II-49　損失雨量の推定について

九州大学工学部　正会員　篠原謹爾
九州大学大学院　学生員　○高崎英邦

I　概説

降雨からの損失分を定量的に予測する事は，水文学上最も重要な問題の1つである。しかしその機構が複雑な故，理論的取扱いは非常に困難であって，従来から損失雨量の生成に関与すると思われる因子をパラメーターとし，それらの相関を調べる事によって，種々の損失雨量推定法が行なわれてきた。本報では先ず，電算システムを用いて地点降雨から流域平均雨量を算出する方法，それに累加雨量，累加損失雨量及び累加時間をパラメーターとし，それらの相関による損失雨量の時間的変動の推定法を示している。

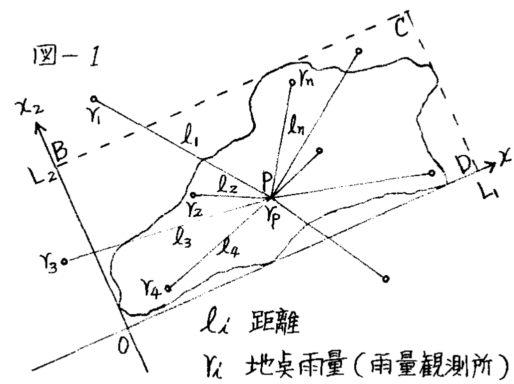
II　流域平均雨量の算出法

流域内及びその周辺にnヶ所の雨量観測所があると，各々は雨量記録r_i $(i=1,2,\cdots,n)$を持つ。今任意の地点Pの雨量r_pは，各観測所からの距離l_iに関係しているという想定のもとに，次式の様な重み付き平均式を設定した。

$$r_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i \frac{1}{l_i^s}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{l_i^s}} \qquad (1)$$

S：定数

図－1



次に，筑後川上流部大山川小平流量観測所上流域の，比較的単純な降雨分布を示す等雨量線図を用いて，(1)式の定数Sを1から5迄変化させて計算した結果，等雨量線図の精度を考慮すると，$S=3$程度で降雨量の推定が可能であった。しかし(1)式は，流域中心付近ではかなり良い精度を示すが，周辺部に近付くにつれて，流域外の雨量観測を少なくした場合その精度が落ちてくる。それ故，かなり広地域の観測データを使用してやる方が良い。又，任意の地点の降雨量推定式(1)に誤差δ_pを認めてやると，

$$r_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i \frac{1}{l_i^s}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{l_i^s}} + \delta_p \qquad (2)$$

流域平均雨量算出の手順を述べる。（図－1参照）

① 流域を含むなるべく小さな矩形を設定し，降雨観測所及び矩形の座標値を決定する。

② $0\sim L_1$，$0\sim L_2$の範囲の2個の一様乱数を，各々x_1，x_2方向へ発生させ，任意の地点Pを定め，l_iの算定を行ない，(1)式*によりr_pの計算を実行する。以後この操作をN回繰り返すと，降雨量推定点は矩形OBCD内に一様に分布して，又降雨分布は連続的に変化する。

推定点降雨量の総和は次式で求められる。

$$\sum_{k=1}^{N} r_{pk} = \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} r_i \frac{1}{l_{ik}^{s}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{l_{ik}^{s}}} \right) \tag{3}$$

＊ (2)式による場合，誤差 δ_{pk} の分布が $N(0, \sigma_{pk}^2)$ に従い，分散 σ_{pk}^2 が矩形内いたる所で一定と仮定するなら，(2)式右辺第2項の和は，N を充分大きくすると，

$$\sum_{k=1}^{N} \delta_{pk} \longrightarrow 0 \tag{4}$$

となるので，(3)式で充分なことが解る。

③　矩形内の平均雨量は，(3)式を N で割って求められる。矩形は流域を含む様になるべく小さく設定しているので，流域平均雨量 ≒ 矩形平均雨量となる。

流域を含む矩形の中に，一様な分布で N 個の雨量推定点が求められている。流域内に存在する地点数は，N が充分に大であると，

$$N' = N\frac{A}{L_1 \cdot L_2} \tag{5}$$

N'：integer 流域内地点数
A ：流域面積　　$L_1 \cdot L_2$ 矩形面積

流域外の地点数 $N-N'$ が N に較べて大きいと，流域平均雨量を求める際，流域外の地点も数多く含めることになり誤差が大きくなる。故に流域を矩形でカバーするのが不適当な場合，流域を格子に分割して算出するのが望ましい。しかし電算プログラムの繁雑さが避けられない。

流域平均雨量の算定法には次の様な問題が含まれている。

i) 流域外にもかなり多くの雨量観測所が必要である。

ii) 雨量観測所がひどく偏在している際には，(1)式の適用は困難である。

iii) 流域形状が複雑な場合，流域平均雨量を図－1 の様に矩形で代表させ計算すると，多少の誤差が入り込む。但し，流域を格子で分割して算定する事によつて，この欠点は取り除かれる。　　この手法の特徴としては，

i) (1)式の定数 S が定められることにより，任意の地点の降雨量推定が可能であり，又降雨分布の状態が連続的に判断される。

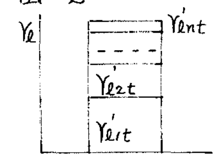
ii) 誤差の少ない，主観の入いらない等雨量線図の作図が可能となる。

以上の詳しい考察，及び他法との比較検討については，次報で記す。

Ⅲ　損失雨量の推定

(1) 基礎概念　　損失雨量を構成する要素として，土の浸透，蒸発散等が考えられる。今，図－2 に示す様に損失雨量が n 種の成分よりなり，又単位成分の損失分を決定論的に記述するのは困難であるから，正規分布をなすと仮定する。各々の成分の，時刻 t における確率変数を x_{it} $(i=1,2,\cdots,n)$ とすれば，確率密度函数 $f(x_{it})$ は，

図－2



$$f(x_{it}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{it}} \exp\left\{-(x_{it} - r'_{lit})/2\sigma_{it}^2\right\} = N(r'_{lit}, \sigma_{it}^2) \tag{6}$$

で与えられる。 単位時間 τ の総損失雨量 $r_{\ell t}$ は，各々の成分が独立であると仮定すれば，

$$r_{\ell t} = x_{1t} + x_{2t} + \cdots\cdots + x_{nt} = \sum_{i=1}^{n} x_{it} \quad 。 \tag{7}$$

x_{it} は各々(6)式の分布を持つので，逐次“たたみこみ”を実施すると $r_{\ell t}$ の分布は次式で示される。

$$N(r'_{\ell 1t}, \sigma_{1t}^2) * N(r_{\ell 2t}, \sigma_{2t}^2) * \cdots * N(r'_{\ell nt}, \sigma_{nt}^2) = N(\sum_{i=1}^{n} r'_{\ell it}, \sum_{i=1}^{n} \sigma_{it}^2) \tag{8}$$

又，(8)式の確率変数を X_t とすれば，時刻T迄の累加損失雨量 $R_{\ell T}$ は、

$$R_{\ell T} = X_1 + X_2 + \cdots\cdots + X_T = \sum_{t=1}^{T} X_t \quad 。 \tag{9}$$

故に，(8)式を t に関して T回“たたみこみ”を行うと，$R_{\ell t}$ の分布は，

$N(R'_{\ell t}, \sigma_T^2)$。ここで、 $R'_{\ell t} = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} r'_{\ell it}$ 時刻T迄の平均累加損失雨量

$\sigma_T^2 = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{it}^2$ 時刻T迄の累加損失雨量の分散 (10)

以上で，時刻T迄の累加損失雨量 $R_{\ell T}$ は，(10)の分布で表せることを述べた。 $R_{\ell t}$ を確定的に論ずることの困難さは前述した通りであり，我々は次式で示される様に，降雨からどの程度の確率密度で損失雨量が誘起されるかしか言えない。

$$R_{\ell t} = R'_{\ell T} + \sigma_T \cdot (N.R.N.) \quad ,\ (N.R.N.)：標準正規乱数 \tag{11}$$

任意の時刻 $(T-\tau)$ ～T間における単位時間損失雨量 $r_{\ell T}$ は，

$$r_{\ell T} = R'_{\ell T} - R'_{\ell (T-\tau)} + \sigma'_T \cdot (N.R.N.)$$

ここで， σ'_T：時刻 $(T-\tau)$～T間の損失雨量の標準偏差 (12)

洪水予報を行う際の流出係数の推定，或いは流量計算を安全側に算出するには，有効雨量を多く，つまり損失雨量を少な目に見積れば良い。 (11),(12)式を変形して，次式程度の安全性を考慮し，損失雨量を抽出すれば充分であろう。

$$R_{\ell T} = R'_{\ell T} - \sigma_T \cdot |(N.R.N.)| \tag{13}$$

$$r_{\ell T} = R'_{\ell T} - R'_{\ell (T-\tau)} - \sigma'_T \cdot |(N.R.N.)| \tag{14}$$

(11)(12)(13)(14)式で $R'_{\ell T}$，$r_{\ell T}$ が負号を取ると不合理なので，その際には0としてやれば良い。

(2) 平均累加損失雨量 $R'_{\ell T}$ の決定　　我々が過去の記録から得られる資料は，累加雨量 R_T，累加損失雨量 $R_{\ell T}$，それに継続時間Tである。 筑後川小平地点上流域（流域面積 533.7 Km^2）の昭和35～40年に生起した 11 洪水によれば，$\log R_T$，$\log R_{\ell T}$，$\log T$ 相互間に，ほぼ直線的関係が認められる。 次に相互の相関係数値を示す。

表－1 相関係数

$\log R_T \sim \log R_{\ell T}$	$\log R_T \sim \log T$	$\log R_{\ell T} \sim \log T$
0.9794	0.7973	0.8111

表－2 偏相関係数

$\beta_{\log R_{\ell T} \log R_T \cdot \log T}$	0.7497
$\beta_{\log R_{\ell T} \log T \cdot \log R_T}$	0.0844

$\log R_T$，$\log R_{\ell T}$，$\log T$ を直交座標軸に指定し，最小自乗法を用いた最良近似平面は次式で示される。

$$\log R'_{\ell T} = 0.2240 + 0.7497 \log R_T + 0.0844 \log T \tag{15}$$

(15)式を変形すると，

$$R'_{\ell T} = 1.6748\ \exp(1.7262 \log R_T + 0.1943 \log T) \tag{16}$$

となり，(16)式を(11)～(14)式中の R'_{eT} として用いる。

(3) 標準偏差 σ'_T，σ_T の推定　　これを決定するのは非常に困難であるが，次の様に仮定すれば比較的実測値との誤差の範囲を満足する。各洪水記録を用いて，単位損失雨量（1 mm）当りの分散及び標準偏差を算出すれば，

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(P_i - \bar{P})^2 = 0.0096 \quad , \quad \sigma_0 = 0.0980 \tag{17}$$

ここで，σ_0^2：単位損失雨量当りの分散　　$P_i = \dfrac{R_{eo} - R'_{eT}}{R'_{eT}}$

R_{eo}：実測累加損失雨量，R'_{eT}：(16)式に算定累加損失雨量

$\sigma'_t = K\sigma_0$ が成り立つと仮定し，Kとして単位時間平均損失雨量を取ると，

$$\sigma'_t = \sigma_0(R'_{et} - R'_{e(t-\tau)}) = 0.0980\,(R'_{et} - R_{e(t-\tau)}) \tag{18}$$

又，(10)式によれば，時刻Tにおける累加損失雨量の分散は，単位時間損失雨量の分散の和で求められる。

$$\sigma_T^2 = \sum_{t=1}^{T}\sigma_t'^2 = \sum_{t=1}^{T}\sigma_0^2(R'_{et} - R'_{e(t-\tau)})^2 \tag{19}$$

$$\sigma_T = \sigma_0\sqrt{\sum_{t=1}^{T}(R'_{et} - R'_{e(t-\tau)})^2} = 0.0980\sqrt{\sum_{t=1}^{T}(R'_{et} - R'_{e(t-\tau)})^2} \tag{20}$$

(4) 考察　　以上で損失雨量の推定法を述べたが，流域の細部機構の複雑性をかんがみ，物理的な見地を離れて，統計的観点から近似している。資料が数多くあれば，前期雨量の影響，初期流量等を考慮してデータを分類し，各々の相関を求めると，一応精度があがるだろう。本報では $\log R_T$，$\log R_{eT}$，$\log T$ を座標軸に指定したが流域の特性に応じた最も良い相関係数を示す函数を座標軸に選べば良い。洪水予報の際の流出係数の算定及び時間損失雨量の安全度を見込んだ値は，(16)(18)(20)式を(13)(14)式に代入することにより求められる。

初期損失雨量の推定は(16)式を用いて，$R_T = R'_{eT}$ と置くことにより，

$$R_T = 7.8483\,\exp(0.7762\,\log T) \tag{21}$$

を満足する R_T が初期損失雨量となる。

又，流出係数の時間的変化は，

$$f = \frac{r(t) - r'_{et}}{r(t)} \qquad \begin{cases} f & ：時刻(t-\tau)\sim t 間における流出係数 \\ r(t) & ：時間雨量 \\ r'_{et} & = R'_{et} - R'_{e(t-\tau)} \end{cases} \tag{22}$$

(16)式を用いての算定累加損失雨量と，実測累加損失雨量との誤差は，1.6 ～ 13.8 ％程度で，大部分（9洪水）が 7％ 以下であって，かなり良い精度を与えていると考えられる。

Ⅳ 終りに

最近，流出過程のモデルが数多く提案されており，巧妙な興味深いものが多い。そして，損失雨量の除法が計算精度に大きく影響するものが大部分である。損失雨量の過程のシステム化は，未だ一般化されているとは言い難く，将来この分野の解明化が望まれる。

終りに，資料の整理に協力された，天本豊子氏に感謝する。