

II-42 成層流からの取水について 〈流れにおよぼす障害物の影響〉

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗

京都大学大学院 学生員 ○野口 正人

1. まえがき

二層流からの選択取水や、多層流からの取水等を行なう場合、たまにはブロッキング現象を防ぐために特殊な形状の構造物が取水口附近に設置されると好ましいこともあるが⁽¹⁾、一般には、障害物のない場が取り扱われている。しかし、取水口設置後に河床に惹き起こされた変形や、流砂吸い込み防止壁等のため、常に障害物がない状態を保つことは困難である。実際、波状水路での開水路流れや、気象学における山を通る気流の問題等のように、障害物上の流れについてのいろいろな研究がなされている。ここでは、成層流からの取水に当って、障害物が流れにどのような影響を与えるかを考察した。

2. 理論的考察

図1に示すように、line sink への流れに鉛直壁が設けられた場合を考える。このような二次元モデルで、流れが非圧縮性・非粘性と仮定されると、流れの方程式は、

$$\nabla^2 \psi + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dy} \frac{(\nabla \psi)^2}{2} = \zeta(\psi) + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dy} \left[\frac{U^2}{2} + g(y_0 - y) \right] \quad (1)$$

ここに、 ζ は上流における渦度であり、 y_0 はそのどの流線の高さである。ここで ρU^2 が一定であり、無限遠上流で密度が高さ方向に線形な分布をしていると、(1)式はよく知られた Helmholtz 方程式(2)になる⁽²⁾。

$$\nabla_{(\xi, \eta)}^2 \delta + k^2 \delta = 0 \quad (2)$$

なお、 $\delta = \psi - \psi_0$ 、 $k^2 = F^{-2}$ であり、 ξ, η は無次元化された長さである。

いま、考えているモデルに対する(2)式の有効性については疑問もあるが、十分大きな貯水池から水を取るような場合に、 $\rho U^2 = \text{一定}$ の仮定がほぼ満たされていることは Yih も述べている⁽³⁾。そこで(2)式を以下の境界条件のもとで解く。

$$\left. \begin{aligned} \eta = 0, 1 \text{ で } \quad \delta = 0 \quad ; \quad \xi = 0 \text{ で } \quad \delta = \eta - 1 \\ \xi = -\xi_0, 0 \leq \eta \leq 1 \text{ で } \delta \text{ は連続} \\ \xi = -\xi_0, 0 \leq \eta \leq a \text{ で } \delta = \eta \quad ; \quad \xi = -\xi_0, a < \eta \leq 1 \text{ で } \delta \text{ は連続} \\ \xi \rightarrow -\infty \text{ で 波は起らず、} \delta \text{ は全領域で有界である。} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3)の境界条件を考慮すると、 ψ は

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \eta + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \cdot e^{an\xi} \cdot \sin n\pi\eta \quad ; \quad \xi \leq -\xi_0 \\ \psi &= \eta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cdot \sin an\xi_0 \cdot \sin an(\xi + \xi_0) \cdot \sin n\pi\eta \\ &\quad + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{2}{n\pi} + \left(A_n - \frac{2}{n\pi} \right) \frac{e^{-2an\xi_0} - 1}{e^{2an\xi_0} - 1} \right\} e^{an\xi} \cdot \sin n\pi\eta \quad ; \quad -\xi_0 \leq \xi \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、Drazin と Moore の手法⁽²⁾を参考に、係数 A_n に対する方程式を求めると、

$$\int_0^a g(\eta') \cdot K(\eta, \eta') d\eta' = \eta + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cdot e^{-an\zeta_0} \cdot \sin n\pi\eta \quad ; \quad 0 \leq \eta \leq a \quad (5)$$

(5)式において、 $K(\eta, \eta') = \sum_{n=N+1}^{\infty} (1 - e^{-2an\zeta_0}) / a_n \cdot \sin n\pi\eta \cdot \sin n\pi\eta'$ であり、また、 $g(\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n S_n \sin n\pi\eta$ ($0 \leq \eta \leq 1$) ; $S_n = 2/n\pi \sin an\zeta_0$ ($1 \leq n \leq N$)、 $-2(A_n - 2/n\pi) e^{an\zeta_0} / (e^{2an\zeta_0} - 1)$ ($N+1 \leq n$) である。

○ 数値計算

$0 \leq \eta \leq a$ における $g(\eta)$ 、 η 、 $\sin n\pi\eta$ のフーリエ係数をそれぞれ g_s, H_s, P_{ns} とし、 $K_{st} = \sum_{n=N+1}^{\infty} (1 - e^{-2an\zeta_0}) / a_n \cdot P_{ns} P_{nt}$; $G_t = H_t + \sum_{n=N+1}^{\infty} 2/n\pi \cdot e^{-an\zeta_0} P_{nt}$ とおくと、(5)式は次のように表わされる。

$$g \cdot K = G \quad (6)$$

ただし、 g および G は g_s, G_s を要素とする行ベクトルであり、 K は K_{st} を要素とする行列である。したがって (6)式より g_s が求まり、

$$g = G \cdot K^{-1} \quad (7)$$

これより、 A_n は

$$A_n = 2/n\pi - 2 \sinh an\zeta_0 / a_n \cdot \sum_{s=1}^{\infty} g_s \cdot P_{ns} ; n \geq N+1 \quad (8)$$

で与えられる。これを (4)式に代入すると流線が求まるが、(6)式における g, G 等は無限個の要素をもつので、実際の計算に当っては要素の数 M をもって近似させなければならぬ。

3. 実験的考察

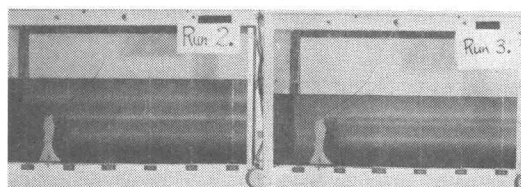
実験は写真に示されるような、長さ 4 m、幅 25 cm、高さ 36 cm の水平に設置された水槽に 7 mm のスリットを設けて行なった。密度の線形分布は Deblor や Koh も述べているように、かなり容易に作られた。また、流線を識別するために過マンガン酸カリで着色したがこれより流線の大体を知ることが出来る(写真 1, 2)。このことより、中間取水の場合⁽⁴⁾と同じく、非常に小さいフルード数でアロッキングの起ることがわかる。

なお、ウォーター・アローを注入して求めた流速分布(仮想流)の一例は表 1 に挙げられる。これからわかるように、障壁に近づくにしたがい、有効な流水断面積が減少し、流速はかなり加速される。ここでは line sink への流れを考えたが、取水口がある程度の広さを持っているときでも、障壁高に較べて小さい時には、これと似たことがいえる。

なお、数値計算結果およびその他の実験結果については、講演時に発表する予定である。

参考文献

- (1) Yih, C.S., "Dynamics of Nonhomogeneous Fluid" 1965, Macmillan (2) Long, R.R., Tellus V, 1953
(3) Drazin, P.G. & Moore, D.W., J. Fluid Mech. 28, 1967 (4) 大西・日野, 第 23 回年次学術講演会要録, 1968



F = 0.007
a = 0.51, $\zeta_0 = 0.76$

F = 0.016
a = 0.58, $\zeta_0 = 0.88$

Photo. 1

Photo. 2

Value of u/U

η	$\xi=0.5$	$\xi=2.6$	$\xi=11$	η	$\xi=0.5$	$\xi=2.6$	$\xi=12$
0.90	-0.06			0.91	-0.14		
0.86	-0.13		-0.11	0.86	-0.06		
0.81	-0.07		0.0	0.81	-0.05	-0.06	-0.04
0.77	-0.13		-0.05	0.76	-0.02	-0.13	0.02
0.72	-0.07		0.01	0.71	-0.02	-0.05	0.12
0.68	0.0	0.0	0.30	0.66	-0.02	-0.03	0.32
0.63	0.13	0.0	0.66	0.61	0.05	-0.06	0.65
0.59	-0.19	1.2	0.56	0.56	0.10	0.21	0.95
0.54	0.13	1.2	0.51	0.51	0.14		1.2
0.50	0.37	0.37	1.4	0.46	0.22	2.9	1.4
0.45	0.38	0.63	1.6	0.41		3.6	1.3
0.41	0.69	3.2	1.6	0.36		3.4	1.4
0.36	0.57	6.5	1.8	0.31		0.50	0.83
0.32	-0.32	7.2	1.8	0.25		-0.06	0.55
0.27	0.32	3.2	1.3	0.20		-0.11	0.39
0.23	0.0		0.98	0.15		-0.11	0.16
0.18	0.12	-0.38	0.89	0.10		-0.27	0.0
0.14	0.38	-0.25	0.86	0.05		-0.06	-0.04
0.09		-0.12	0.50				
0.05		-0.06					
F = 0.005 a = 0.324, $\zeta_0 = 0.901$				F = 0.015 a = 0.365, $\zeta_0 = 1.02$			

TABLE - 1