

京都大学工学部 正員 ○高柳琢馬
京都大学大学院 学生員 横田謙二

洪水ピーク近傍のハイドログラフ特性の把握は、洪水の予知あるいは洪水調節方式の設定にあたって重要である。本論文は、単位セルからの出カインパルスが、河道分布系のネットワーク構造、集水面積で代表されるマトリックス値の分散および流れの非線形性などの影響をうけて流下合流していく過程を洪水ピークの変換系とし、こうしたパルスの合成過程を解析することによって、洪水ピーク近傍のハイドログラフ(HNP)の特性を明らかにしようとしたものである。

1. 河道分布系と洪水ピーク ; 河道分布系は位数化ノード C_u の集合 $\{C_1, C_2, \dots, C_u, \dots, C_k\}$ で表わされる。 C_u は位数 u ($0 \leq u$) の河道を意味し、 C_0 は単位セル、 C_k は流域最下流端の河道である。 C_u は、それをもつ合流点数 i によって層別化された要素ノード iC_u の集合で、 $C_u = \{\sum_{i=1}^{N_u-1} (iC_u)\}$ のように表現され、 iC_u は i の合流点をもつ C_u の河道である。 C_u は、入出力の立場からみると、 C_{u-1} の流出流量を入力とし、これを变换して C_u の出力すなわち C_{u+1} への流入流量を発生させる洪水流出の変換系と考えることができる。 C_1 の洪水ピーク値をインパルスとす

る。 C_u ($u=2, 3, \dots, k$) の変換過程は C_u のネットワーク構造、 C_u のマトリックス値の分布および iC_u 内におけるパルスの流下合流過程の三つの事象からなる複合事象である。パルスの集合である C_u の流出ピークは、三つの事象によって時間軸上に底がりをもったパルス関数となり、これは洪水ピーク近傍のハイドログラフ HNP に等しいと考えられる。

2. 河道分布系の統計的性状 ; 1) 河道分布則 ; 前述のように定義されたノード間には、つぎのような三つの統計則の成り立つことが知られている。

$$1/4 \text{ 則 ; } N(C_u)/N(C_{u+1}) = 4, \quad 1/2 \text{ 則 ; } N(iC_u)/N(C_u) = (\frac{1}{2})^i, \quad (i=1, 2, \dots, N_u-1)$$

$$3/4 \text{ 則 ; } N(vC_u)/N(C_u) = 3/4 \cdot (1/4)^{v-u-1}, \quad (v=u+1, u+2, \dots, k)$$

ここで、 $N(C_u)$ 、 $N(iC_u)$ および $N(vC_u)$ は、それぞれ C_u のノード数、合流点 i をもつ C_u のノード数および C_{u+1} 以上のノードに接続する C_u のノード数である。この三つの統計則は、河道分布のネットワークの構造を示すものであって、以下ではこうした関係が厳密に成立するものとして議論を進める。

2) ネットワークマトリックス値の特性 ; ネットワークに関する特性として平均と分散を求める。 $E(N(C_{u+1}|C_u)) \div 3$ 、 $\text{Var}(N(C_{u+1}|C_u)) \div 2$ のようになる。これは、 C_u から C_{u+1} への入力の数の平均と分散である。つまり、洪水ピークにもっとも関連のあるマトリックス値として集水面積の分布特性について考える。 C_u および iC_u に対応する集水面積を A_u および A_{ui} とすれば、位数化ノードの定義によって、 $A_{u+1} = \{A_{u+1,i}\} = \{j \cdot \alpha A_u\}$ であり、 j は iC_{u+1} に接続する A_u の数である。したがって、確率変数 A_{u+1} の分布は、河道分布則 A_u 自身の分布特性によって構成される複合分布となるはずであり、その確率分布 $P(A_{u+1})$ は、 $P(A_{u+1}) = \sum_{j=1}^{N_{u+1}} P(n=j) P(j \cdot \alpha A_u)$ で与えられる。ここで、 $N_u = N(C_u)$ 、 α は面積配分係数であって $3/4$ 則から $\alpha = R_a/3$ (R_a : 集水面積) である。上の分布から、 $E(A_{u+1}) = E(j) \cdot E(\alpha A_u)$ 、 $\text{Var}(A_{u+1}) = \text{Var}(j) E^2(\alpha A_u) + \text{Var}(\alpha A_u) E^2(j)$ の関係が得られるから、ネットワークの特性を考慮すれば、

$$E(Au+1) = 3 \cdot E(Au)$$

$$\text{Var}(Au+1) = 2 E^2(Au) + 9 \text{Var}(Au)$$

とされる。また、 Au の変動係数 CAu は、

$$CAu+1 = \sqrt{\frac{2}{9} + CAu^2} = \sqrt{\frac{2}{9} + CA_1^2}$$

と与えられる。

3. 洪水ピークと谷の対応 : 1) 洪水ピークと生起時刻の期待値 ; Cu の出力パルス関数の最大値と谷の生起時刻の期待値 $E(g_{pu})$ と $E(T_{pu})$ は、河道分布則によつて、 $E(g_{pu}) = a(z+p_{u-1})E(g_{pu-1})$ 、 $E(T_{pu}) = E(T_{pu-1}) + 2\bar{T}_{u-1}$ と与えられる。ここで p_{u-1} は Cu 内のパルス合流率、 $\bar{T}_{u-1}$ は Cu 内の合流点間のピークの平均伝達時間であり、特性曲線理論から、 $\bar{T}_{u-1} = p \bar{L}_{u-1} \bar{K}_{u-1} / E(g_{pu})$ であり、 $p = 0.6$ 、 $\bar{L}_{u-1}$ は Cu の合流点の平均間隔である。 $\bar{K}_{u-1}$ は Cu の粗度と勾配の関数であり、 $\bar{K}_{u-1} = (\bar{n}_{u-1} \bar{S}_{u-1}^{3/2} / \sin \bar{\theta}_{u-1})^p$ と表わされ、 $\bar{n}_{u-1}$ 、 $\bar{S}_{u-1}$ および $\sin \bar{\theta}_{u-1}$ はそれぞれ Cu の平均の粗度、河床長および勾配である。

2) g_{pu} と T_{pu} の対応関係 ; iC_{u+1} の出力パルスの振中 $g_{pu+1,i}$ と谷の時刻 $T_{pu+1,i}$ は、係数化ノードの交差によつて $pu \div 1$ とおけば、 $g_{pu+1,i} = (i+1)aE(g_{pu})$ 、 $T_{pu+1,i} - E(T_{pu}) = i\bar{T}_u$ 、 i を消去すれば、 g_{pu+1} と T_{pu+1} と C_{u+1} の関係が得られる。ここで、 $\eta_{u+1} = E(g_{pu})/\bar{T}_u$ 、 $C_{u+1} = (1 - E(T_{pu})/\bar{T}_u)E(g_{pu})$ である。この関係は変換系を各係数のノードごと k lumping して、それぞれを要素ノード間ではパルスの伝播速度を等しいと見た近似値のものである。こうした仮定をおけば、パルス関数の振中と時刻は biuniqueかつ一次的となる。

3) パルス関数の分散 ; パルス関数の振中 g_{pu+1} は要素ノードの出力パルス $g_{pu+1,i}$ の集合であり、 $g_{pu+1} = \{g_{pu+1,i}\}$ である。したがつて、パルス関数の確率分布は $pu \div 1$ とおけば、

$$Pr(g_{pu+1}) = \sum_{i=1}^{N_{u-1}} \left(\frac{1}{N_{u-1}}\right)^i Pr((i+1)a g_{pu})$$

これからの振中の分散は、 $\text{Var}(g_{pu+1}) = 2 E(a g_{pu}) + 9 \text{Var}(a g_{pu})$ 、変動係数は $C_{g_{pu+1}} = \sqrt{2/9 + C_{g_{pu}}^2}$ とされる。降雨の地域分布を一樣と仮定すると $C_{g_{pu}}^2 \div C_{g_{pu}}^2$ 。したがつて、 $C_{g_{pu+1}} = CA_{u+1}$ 。一方、 g_{pu+1} と T_{pu+1} の関係から $\text{Var}(g_{pu+1}) = \eta_u^2 \text{Var}(T_{pu+1})$ とは、振中の分散を時間軸上に置きかえることができる。

4. 洪水ピーク近傍のハイドログラフ : Cu から C_{u+1} への入力パルス関数 g_{pu} の確率分布と、 Au の確率分布は両者の対応関係を考えれば同様であると近似できる。また、 Au の分布特性は、対数正規であることが裏証されているが、簡単のため k 、パルス関数の最大値付近の g_{pu} の確率分布を正規とする。こうした仮定をおけば、 g_{pu} と T_{pu} の biunique および一次比例の対応関係によつて、時間軸上でのパルス関数 $g_{pu}(T_{pu})$ は、 $g_{pu} = E(g_{pu}) \exp\{-(T_{pu} - E(T_{pu}))^2 / 2 \sigma_{T_{pu}}^2\}$ と表わされる。

これは、HNP と同考であるが、標準偏差 $\sigma_{T_{pu}}$ はパルスの時間軸上での有効中であつて、

$|E(T_{pu}) - T_{pu}| \leq \sigma_{T_{pu}}$ での洪水波形を不変ものと考える必要がある。

波形の広がりの尺度として $\sigma_{T_{pu}}/E(g_{pu})$ とおくと、

$\sigma_{T_{pu}}/E(g_{pu}) = \sigma_{g_{pu}}/\eta_u E(g_{pu}) = CA_u/\eta_u = (R_L/R_K \cdot R_a^{1/2})^{u-2} \sqrt{2/9 + CA_1^2}/\eta_2$ とはり、河道長比 R_L 、粗度・勾配比 $R_K (= \bar{K}_u/\bar{K}_{u+1})$ 、集水面積比 R_a 、 C_1 の集水面積の変動係数、 C_2 の河床長、粗度・勾配および C_1 の出力平均によつて表現され、また、係数との関連を知りうる。なお、任意地点の洪水の推定法あるいは洪水流出に及ぼす流域地形の効果などについては譲渡時述べる。