

II-66 はんらんの確率論的評価について

京大防災研究所 正員 石原 安雄

" " ○瀬能 邦雄

1. まえがき

合理的な治水計画は水系内に散在する各防災対象地区における破堤・はんらんの危険度の合理的な評価によってはじめて可能であることはいうまでもない。本研究はこの合理的な評価とはいいかなるものであるかを明らかにするとともに、その具体的な手法の一例として、簡単ではあるが問題の本質を適確に包含しているある水系モデルに対して、とくに河道改修状況と洪水調節状況の変化による破堤・はんらんの危険度の変化状況を、系統的な分析と総合に基づいて、多次元確率の理論を応用して求める手法を示すとともに、その計算例を示し、降雨の相互相関係数の効果等を検討したものである。

2. 破堤・はんらんの危険度の合理的な評価

河川は一般に複雑な集水系を構成しており、しかもその中に点々と防災対象地区が存在していて、その大部分のものは河川堤防によって洪水のはんらんを防止する方式をとっているが、その防止機能はon-off的であり、ひとたび破堤すれば甚大な被害が起る。ところで、一般に出水時の破堤形態には浸透破壊、洗掘破壊、越水破壊等があるわけであるが、ある程度堅固な堤防をつくり維持管理を十分に行なえば越水破壊だけを考慮すればよいはずである。この越水の条件は第一義的には河道のもつ洪水疏通能力とその河道を流下する洪水のピク流量との大小関係によって年々変化すると考えてよい。すなわち、破堤・はんらんの危険度の合理的な評価は対象地点に生起する洪水ピク流量の生起確率の合理的な評価に依存している。出水時に水系内のある地点を流下する洪水のピク流量の大きさは、その地点より上流地域における降雨状況、流域状況、河道状況、洪水調節状況などによってます。降雨状況はいわば出水過程の入力であって、現在のところ純粋な自然現象とみなすべきであろう。流域状況とは雨水流出場の性質であって、集水面積、地形、地質、支川分布などである。大規模な土地利用形態の変化、大面積に及ぶ森林の伐採、流域変更などによって下流部の出水状況はかなりの変化をうける。また、上流地区で河道改修が行なわれたり、洪水調節池や遊水池がつくられたりすると、下流部の洪水が変化することも周知のとおりである。すなわち、水系内の特定の地点を対象として洪水のピク流量の生起確率を評価するには、それより上流域における自然的・人工的の状況の変化を総合的に把握したのち、変化を起さないと考えてよい降雨の生起確率分布から間接的に評価しなければ合理的とはいえない。もちろんこうしたことは從来からいわれていて、水系一貫の治水計画といった言葉があるが、具体的な表現は皆無といつてよく、とくに上流における破堤・はんらんが下流の洪水ピク流量、したがって下流の破堤・はんらんの危険度に及ぼす影響を系統的な分析に基づいて評価するよりも行なわれていないうに思われる。

3. 上流地区の破堤を考慮した洪水ピク流量の生起確率の多次元的評価

(A) 簡単な水系モデルについて； 図-1に示すように、上流部の河道に沿って一つの防災地区Aがあり、下流部の河道に沿って他の防災地区Bがあり、両者とも堤防で防護されている場合を考えよう。ここに、Iは地区Aより上流の集水域を、IIは地区Aと地区Bとの間の集水域を表わし、 Q_1, Q_3 はそ

それが A, B 両地区の堤防が高く、破堤しないと仮定したときの、または A, B 地区の入口におけるピーク流量、 Q_2 は流域 II から A, B 間に流入するピーク流量で、この区間には破堤すべき堤防がないと考える。このような流域に洪水が起った場合、つぎのような 4 つの事象が考えられる。1) いずれの地区にも破堤が起らぬ、2) 地区 B のみで破堤が起る、3) A, B 両地区で破堤が起る、4) 地区 A のみで破堤が起る。これらの各事象あたりはその和事象の生起確率はつぎのようにして求められる。いま、A, B 両地区の河道の洪水疏通能力をそれぞれ QB_1 , QB_3 , Q_1 に対する Q_2 の合流率を c 、さらに A で破堤した場合に B へ伝達されるピーク流量を $k \cdot QB_1$ とすると、上記の 4 つの事象が起る条件はそれぞれつぎのようになる。

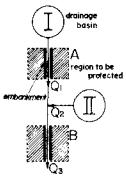


図-1

1) いずれも破堤しない条件: $Q_1 \leq QB_1$ かつ $Q_1 + c \cdot Q_2 \leq QB_3$ ----- (1)

2) B のみで破堤する条件: $Q_1 \leq QB_1$ かつ $Q_1 + c \cdot Q_2 > QB_3$ ----- (2)

3) 両方共に破堤する条件: $Q_1 > QB_1$ かつ $k \cdot QB_1 + c \cdot Q_2 > QB_3$ ----- (3)

4) A のみで破堤する条件: $Q_1 > QB_1$ かつ $k \cdot QB_1 + c \cdot Q_2 \leq QB_3$ ----- (4)

これらの条件を C, k 共に一定として図示したものが図-2 であり、領域 D_1, D_2, D_3, D_4 がそれぞれ、条件式(1), (2), (3), (4)に対応する。そこで、 Q_1 と Q_2 の同時

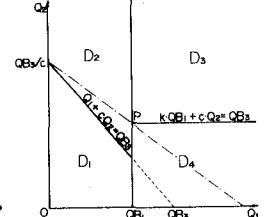


図-2

生起確率密度関数を $p(Q_1, Q_2)$ とすると、たとえば、“B 地区で破堤が起る”という事象の生起確率を P_{23} とすれば、これはこの事象が上記の排反事象 2) と 3) の和事象であるから、つぎのように表現できる。

$$P_{23} = \iint_{D_2+D_3} p(Q_1, Q_2) dQ_1 dQ_2 ----- (5)$$

(B) 一般的な水系について；ある地区を河川堤防で守るといつても実際にはいろいろの形態がある。たとえば、図-3 について考えよう。(a) は 1 つの堤防 E_1 のみによって守られている最も簡単な場合であり、その地区的破堤危険度はその上流に防災地区がなければ 1 次元解析によって評価できる。(b) または(c) は、2 つの異なる河道区間に接した堤防 E_1, E_2 によって守られているから、その地区は、どちらか一方の、あるいは両方の堤防が破堤することによって被害を受け、その危険度はその上流に他の防災地区がない場合は 2 次元解析によって評価できる。(d) は 3 つの異なる河道区間に接した堤防 E_1, E_2, E_3 によって守られているため、それらのうちのいずれか 1 つ、いずれか 2 つ、あるいはすべてが破堤することによって被害を受け((この場合の区別できる事象の数は $\binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 7$ となる))。そしてこの地区的危険度は上流に他の防災地区がなくとも 3 次元の解析によって評価されねばならない。一般的の水系は上記のような部分的な水系が複雑に組合われているわけであり、したがって(A) で示した条件式(1)~(4)あるいは確率評価式(5)のような表現を一般的に行なうことは非常に困難であるが、具体的に水系が与えられた場合には可能である。すなわち、こうした研究は case study として行なうことができるわけである。

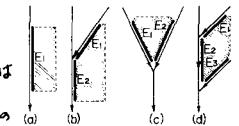


図-3

4. 計算例と考察

ここでは、前項で述べた図-1 のような水系モデルに淀川水系内のうち小河川の水文資料をあてはめ、A, B 両地区の河道改修状況の変化、A 地区上流の洪水調節状況の変化、および流域 I, II の降雨の相関性が、下流 B 地区の破堤危険度に及ぼす効果を検討する。ピーク流量の生起確率の評価の方法として、まず年最大日雨量の生起確率分布を求め、それと、日雨量とピーク流量の平均的関係式から決定する方法をとった。流域 I, II それぞれの年最大日雨量 R_1, R_2 (mm) は対数正規分布に従い、それらの標準化変量 X_1, X_2 はつぎのようになつた。

$$x_1 = 3.2436 \log_{10} \{(R_1 - 12)/87\} \quad \dots \dots \dots (6), \quad x_2 = 3.0193 \log_{10} \{(R_2 - 30)/102\} \quad \dots \dots \dots (7)$$

また、 R_1 と Q_1 、 R_2 と Q_2 (m^3/s)の関係式はそれぞれ以下のようである。

$$Q_1 = 7.3 R_1 - 620 \quad (\text{for } R_1 \geq 100), \quad = 1.1 R_1 \quad (\text{for } R_1 < 100) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$Q_2 = 3.3 R_2 - 305 \quad (\text{for } R_2 \geq 100), \quad = 0.25 R_2 \quad (\text{for } R_2 < 100) \quad \dots \dots \dots (9)$$

さらに、 x_1 と x_2 の同時生起確率密度関数 $p(x_1, x_2)$ はそれらの相関係数を P とすると、よく知られているように、

$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-P^2}} \exp\left\{-\left(x_1^2 - 2Px_1x_2 + x_2^2\right)/2(1-P^2)\right\} \quad \dots \dots \dots (10)$$

と表わせ、(6)、(7)および(8)、(9)式によって、 R_1 と R_2 あるいは Q_1 と Q_2 の同時生起確率密度関数に変換される。その一例を $P=0.5$ として示したもののが図-4で、年輪状の線路上の数値はその線の外側に標本点が落ちる確率を示している。さらに、ここで P の効果を見ることを

主目的の一としているため、簡単に、 $C=1$ 、 $k=1$ と仮定する。すると図-2は

図-5のようになる。

以上に述べた条件のもとで、 $P=0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$ の各場合に、 QB_1 と QB_3 のいろいろな組合せに対して、(5)式(ただし $P=1$ の場合には1次元の周辺分布関数の積分)で表わされ、B地区の破堤確率 P_{23} を計算した結果について検討する。その前にまず、計算しなくともわかる一般的な性質について述べておこう。

(i) $0 \leq P < 1$ の場合； 図-5において QB_3 を固定し、 QB_1 が変化する場合を考えると、 $QB_1 < QB_3$ の場合(R 点がT点より左にある場合)、領域(D_2+D_3)は QB_1 が大きくなると広がるが、 $QB_1 \geq QB_3$ の場合には QB_1 が大きくなっても変化しない。すなはち後者の場合、 P_{23} は一定となり、その値は $QB_1=QB_3$ の場合のものとなる。

(ii) $P=1$ の場合； これは Q_1 と Q_2 に1対1の対応があることを意味し、 $Q_2=F(Q_1)$ と表わせ、一般に $F(Q_1)$ は Q_1 の単調増加の函数である。図-5でP点がこの曲線(11)より上にあれば、 P_{23} はつきの式で求められる。

$$P_{23} = \int_{a_1}^{\infty} P_1(Q_1) dQ_1 = \int_{a_2}^{\infty} P_2(Q_2) dQ_2 \quad \dots \dots \dots (12), \quad \text{ここに, } P_1(Q_1), P_2(Q_2) \text{ はそれぞれ } Q_1, Q_2 \text{ の周辺分布確率密度関数であり, } (a_1, a_2) \text{ は曲線(11)と直線 } Q_2 = QB_3 - QB_1 \text{ (} Q_1 \leq QB_1 \text{)との交点座標である。この場合, } QB_3 \text{ を固定して } QB_1 \text{ を大きくすると } P_{23} \text{ は大きくなる。また, } QB_1 \text{ と } QB_3 \text{ を同時に同じだけ大きく(小さく)すると, 線分 } Q_2 = QB_3 - QB_1 \text{ は動かないから, } P_{23} \text{ も変化しない。すなはち, } P_{23} = \text{const.} \text{ の線は } QB_1-QB_3 \text{ 平面の上で } 45^\circ \text{ の傾きをもつ直線となる。一方, P点が曲線(11)より下にあると, } P_{23} \text{ はつきのようになる。}$$

$$P_{23} = \int_{b_1}^{\infty} P_1(Q_1) dQ_1 = \int_{b_2}^{\infty} P_2(Q_2) dQ_2 \quad \dots \dots \dots (13), \quad \text{ここに, } (b_1, b_2) \text{ は曲線(11)と直線 } Q_1 + Q_2 = QB_3 \text{ (} Q_1 \leq QB_1 \text{)との交点座標である。この場合, } QB_3 \text{ を固定すると } QB_1 \text{ を変化させても } P_{23} \text{ は一定値をとり, その値はP点が曲線(11)上にあるときの値に等しい。さて, 計算結果であるが, 図-6は } QB_1 \text{ と } QB_3 \text{ の関係を } P_{23} \text{ をパラメータとして示したものであり, } P_{24} \text{ はA地区の破堤確率すなはち } Q_1 > QB_1 \text{ における確率を示している。これからつきのことことがいえよう。1) } QB_1 \text{ の変化によって } P_{23} \text{ が変わる領域では, } P_{23} = \text{const.} \text{ の線群は右上方に向かっており, } QB_1 \text{ のある値に対する } P_{23} \text{ の値は } QB_3 \text{ が大きくなるにつれて小さくなっている。これは, この場合 } QB_3 \text{ を固定すれば } QB_1 \text{ の増加が } P_{23} \text{ の増加をもたらすことを意味する。このことをもつと明白に示しているのが図-7で, } QB_1 \text{ と } P_{23} \text{ の関係を } QB_3 \text{ をパラメータとして示されている。2) } P \text{ の効果をさらに明確に見るために, 図-6を重ね合したもののが図-8である。この図から, } P \text{ が大きくなるにつ$$

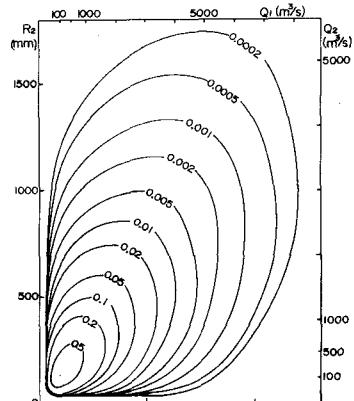


図-4

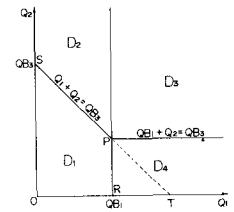


図-5

れて, $P_{23} = \text{const.}$

の線は右へ移動する, すなは

わち QB_1 と QB_3

のある組合せ

に対して, P

が大きいほど

P_{23} が大きくな

る。 3) $QB_1 = 0$

すなはち上流

で破堤が決し

て起らざると

したときの P_{23} の値は図-6, 7 で QB_1 軸に平行

な線群が示されており, それはある特定の

QB_3 に対して最大値である。したがって, 一般

にある水系で各地区の破堤確率を評価する

際, それより上流地区の破堤を考慮しなけ

れば(実際このように方法が一般的にとられている),

それは過大評価となることは明らかである。

たとえば $P=0.5$ として, 地区 A での破堤確率

が 0.02 ($QB_1 = 2150 \text{ m}^3/\text{s}$) で, 上流の破堤を考慮

しない地区 B の破堤確率を 0.01 ($QB_3 = 3850 \text{ m}^3/\text{s}$)

とする時, 上流の破堤を考慮した場合は,

図-6, 7 から 0.0041 と見積られる。 4) さら

に, 図-6, 7 から, A 地区の上流に設けられた

洪水調節池の効果を評価できること。たとえば:

そのような調節池が Q_0 を常に Q_0 だけ cut するとすれば, それは QB_1 と QB_3 を

共に Q_0 だけ大きくしたと同じことであるからである。たとえば, 先の例で

$Q_0 = 500 \text{ m}^3/\text{s}$ とすれば, 地区 B の危険度は 0.003 と見積られる。また, 図-8

からわかるように, 点 (QB_1, QB_3) やび $(QB_1 + Q_0, QB_3 + Q_0)$ が曲線 $QB_3 =$

$F(QB_1) + QB_1$ ($P=1$ が曲線(1)上における条件)の下の領域にある場合,

P が大きいほどそのような洪水調節池

へ B 地区に対する効果は小さくなり, とくに $P=1$ の場合は全くない。

5) 最後に, このような図によ

て各地区の危険度を算しくしたり, あるいは重要度に応じた危険度を与えるような河川計画が合理的

に行はるといえよう。

なお, この計算は京都大学大型計算機センター FACOM 230-60 によって行はったことを記しておく。

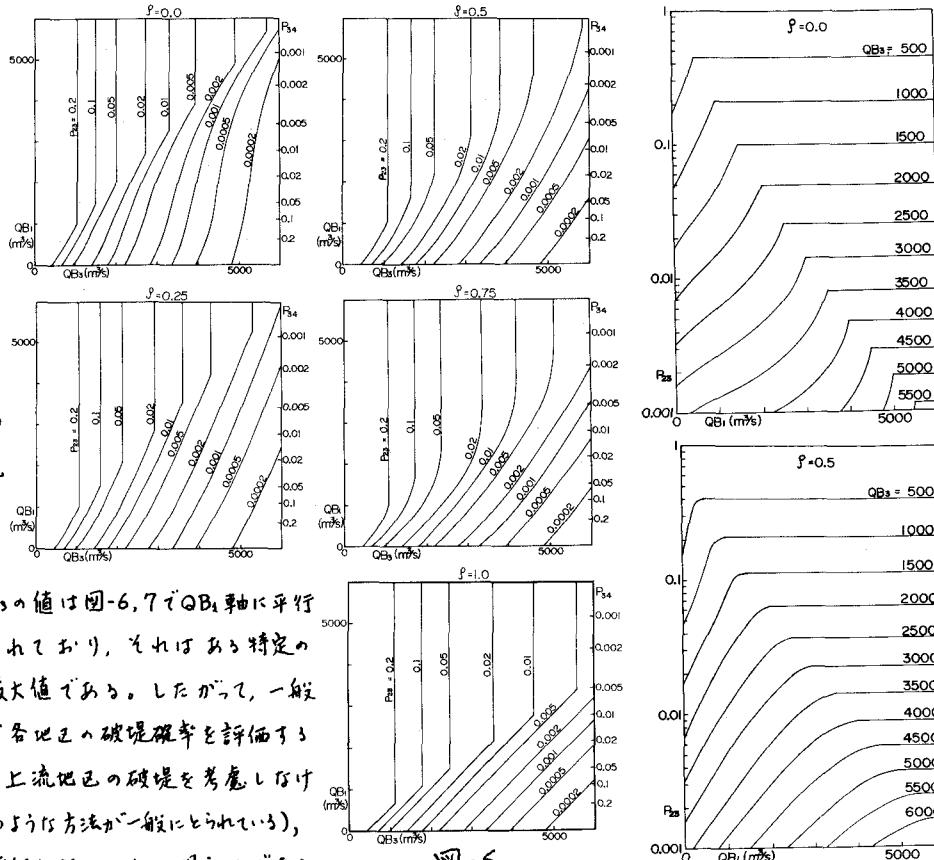


図-6

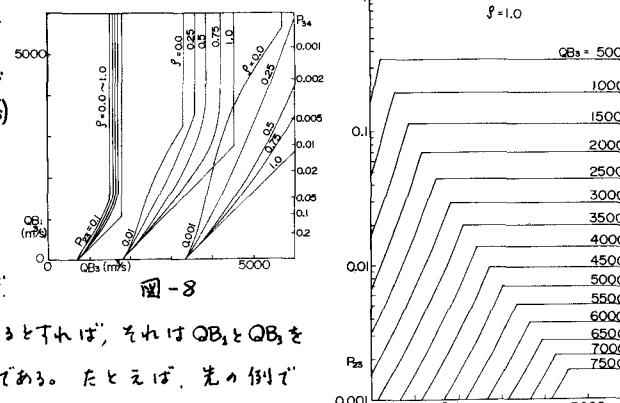


図-7