

II-76 二、三の掃掠砂量公式の比較検討

武蔵工業大学 正員 王 方

掃掠砂量に関する Einstein 公式は基本式も、全く正しい諸係数も、いくつかの矛盾点をおおむね検討の余地を残しているが、1950年の形と係数は実験値と比較的一致すると評価されている。Einstein 公式に類似するものとして Velikanov の式があり、やはり跳躍モデルとしているが、幾下にある確率の表示は Einstein の表示と異なっている。これら式中の重要な係数の使用すべき数値が示されておらず、実際の計算は不可能である。Rossinsky の式は砂粒と滑動床共存の表面の一部のみを扱うモデルに属するものである。本文では基本式は充分検討されていないが、流速比、抵抗、諸係数を種々考え、計算し、いくつかの実験資料と Einstein の掃掠砂関数と比較して見た。不明の係数は假定した。検証に使用した資料は一般に、平均河床のものを選んだ。計算誤差は少くも補足中である。

§1. Velikanov 公式: Einstein 公式は $\Delta t N_1 = \Delta x N_0 P_1$ に $\Delta x = \lambda d / (1 - P_1)$ とおいて
 $N_1 = N_0 \lambda \cdot d \cdot P_1 / (1 - P_1) \Delta t$ ----- (1.1) に $\Delta t \propto d / u_f$; $P_1 = P_r(F_B / G^*)$; $g_B = N_1 / C u d^3$,

$N_0 = 1 / C d^2$ を代入して求めた Velikanov は

$$\Delta t \cdot N_1 = N_0 \cdot \Delta x \cdot P_1 P_2 (1 + P_2^2 + P_2^3 + \dots) = N_0 \Delta x \cdot F \text{ ----- (1.2)}$$

の式を使っている。こゝに $F = P_1 P_2 / (1 - P_2)$; u_f : 流速; N_1 : 単位時間通過の数

P_2 は $u > u_f$ の確率、正規分布として $P_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma u} \int_{u_f}^{\infty} \exp(-\frac{u'^2}{2\sigma u^2}) du'$

P_1 は 掃力 > 自重の確率であるが、Einstein と異なり

$$P_1 = P_r[\bar{u}_0(\sqrt{B\psi} - 1) \leq u_0 < \infty] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma u_0} \int_{\bar{u}_0(\sqrt{B\psi} - 1)}^{\infty} \exp[-\frac{u_0'^2}{2\sigma u_0^2}] du_0'$$

としている。 (1.1) 式を置き換え $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \bar{u}_0$ とおくと $g_B = \frac{C_r}{C_A} \bar{u}_0 \cdot d \cdot F$ ----- (1.3)

を得ている。こゝに $F = [1 - \text{erf}(\mu)] [1 - \text{erf}(\nu)] / 2 [1 + \text{erf}(\nu)]$

$\mu = \bar{u}_0(\sqrt{B\psi} - 1) / \sqrt{2} \sigma u_0$, $\nu = u_f / \sqrt{2} \sigma u_0$, erf() は誤差関数

Gilbert の data を用いて $\frac{C_r}{C_A} \bar{u}_0 = A_0 u_m$ として $A_0 = 1.62$ を得ている。また σu_0 と σu_0 は $\sigma u_0 \approx 2 u_*$, $\sigma u_0 \approx u_*$ として β の使用すべき値は何も隔ておらず数値計算は不可能である。

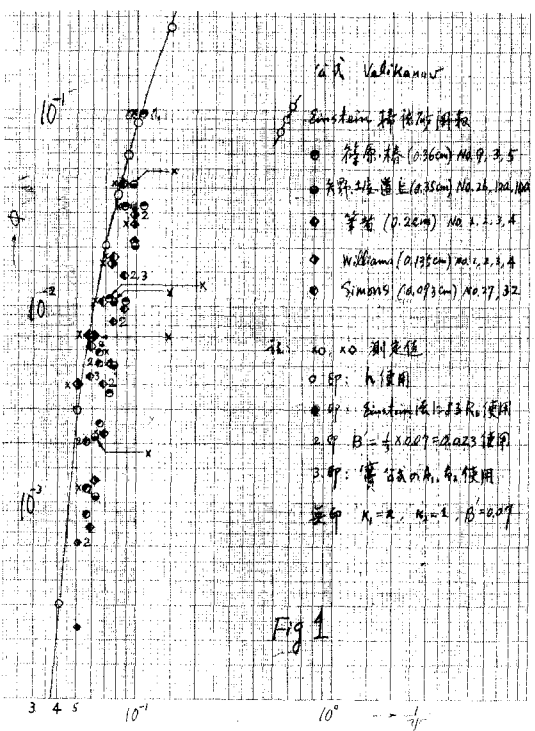
近成精度として $F = P_1 P_2 / (1 - P_2)$ は結果として出ているが (1956 年 草稿), 最初の出現は 1945 年 8.5 である。本文の (1.2) 式は Velikanov の本 (1955) より、また (1.3) 式中の係数は Grisham (1969) からの引用である。係数 A_0 の内容は不明であるが Einstein の $\Delta t \propto d / u_f$ に類似して $\Delta t \propto d^2 / \bar{u}_0 = C_0 d^2 / \bar{u}_0$ と考えれば $A_0 = \frac{C_r}{C_A} \frac{d^2}{C_0}$ となる。こゝに $d_r = \bar{u}_0 / u_m$; u_m は断面平均流速; $\bar{u}_0$: 粒子 level の流速 比較計算では β は暫定的に Einstein の $\beta' = B \cdot \gamma_0 = 0.143 \times 9.5 = 0.07$ とその $\frac{1}{3}$ である 0.023 の 2 種類を使用した。また $\sigma u_0 = k_1 u_*$, $\sigma u_0 = k_2 u_*$ として厚式の $k_1 = 2$, $k_2 = 1$ の外に

實田仁の分布式 (1959, 水利学報, No.5) に $\gamma/d=1$ の G_{ub} と G_{urb} を使った。實 (Dou) の式は
 $\overline{U^*}/u_* = 0.80 + 0.046 \frac{h}{u_*} \left| \frac{du}{dy} \right|$; $\overline{W^*}/u_* = 0.80 + 0.0715 \left(1 - \frac{y'}{h}\right) \frac{h}{u_*} \left| \frac{du}{dy} \right|$;
 $\overline{U^*} = 0.85 U_*$, $\overline{W^*} = 0.85 U_*$; y' は水面 y' の高り。

一例として $h=2.2\text{cm}$, $d=0.2\text{cm}$ に対して $d/h=0.091$, 原田の graph 8, $\overline{U^*}=2.2 U_*$,
 $\overline{W^*}=U_*$ とし, $G_u=2.2 U_*/0.85=2.6 U_*$, $G_w=U_*/0.85=1.18 U_*$ を得る。

計算結果は Fig 1 に示す。 U_m は Kaulstegian 式使用
 検証した資料は 16 英。 x_0 , x_0 は英測値。
 ○印は h 使用の $\frac{1}{2}$, ◇印は R_0 使用の $\frac{1}{2}$
 に対応, 2印は $R_1=2$, $R_2=1$,
 $B'=0.07 \times \frac{1}{3}$ 計算した値 3印は $B'=0.07$
 とし R_1 と R_2 を Dou 式での値, 無印は
 $B'=0.07$, $R_1=2$, $R_2=1$ によるもの。

◇表示の測定値は Einstein 曲線と殆んど一致
 の表示のものは幾分下, 計算値はすべて
 低くなっている。 Einstein の ϕ_E と無印相等的
 の ϕ_r との比 $K=\phi_E/\phi_r$ は ○◇の区別せず平均
 すれば 7.2 , 範囲は 3.3 ~ 13.4 になっている。
 K は $\log \frac{1}{u_*}$ の増加と共に減少傾向にある。
 B' の減少は ϕ の増加をもたらすが
 B' の過度の減少は ϕ の減少を不都合にする。
 また Dou 式の使用も ϕ_r を増加させている。
 本範囲の資料については更に検討は要する。



(1.3) 式を置き換え $\phi = \frac{g_B}{\sqrt{g_B d}} = A_0 a_m F \sqrt{\frac{g_B}{d}}$ の右辺を d, u_* の函数として計算し Einstein
 曲線との比較を考えている

§2. Rossinsky 式: Rossinsky (1967, Soviet Hydrology No.2) は推移砂量を推移砂と
 推移砂の和の式

$$g_{BW} = \beta \cdot \phi_s \cdot d (\phi_r u_r + \phi_{ent} u_{sl}) \quad (2.1)$$

で表示している。

ここに g_{BW} : 推移砂量 (重量); β : 粒子の形状, 空乏粒子の遮へい程度を表わす係数, 砂利
 と小石に対しては 0.2 d : 粒径; u_r : 推移速度, u_{sl} : 滑动速度

ϕ_r : 推移砂の相対数 $= \phi - \phi_{ent}$

ϕ : 粒子が砂床に法線を超過する脈動流速の相対的時間長 ϕ_t

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi} G_{ub}} \int_{u_{uc}}^{\infty} e^{-\frac{(u_* - u_b)^2}{2 G_{ub}^2}} du_* = \frac{1}{2} \left[1 - \text{erf} \left\{ \frac{(1+3K u_{uc}) \frac{u_{mc}}{u_m} - 1}{K u_{uc}} \right\} \right]$$

ただし演算の途中で $K_{ub} = \bar{b}_{ub}/\bar{u}_b$, $K_{ubc} = \bar{b}_{ubc}/\bar{u}_{bc}$, $u_{bc} = (1+\beta K_{ubc}) \bar{u}_{bc}$,

$\bar{u}_m / \bar{u}_0 = u_{mc} / u_{m0}$ である。添字 c は洗脱の臨界値、 m は断面平均値。
 φ_{ent} は底速度、無重力でこの速度を超すと破砕 $\varphi_{ent} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{u_0}} \int_{u_{ent}}^{\infty} e^{-\frac{u_0^2}{2\sigma_{u_0}^2}} du_0$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left\{ \frac{\frac{u_{m, \text{ent}}}{u_m} - 1}{K_{ub}} \right\} \right]$$

$$F_z \ll \frac{u_{\text{ent}}}{u_b} = \frac{u_{\text{ent}}}{u_m} \approx 2.3.$$
$$\therefore U_{\text{band}} \text{ is } U_{\text{band}} = \sqrt{\frac{2}{3\gamma}} s' g d \therefore \gamma = 0.06$$

$$s' = (B - P) / p.$$

K_{45} と K_{46} は d/h の関数で graph を示されているが、その由緒は不明である。 d/h の小さい値での $K_{45} \approx 0.16$ だが、 $d/h > 0.10$ 以降は Constant (約 0.32) になる。

$$\text{故 } U_{\text{measured}} = U_{\text{bent}} / \alpha_r \text{ 且 } \alpha_r = (1+m) \left(\frac{d}{h} \right)^m, \quad m = 2.8 \sqrt{g/c} \text{ (Nurmer)}$$

次は抵抗力 $F_x = \rho \frac{\pi}{4} d^2 \int_0^1 (u_b - u_r)^2$, 粘性力 $F_z = \frac{\pi}{4} d^2 \rho \cdot \int_0^1 (u_b - u_r)^2$, かつ $T = f(G - F_z)$ と
 $F_x - T = 0$ となる $u_r = 0$ と $u_b = u_{bc}$ の境界条件で $u_r = u_b - u_{bc}$ と置き、
 $\bar{u}_r \doteq \bar{u}_b - \bar{u}_{bc}$ と置く。

例- 滑動速度は $\bar{u}_{sl} \neq \bar{u}_0$ と假定し、更に $\bar{u}_0 = a_r u_{rm}$, $\bar{u}_{bc} = a_r u_{rmc}$ とおくと (2.1) 式は

$$f_B = \beta \cdot d \cdot a_r [(\varphi - \varphi_{ent})(u_m - u_{mc}) + \varphi_{ent} u_m]$$

$$= \beta \cdot d \cdot a_v [\varphi u_m - (\varphi - \varphi_{out}) u_{mc}] \dots \dots \dots (2.2)$$

U_{mc} は Goncharov の $U_{mc} = \lg(88 \frac{h}{a}) \sqrt{9.25d}$ (m²/i) を使用している。

8Bは流砂量(体積) 測定は i と h を用いて実際の流砂量と比較した。

比較計算の結果は図2に示す。数通り決らないが、数通りに7通りの公式の組合を使用した。

即ち原文では u_m の求め方は指定していないので、実測流速が得られれば板状公式を選ばねばなら

ない。 U_* を既知として $U_m = a_m U_*$, $a_m = C/\sqrt{g}$ の a_m は 4 の式を使用した。

(a) Kenleyan: $a_m = 6.0 + 5.75 \lg \frac{R}{d}$ (b) Agroskim: $a_m = \frac{C}{\sqrt{q}}$; $C = \frac{1}{n} + 17.72 \lg R$,

$$n = \Delta^{1/6} / 22.2, \quad \Delta = 0.7 d \quad \text{(c) Goncharov: } \frac{c}{\sqrt{g}} = 4 \sqrt{2} \lg(6.15 R/\Delta), \quad \Delta = 0.7 d$$

流速対平均流速の比 $\alpha_r = \bar{u}_0 / u_m$ は次の式で与えられる。

(d) Kerleyam : $a_0 = 8.5 + 5.75 \lg (y/k)$, $y/k = 0.35$, $a_7 = a_0 / a_m$

(b) " " " , $y/h = 0.70$, " "

(c) 指数分布, Nanner の m 使用: $a_r = (1+m) \left(\frac{d}{h} \right)^m$, $m = 2.8 \sqrt{g/c}$.

d) Goucharov : $a_b = 1.25 / \lg [1.65 R / \Delta]$, $a_r = a_b / a_m$

(e) 賓國仁: $a_r = \frac{3\psi'}{3\psi+1}$, $\psi = 0.26 (h/d)^{0.12}$

計算法等は所2に示す。尤通りに対する署名は次の内容と有する

(1) $U_m(K)$, a_b or $a_r(K)$, $y/k = 0.35$ (2) $U_m(K)$, a_b or $a_r(K)$, $y/k = 0.70$

(3) $U_m(K)$, $a_r(R.N)$

(5) $u_m(A)$, $a_r(R.N)$

(7) $U_m(G)$, a_b or $a_r(G)$

K, A, G は Karlsen, Agroskin, Goncharov, D は 董同仁, R, N は 指数分布. Nummer

の m の使用を意味する

計算結果は分散しているが大部分は夾持飽和

Einstein 曲線より大きく出ている。常断力の大き

き橋空料の 0.5 cm 以下にある。高濃度による ϵ の

変化か? U_{best} の中の係数は揚力係数 C_L (Einstein 表示)

と $C_L = 2.5$ の関係があり, $C_L = 0.12$ は $\beta/d = 0.6$ (香福園 1966)

の新の揚力と相合し, 流動場中の揚力係数

は固定球とどう違うか, K_{u0} は Kuhnke の値 0.33 と 0.25 (1942,

1947), Pantaleupulos に示した 0.167 (1961); 研究者により

異なり, 即ち 原式で $\bar{u}_{\text{se}} \div \bar{u}_0$ としていること; b のとりべきええ, 懸濁, 跳動の割合, 区分

基準など検討の余地が残る。この式も勿論 i, d, ρ において Einstein の式との比較を試みている

浸砂問題と北大常断力係数の値を示唆され, 即ち浸砂環

流所が揚力, ρ の値を ρ_0 とおいて, この解意を表わす

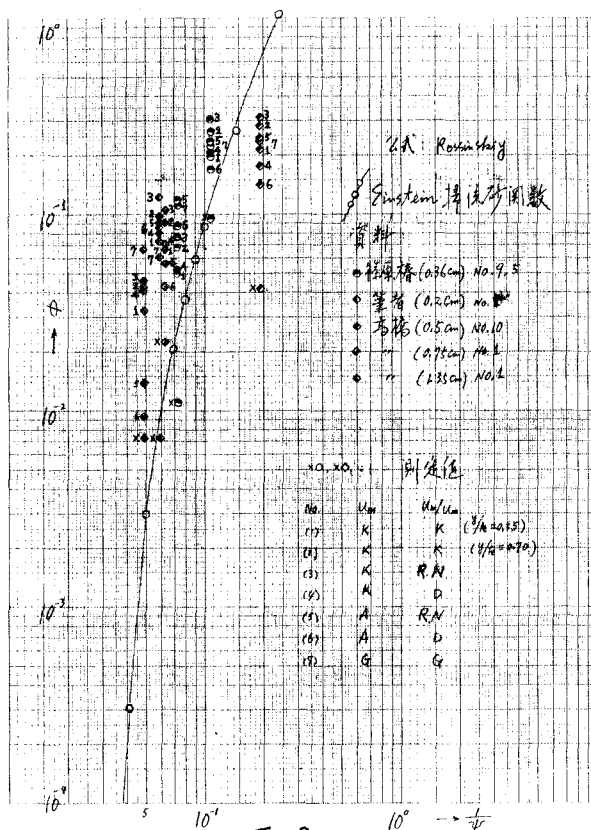


Fig 2