

II-9 2次波峯現象における非線型性の解析

名古屋工業大学
名古屋工業大学

正員 細井正延
正員 石田 昭

1. はしぎき : 規則波の実験を行なう場合に、水深波長比 h/L が小さくなると、主峯のほか、2次波峯と呼ばれる小さな波が発生することが知られている。(図-3参照) この波は一見して、主峯よりも波速が小さいために、次々と主峯に追い越されていくように見える。この研究では、2次波峯現象の波形記録を周波数および波数に関して調和解析を行なった結果、両者の間には、一対一の対応がなく、非線型性の強い現象であることを見出した。

2. 実験方法 および 解析方法 : 実験に用いた水槽は、長さ26.4 m、幅60 cm、高さ1 mの片面ガラス張り水槽で、水深を20 cmとし、反射を消すために、約1/10勾配で碎石を敷いた。(汀線付近は約1/40)

図-1は、2次波峯現象を($x-t$)ダイヤグラムで示したもので、実線は主峯(波長: L_c)の進行を、破線は2次波峯(波長: L_s)の進行を示している。図から静水面より計った水位変動 $\eta(t, x)$ の値は斜線を施した領域の値が、 t 方向および主峯の進行方向にくり返されることがわかるから、主峯の速度 C_c を一定と考えて、

$$t = t' + \frac{x}{C_c} \quad (1)$$

のように、 t' を主峯の位置から計ることにすれば、 $\eta(t', x)$ は、 $\frac{1}{T}$ および $\frac{2\pi}{x}$ をそれぞれ、基本周波数および基本波数とする調和波に分解することができる。(T:主峯の周期 1.3 sec, X:追越し間隔または、2次波峯の発生間隔 270 cm) 実験技術の上で、波数の解析ができるほど多尺について、同時測定をすることができないので、1台の波高計を10 cm間隔で移動し、約3Xに相当する100尺において10 Tの記録をとり、0.1 secごとにデジタル化した。

C_c の値は波高計5台を約85 cm間隔で、水槽中央部に設置し、同時記録を求め、図-2に示すように主峯の位置を($x-t$)ダイヤグラムに表わすことによって、その傾きより求めた。これより、 C_c の値は、ほぼ一定値としてよいこと、その値は130 cm/secであることがわかる。

さて、水位変動 $\eta(t, x)$ は、一般的に

$$\eta(t, x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint A(k, f) \exp i(kx - 2\pi f t + \theta) dk df \quad (2)$$

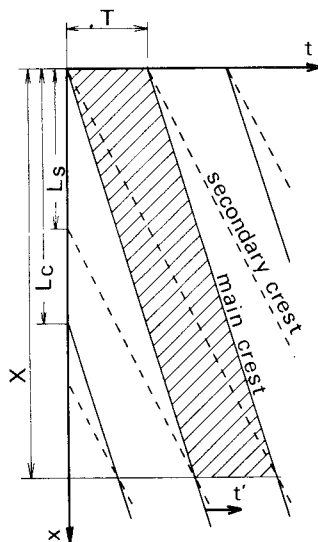


図-1 2次波峯現象の($x-t$)ダイヤグラムによる表示

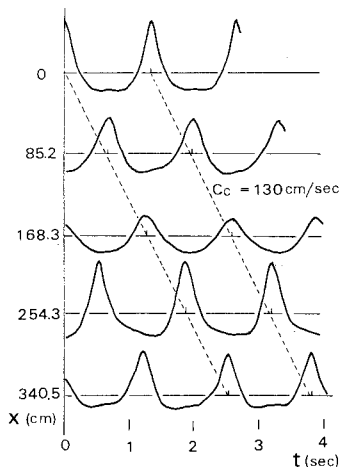


図-2 波形の同時記録

と置くことができる。上述のように t' をとれば、

$$\eta(t', x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint A(k', f) \exp i(k'x - 2\pi f t' + \theta) dk' df \quad (3)$$

となり、 k と k' の間には、

$$k - \frac{2\pi f}{c} = k' \quad (4)$$

が成立する。(3)式をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} & A(k', f) \exp i(\theta) \\ &= \iint \eta(t', x) \exp i(-k'x + 2\pi f t') dx dt' \quad (5) \end{aligned}$$

が得られる。さらに離散的表示に直せば、

$$\begin{aligned} & A(k'_n, f_m) \exp i(\theta_{nm}) \\ &= \frac{1}{M_x M_T} \sum_{x=0}^{M_x} \sum_{t=0}^{M_T} \eta(t', x) \exp i(-k'_n x + 2\pi f_m t') \\ &= \frac{1}{M_x} \sum_{x=0}^{M_x} \exp i(-k'_n x) \cdot \frac{1}{M_T} \sum_{t=0}^{M_T} \eta(t', x) \exp i(2\pi f_m t') \quad (6) \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$k'_n = k_n - \frac{2\pi f_m}{c} = \frac{2\pi n}{M_x} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} f_m &= \frac{m}{M_T} \\ & (n, m = 0, 1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \quad (8)$$

であり、 M_x, M_T は X および T の整数倍である。

3. 解析結果： 図-4は、波高の場所的变化。および(6)式中の $(1/M_T) \sum_{t=0}^{M_T} \eta(t', x) \exp i(2\pi f_m t')$ の絶対値を、 $M_T = 5T$ として、 $m = 5, 10, 15$ の場合に求め、それぞれ A_1, A_2, A_3 として示したもので、波は右側に進行する。図中 $\uparrow$ 印は、2次波峯が、主峯と主峯の間に明瞭に現われる。いわゆる発生位置を、 $\downarrow$ 印は主峯に追い越される位置(いずれも、 t 軸上の記録が、前後対称となる所とした。)を示している。図から、

- 1) 波高は、全体にわずかに減衰を示しながら、複雑に変動すること、
- 2) 発生間隔および追い越される間隔は、わずかに短くなること、
- 3) 発生位置は、追い越される位置間の中央よりやや沖側にあること、

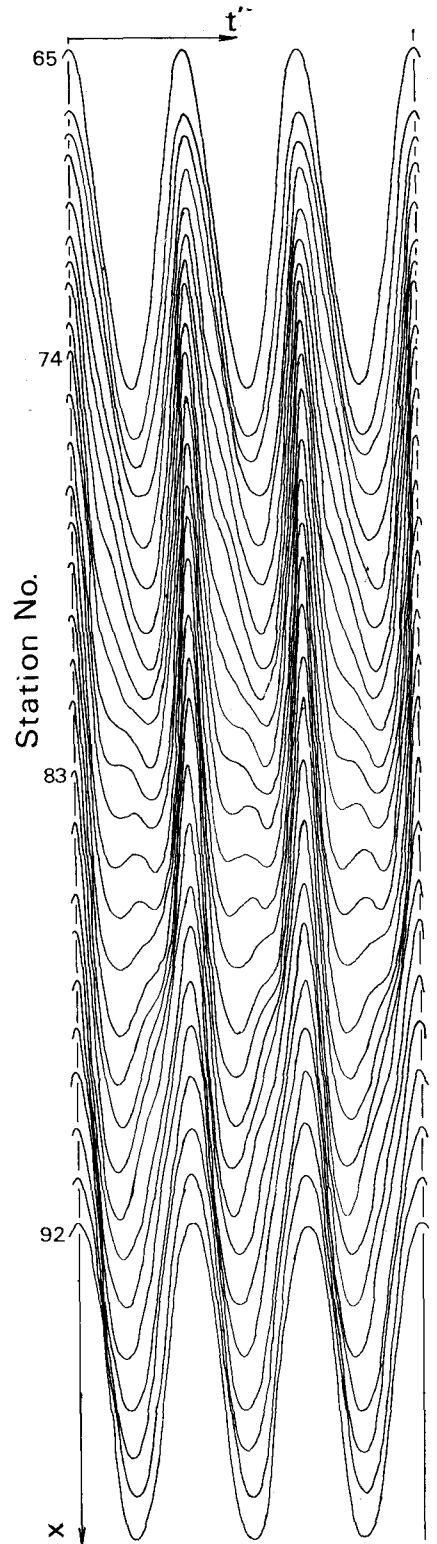


図-3 波形記録 $\eta(t, x)$

4) 波高にくらべて、1倍、2倍、および3倍周波数成分の振幅は規則的に変動し、 A_1 は、進行とともに規則性を強くして、 X および $X/3$ の間隔で変動するが、 A_2, A_3 は、 X の間隔で変動し、2次波峰の発生位置で最大となること、などがわかる。

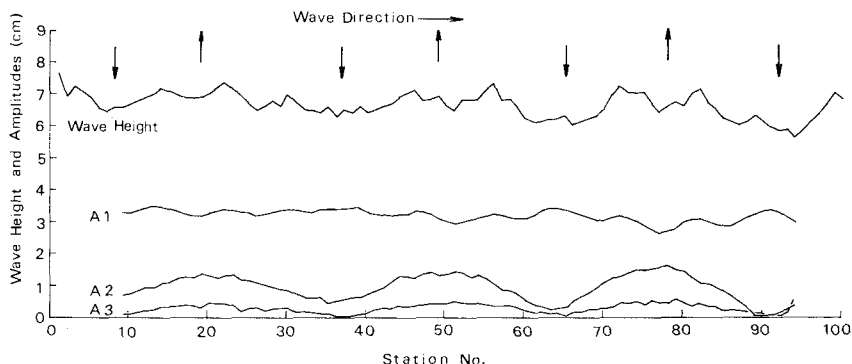


図-4 波高と振幅の場所的变化

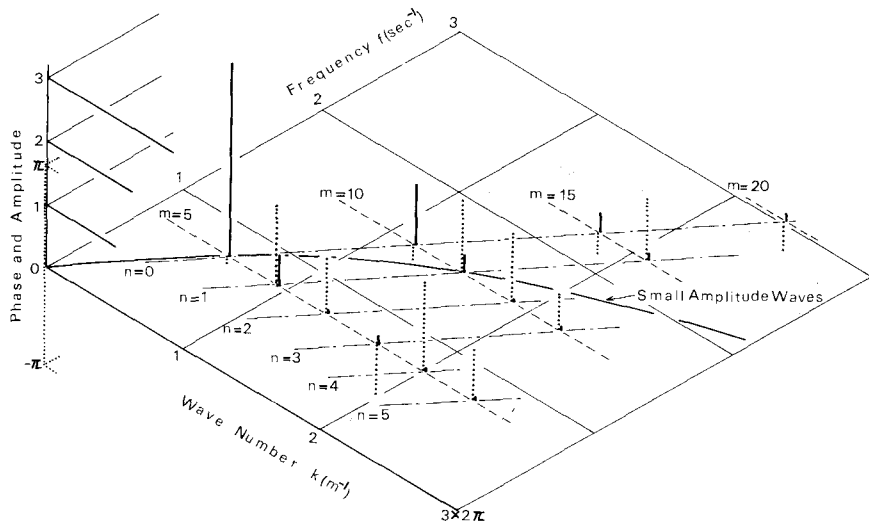


図-5 (周波数-波数)-振幅スペクトル

している。図-5は、この区間の $\eta(x, t)$ ($M_x = X$, $M_t = 5T$)を、(6)式によって調和解析し、横軸に周波数 f_m を、縦軸に(7)式によって変換した波数 k_n を、垂直軸には実線で $A(k_n, f_m)$ 、点線で初期位相 θ_{nm} を示したものである。また曲線は、微小振幅波理論にもとづく、 f と k の関係

$$2\pi f = \sqrt{kg \tanh kh} \quad (9)$$

を示したものである。この図からわかることは、

- 1) $A(k_0, f_5)$, $A(k_0, f_{10})$, $A(k_0, f_{15})$ および $A(k_0, f_{20})$ は波速が同じであり、初期位相は周波数に比例して増加すること、振幅は $A(k_0, f_5)$ が卓越して、順に小さくなっていることなどから、有限振幅波を構成し、これが主峰となっていること、しかし波速および波長は、周波数 f_5 をもつ微小振幅波と大差ないこと、
- 2) $A(k_1, f_5)$ と $A(k_2, f_{10})$ とは波速の小さい有限振幅波を構成し、上記の有限振幅波とは初期位相が約 π だけ違うこと、
- 3) $A(k_1, f_{10})$ は微小振幅波であり、位相は $A(k_0, f_5)$ と約 π だけ違うこと、

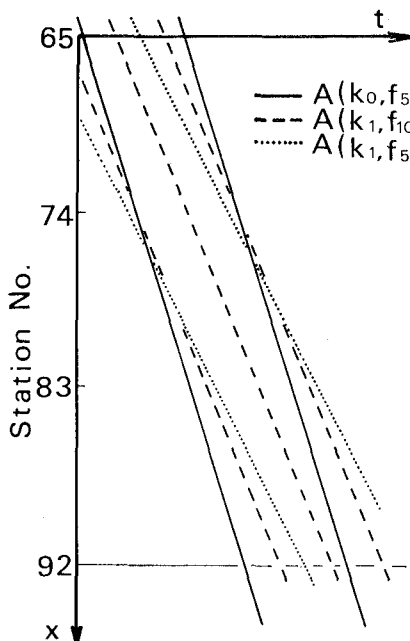


図-6 成分波の(x-t)ダイヤグラムによる表示

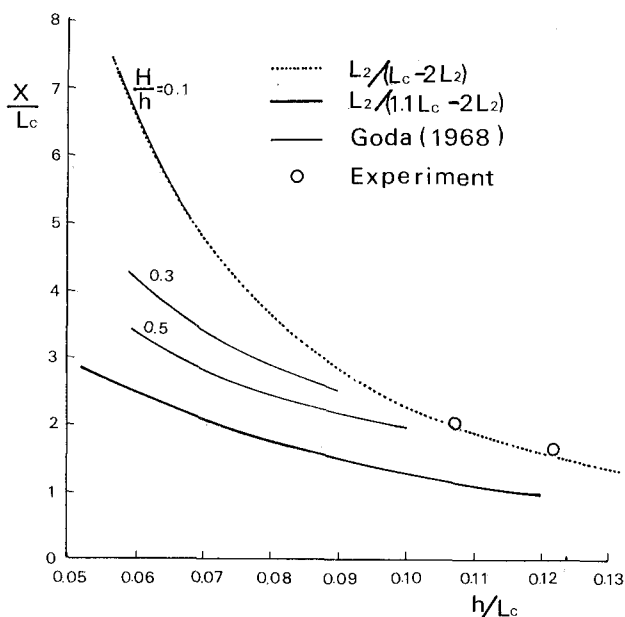


図-7 2次波峯の発生間隔

などがわかる。図-6は、 $A(k_0, f_5)$ 、 $A(k_1, f_{10})$ および $A(k_1, f_5)$ を(x-t)ダイヤグラムに、初期位相も考慮して表わしたものである。これによれば、

1) 78地奥付近に出現する2次波峯は、 $A(k_1, f_{10})$ の波峯であること、

2) 図-1の破線で示されるような波は存在せず、2次波峯の発生、追い越し現象は、種々の波が合成された結果として生ずる見掛けのものであること、

などがわかる。1例だけで断定することはできないが、2次波峯現象において、 $A(k_1, f_{10})$ が存在し、これが微小振幅波であるとすれば、その発生間隔は図-6を考慮すれば、次式によって計算できる。

$$X = \frac{L_c \cdot L_2}{L_c - 2L_2} \quad (10)$$

(L_c : 主峯の波長, L_2 : $A(k_1, f_{10})$ の波長)

図-7は、これによって計算した X/L_c の値を実線で示したもので、図から、この値は、 $H/h=0.1$ の場合の合田の研究結果と一致することがわかる。太線は、主峯が有限振幅波となって、波長 L_c が1割増加したと考えた場合の X/L_c の値を示したもので、 H/h が大きくなると X/L_c が小さくなるという合田の結果と同じ傾向を示している。実験値は2例だけであるが、実線に近いことがわかる。

4. あとがき : 2次波峯現象が、種々の波の合成された結果であることがわかったが、2次波峯の発生をみなくても、波高が場所的に変動する現象は同じ機構であると思われる。またこうした場所的な非定常が、不規則波さうには現地海岸でも生じているのかどうか研究したいと思っている。

参考文献 合田良実 : 造波水路における波浪実験の二、三の問題点について、第15回海岸工学講演会講演集 1968年12月, PP. 50-57.