

II-57 非線型流出系における流出値の計算

東京工科大学大学院 学員 ○ 鋤柄 徹

工学部 正員 日野 幹雄

正員 吉川 秀夫

< 序 >

現在、降雨-流出現象を把握するのに2つの考え方がある。一つは運動の法則、連続の法則を基として、流出現象を物理現象として捉える考え方であり、一つは流出現象をBlack-Box的に捉える考え方である。この研究はBlack-Box的立場に属し、新しい非線型確率過程理論により、不規則な水文資料から客観的に出来るだけ多くの情報を得、流出系の非線型特性を解明しようとしたものである。

< Wienerの非線型確率理論 >

非線型系への入力をWhite Noiseであるとし、これを $x(t, \alpha)$ とする。このとき非線型系からの出力 $y(t, \alpha)$ は

$$y(t, \alpha) = \sum_{m=0}^{\infty} G_m [K_m(t+\tau_1, \dots, t+\tau_m), \alpha]$$

と表わされる。ここに、 K_m は非線型核、 G_m は直交函数を示すものである。 $x(t, \alpha)$ と $y(t, \alpha)$ より非線型流出核を求めることが重要である。そこで既知の非線型系に同じ入力 $x(t, \alpha)$ を代入すると、出力 $y_k(t, \alpha)$ は

$$y_k(t, \alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n [H_n(t+\tau_1, \dots, t+\tau_n), \alpha]$$

と表わされる。

$y(t, \alpha)$ と $y_k(t, \alpha)$ との積 $r(t, \alpha)$ をとると

$$r(t, \alpha) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} G_m [K_m(t+\tau_1, \dots, t+\tau_m), \alpha] \cdot G_n [H_n(t+\tau_1, \dots, t+\tau_n), \alpha]$$

となる。 G_m, G_n は直交函数だから

$$G_m(K_m, \alpha) \cdot G_n(H_n, \alpha) = 0 \quad \text{for } m \neq n$$

が成り立つ。そうすると

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T r(t, \alpha) dt = \sum_{n=0}^{\infty} n! \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \cdot H_n(\tau_1, \dots, \tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n$$

が得られる。

既知の非線型系を適当に選んで、順次この非線型性を高次のものとするれば、次々に非線型核 K_m を求めることが出来る。この既知の非線型系として、(図-1)、(図-2)のような遅延回路をとることにする。ここに(図-1)、(図-2)はそれぞれ1次と2次の非線型系を表す。

この遅延回路を(図-3), (図-4)の如く並列にとって考える。一次の場合, 二次の場合の出力 $y_1(t)$, $y_2(t)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - \sigma_1) \cdot x(t - \tau) d\tau \\ &= x(t - \sigma_1) \\ y_2(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau_1 - \sigma_1) \cdot \delta(\tau_2 - \sigma_2) \\ &\quad \cdot x(t - \tau_1) \cdot x(t - \tau_2) d\tau_1 \cdot d\tau_2 \\ &= x(t - \sigma_1) \cdot x(t - \sigma_2) \end{aligned}$$

図-1

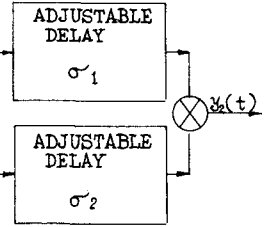


図-2

ここに, δ は Dirac の δ 関数である。
未知の非線型回路からの出力 $y(t)$ と,
遅延回路からの出力 $y_1(t)$, $y_2(t)$
との積の平均をそれぞれについて求める。

$$\begin{aligned} \overline{y(t) \cdot y_1(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\sigma_1) k \delta(\sigma - \sigma_1) d\sigma_1 \\ &= k \cdot K_1(\sigma) \\ \overline{y(t) \cdot y_2(t)} &= 2k^2 K_2(\sigma_1, \sigma_2) + k_0 k \delta(\sigma_1 - \sigma_2) \end{aligned}$$

ここに, $k_0 = \overline{y(t)}$, $k = \overline{x^2(t)}$
従って, 非線型の一次と二次の核はそれぞれ次のように求まる。

$$\begin{aligned} K_1(\sigma) &= \frac{1}{k} \overline{y(t) \cdot y_1(t)} \\ &= \frac{1}{k} \overline{y(t) \cdot x(t - \sigma)} \\ K_2(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{1}{2 \cdot k^2} \overline{y(t) \cdot y_2(t)} \\ &= \frac{1}{2 \cdot k^2} \overline{y(t) \cdot x(t - \sigma_1) \cdot x(t - \sigma_2)} \quad (\sigma_1 \neq \sigma_2) \end{aligned}$$

すなわち, 二重相関, 三重相関を求めることにより, 一次および二次の非線型核が求められる。

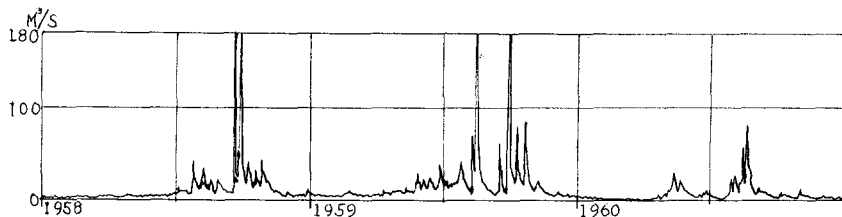
< 流出の非線型予測 >

上記 "Wiener の理論" により, 非線型予測を行なう。実測水文資料から, 二重相関, 三重相関を求め, さらに上式より流出の非線型核 $K_1(\sigma)$, $K_2(\sigma_1, \sigma_2)$ を求める。そうすると, 予測値次式にて求められる。

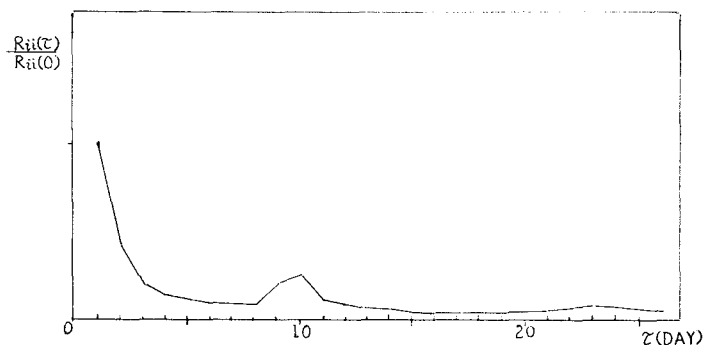
$$\begin{aligned} y_{pre}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) \cdot x(t - \tau_1) \cdot x(t - \tau_2) d\tau_1 \cdot d\tau_2 \\ &\quad - k \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_2, \tau_2) d\tau_2 + \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) x(t - \tau_1) d\tau_1 \end{aligned}$$

解析

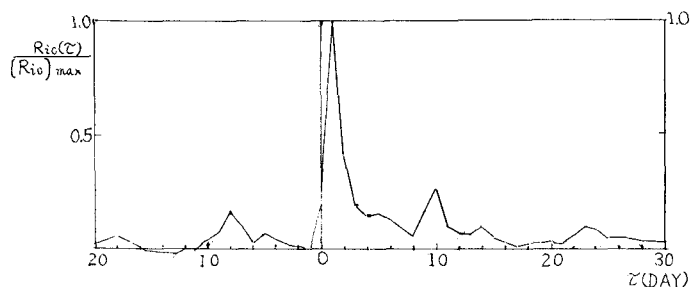
データとしては、利根川支流の神流川の日降雨、日流量の資料を用いることにする。十数年間の資料をAグループ(昭27, 28, 29), Bグループ(昭30, 31, 32), Cグループ(昭33, 34, 35)の三つのグループに分ける。Aグループは弱降雨型, Bグループは中降雨型, Cグループは強降雨型に相当している。そして, A, B, Cの順に非線型要素が強くなっている。ここでは非線型性の強いCグループについて, 計算結果の一例を示すことにする。



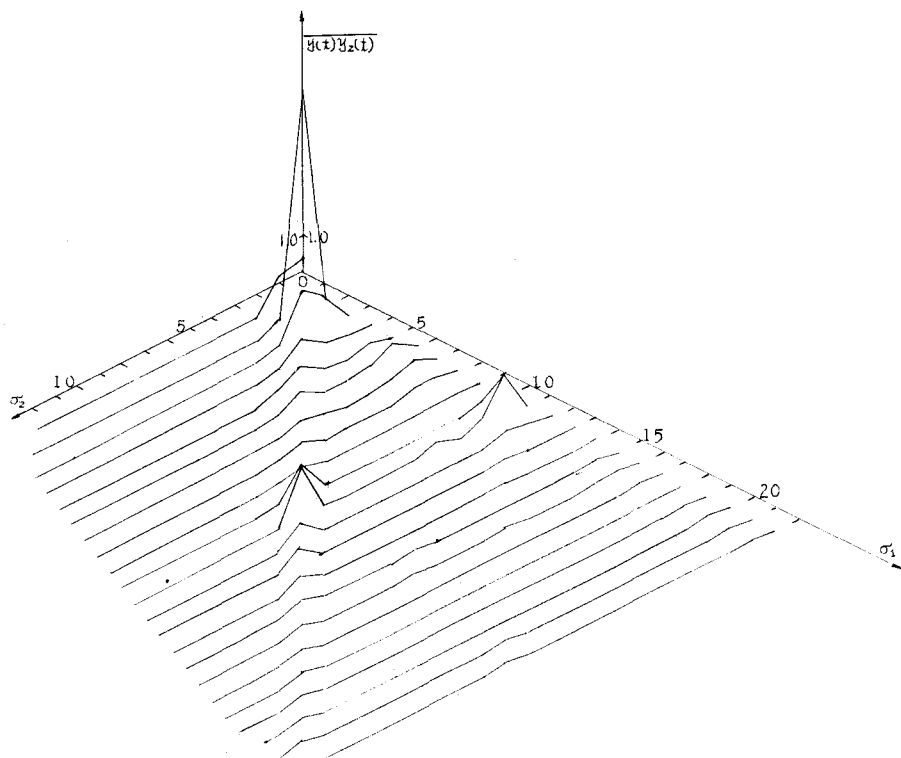
図—5 Stream flow of the river Kannagawa at the gaging station Wakaizumi by Takenchi and others, Hydrological Laboratory, Public Works Research Institute, The Ministry of Construction



図—6 Auto-correlation coefficients of daily rainfall at the Kannagawa basin



図—7 Double-correlation coefficients of daily rainfall and runoff



図—8

Triple-correlation coefficients of daily rainfall and runoff

(図—6)の自己相関より、日降雨のスケールで流出現象を見ると、日降雨の自己相関はほぼ δ 関数とみなされ、降雨は*White-Noise*であるとみなされる。(図—7)の相関図より、流出は1日遅れて $Peak$ に達し、表面流出は1, 2日で終り、中河流出、滲透流出が1~2ヶ月続いていることがわかる。神流りの日降雨と日流量について、三重相関を求めた結果が(図—8)である。但し、図は $\sigma_1 \geq 0$, $\sigma_2 \geq 0$ の範囲についてのものである。