + \frac{u_* \delta}{\nu} \right\}^2 + \frac{1.436(1 - \delta/d)}{\frac{\sigma}{2}(1 + \delta/d) + \frac{\lambda_0}{d}} (2.1 - 0.00027 Re_*)^2$$

$$Re_* > 51.0:$$

$$P = \frac{3}{4} C_0 \left\{ \frac{1}{\kappa^2} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2 + \frac{1}{P}} \right) - \frac{1}{\kappa^2} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2 + \frac{1}{P}} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\kappa} \ln \left\{ \left(2 + \sqrt{2 + \frac{1}{P}} \right) / \left(2 + \sqrt{2 + \frac{1}{P}} \right) \right\} \right\}^2 \\ + \frac{1.436}{\frac{\sigma}{2} + \frac{\lambda_0}{d}} (2.1 - 0.00027 Re_*)^2$$

理論値と実験値の比較を図-10に示す。

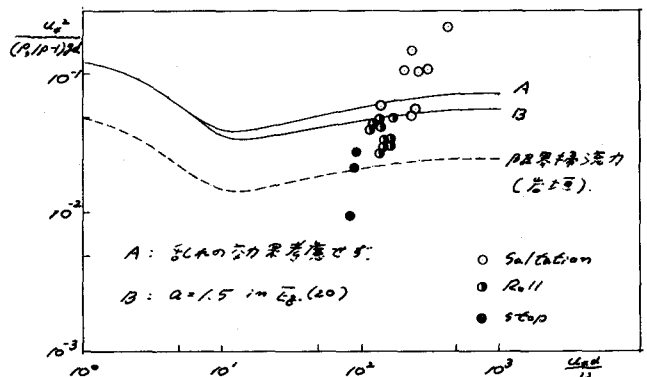


図-10. 跳躍境界と Re_* の関係