

1 はしがき

水平な一様流の流れのなかに、これと直角方向に密度差のある液体が放出された場合、放出水脈の流速や濃度の低減状況、水脈の平均経路あるいは拡散幅の変動状況などについて若干の理論的および実験的考察を行なった結果について報告する。なお、ここで取扱われる範囲は、放出口流速が大きかつ放出水の密度差が比較的小さい場合であって、換言すれば放出水の慣性効果が密度差による重力効果に比しかなり大きい比率を持つ場合を考察の対象としている。

2 理論的考察

1) Tollmien の解と Morton の解との接続

周知のように、前者の解は密度差の全くない場合、後者の解は密度差の卓越する場合のそれぞれ噴流内の流速や濃度低減を表わすものである。しかし、両者の解は互に不連続であるので、前述の流れを対象する限り、中間領域に適合する解を求める必要がある。

密度 ρ_1 (一定) の周囲水中へ鉛直上方に密度 ρ_0 の液体が放出されたとする。放出水の断面形状や断面内の流速分布は相似が保たれ、また水脈中への周囲水からの連行量は鉛直方向の代表流速 U に比例するものとするれば、流れを規定する基礎方程式は次のように表わされる。

$$\text{運動量方程式} \quad \frac{d(\rho b^2 U^2)}{dx} = (\rho_1 - \rho) g b^2 \quad (1)$$

$$\text{流量の連続式} \quad \frac{d(b^2 U)}{dx} = 2\alpha b U \quad (2)$$

$$\text{質量の連続式} \quad (\rho_1 - \rho) b^2 U = (\rho_1 - \rho_0) b_0^2 U_0 \quad (3)$$

ここに ρ ; プリューム内の密度, b ; プリューム断面の半径
 α ; 連行係数, b_0 ; プリューム断面の初期半径
 U_0 ; プリュームの初期代表流速

いま、 $(\rho_1 - \rho)/\rho_1 = \varepsilon$ とおいて (1) および (3) に代入し、両式より ε を消去すれば

$$\frac{d(b^2 U^2)}{dx} = C g \left(\frac{1}{g} \frac{dU}{dx} + \frac{1}{U} \right) \quad (4)$$

$$\text{ここに} \quad C = \varepsilon b^2 U = \varepsilon_0 b_0^2 U_0; \quad \varepsilon_0 = (\rho_1 - \rho_0)/\rho_1 \quad (5)$$

(4) において、 $C = 0$ とすれば Tollmien の解が、また右辺第 1 項を省略すれば Morton の解が導かれる。そこで Tollmien の解を基本解とし、(4) および (2) を満足するような逐次近似解を水下のような手順で求める。

$$\text{いま、} \quad \varphi = \varphi_0 + \varphi', \quad \varphi_0 = b_0 U_0, \quad \varphi = b U \quad (6)$$

とおき (2) および (4) に代入し、その結果を φ' について線形化する。さらに両式より φ' を消去すれば

ば、プリューム内の流速低減を規定する微分方程式が次のように求められる。

$$\frac{du}{d\xi} \left(\frac{1}{u} - \varepsilon_i \right) = \frac{1}{F_i^2 u} - 2\alpha u \quad (7)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} Cg = Q = \frac{b_0 U_0^3}{F_i} \quad , \quad F_i = \frac{U_0}{\sqrt{\varepsilon_i g b_0}} \\ u = U/U_0 \quad , \quad \xi = x/b_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

境界条件 $\xi = 0$, $u = 1$ を満足する(7)の解は次式で示される。

$$\frac{F_i}{2\sqrt{2\alpha}} \log \left\{ \left(\frac{u + \frac{1}{\sqrt{2\alpha F_i}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2\alpha F_i}}} \right)^{1 + \frac{F_i^2}{\sqrt{2\alpha F_i^3}}} \left(\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2\alpha F_i}}}{u - \frac{1}{\sqrt{2\alpha F_i}}} \right)^{1 - \frac{F_i^2}{\sqrt{2\alpha F_i^3}}} \right\} = \xi \quad (9)$$

上記の解は、中間領域において密度効果の現われ始める段階での Tollmien の解から Morton の解への移行課程の前半部を示すものであって、現象は内部 Froude 数 F_i のみならず、Froude 数 $F_0 = U_0/\sqrt{g b_0}$ によっても支配されることを示している。図-2 および図-3 は $\alpha = 0.1$ としたとき、それぞれ Froude 数の小さい場合と大きい場合の(9)の数値計算結果を表わしたものである。両図より以下のような移行特性が指摘される。①：密度差 ε_i が一定でも、 F_0 が小さい程 Tollmien の解からの移行が早く始まる。②： F_0 が一定の場合には、 F_i が小さい程 (ε_i が大きい程) 同様な結果となる。③：どのような F_0 でも $F_i = \infty$ ($\varepsilon_i = 0$) では Tollmien の解と一致する。④：移行後は x/b_0 の値が大きくなるにつれしだいに Morton の解に近付く。

2) 平均経路の概算

原点よりエ方向に初速度 U_0 で放出された水脈が、水平方向の一樣流によってどのように水脈が変形されるかを概算する。ここでは U_0 が水平流速 U_c に比し大きく、平均経路のエ軸からのへだたりがそれ程大きくならないうちに水脈が自由表面に到達すると考える。すなわち、

平均経路は

$$\frac{dx}{dy} = \frac{U}{U_c}$$

(10)

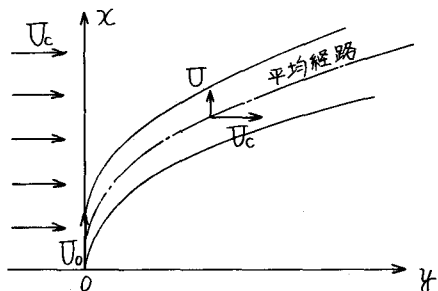


図-1 水脈の平均経路

を満足するとした場合、 U には鉛直噴流における代表流速を用いてもさしつかえないと考える。

いまかりに、上式の U に Tollmien の解および Morton の解を代入して解けば、それぞれ次のような平均経路が示される。

$$\log \left(\frac{x}{d_0} \right) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{U_0 y}{U_c d_0} \right) + \log \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \quad (11)$$

$$\log \left(\frac{x}{d_0} \right) = \frac{3}{4} \log \left(\frac{U_0 y}{U_c d_0} \right) + \log \left\{ \left(\frac{10}{9\alpha} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{9}{20 F_i^2} \right)^{\frac{1}{4}} \right\} \quad (12)$$

いずれの場合についても、平均経路を両対数紙で表わすとすれば、たとえば縦軸に $\log(x/d_0)$ 、横軸に $\log(U_0 y / U_c d_0)$ をとって示すことが合理的であり、また密度差のない場合には直線の傾斜が $1/2$ となり、慣性効果のない場合には $3/4$ となることが示される。中間領域では(9)の性格から必ずしも直線とはならず、その傾斜も $1/2 \sim 3/4$ の中間となり、前述の移行特性に応じた変化を示すであろう。

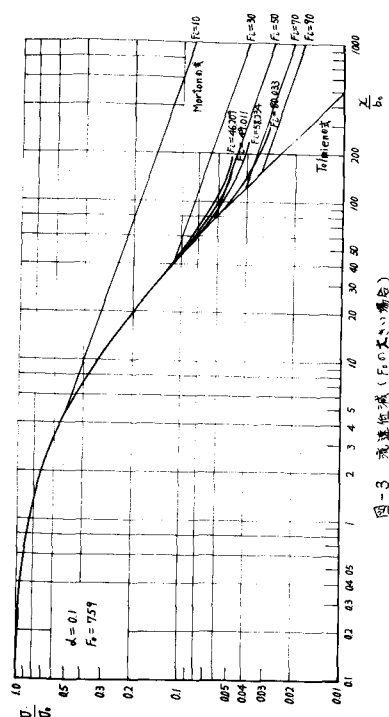
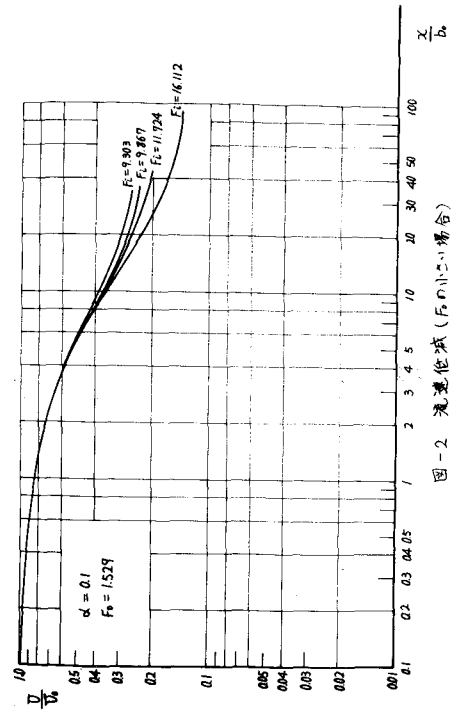
ことが想定される。($d_0 = 2b_0$)

2 実験的考察

1) 放流水脈の平均経路

実験は、 $12m \times 5m \times 0.5m$ の迴流式 扁平水槽を用い、有効水深 $20cm$ 、水平一様流速 $U_c = 5.35 cm/sec$ の下で、放出口流速を5通り、それぞれにつき密度差を5通りに変化させて行なった。放出水は周囲水より重い塩水を用いたため、重力効果の相似性を保たせるため水面直下より鉛直下方に放出した。側方より水脈を写真撮影し、水脈の中心線軌跡を無次元化して両対数紙上にplotしたものが図-4および5である。前者は F_0 の小さい場合、後者は F_0 の大きい場合に相当し、平均経路を $E_c(F_0)$ をパラメーター として表わしたものである。両図より以下の事項が指摘される。

①：放出口流速(F_0)の高い場合は、 E_c の値(F_0)のいかにかわらず、平均経路は両対数紙上で傾斜 $1/2$ の同一直線で表わされる。 ②：放出口流速の低い場合は、 E_c の値が大きくなるにつれ(F_0 の値が小さくなるにつれ)、平均経路の傾斜は $1/2$ よりしだいにきつくなり、実験範囲では $3/5$ まで増加する。 ③： 上記より平均経路は本質的には F_0 と F_0 の影響を受けるが、①の場合は慣性効果が支配的であるので現象があたかも F_0 のみによって決定されたように見られる。これに反し②の場合は、明らかに F_0 と F_0 の両者に支配される中間領域に相当する。 ④：図-4の実験条件は、図-2の流速低減に関する理論的結果に対応し、図-5の実験条件は図-3の結果にそれぞれ対応している。前者では $x/d_0 > 5$ より早くも $F_0(E_c)$ の影響が現われ始めるが、後者では $x/d_0 > 50$ ようやくその影響が現われる。すなわち平均経路は、 F_0 の値が小さい程 F_0 の影響が強く現われると云う上記の理論的結果からも良く裏付けられることが知られる。



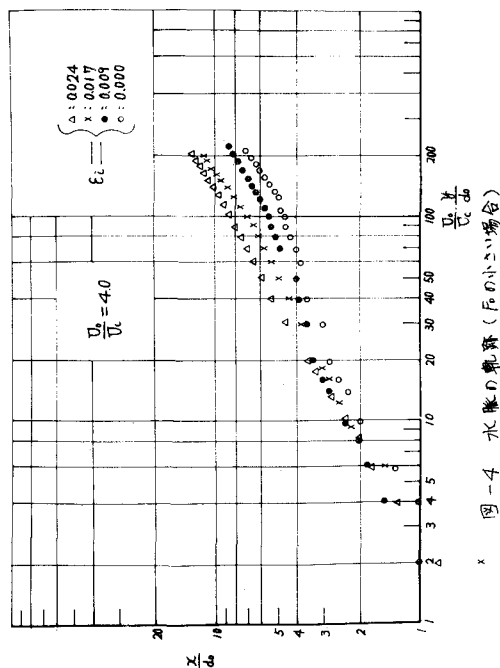


図-4 水脈の軌跡 (F₀の小さい場合)

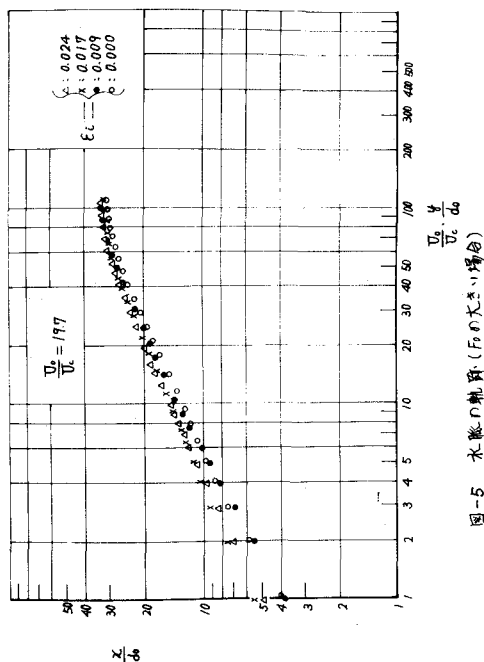


図-5 水脈の軌跡 (F₀の大きい場合)

2) 拡散幅の時間的変動

放出水の拡散特性課程を詳細に検討するためには、拡散に及ぼす乱れの細部機構を明かにしなければならない。ここでは、それを求める手がかりの一つとして放出水脈の拡散幅の時間的変動に注目し、流下距離に伴って変動特性(無次元化した拡散幅変動のパワースペクトラム)がどのように推移するかを調べた。代表的な例として図-6(D点、流下距離50cm)、図-7(H点、2.5m)、図-8(N点、5.5m)を示す。すなわち、D点では7秒と30秒の周期の2ヶ所に山があり、前者の山が高い。H点では、9秒付近に小さい山、25秒付近に大きい山がある。N点では山が著しく長周期の密度が次第に高くなる。このことは、放出の際に生じた周波数の高い渦(これが周囲水を活発に運行する)が水脈の流下に伴いだいにその勢力を失いながら崩壊し、周波数の低いものへと変化し、やがては一樣流の乱れの中に吸収されて行く課程をかなり明確に指摘するものと考えられる。

なお本研究は、文部省科学研究費の補助を受けたものであり謝意を表する。

