I-217　吊橋の静力学的構造解析について

○ 信州大学　正員　夏目　正太郎
信州大学　正員　谷本　勉之助

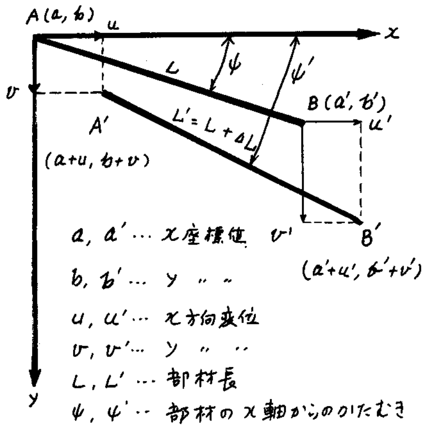
1．まえがき

吊橋にかぎらず、一般に柔軟な構造物の静力学的解法には、有限変形理論を応用しなければならないことは論をまたない。わが国における長大構造物の建設は、まだその歴史は浅くいろいろと検討されなければならぬ時期に当面していると思う。節点数の少ない構造物ならば、どんな方法で解いても大差はない。が、大節点をもつ雄大な構造物ともなると、事情は全く違ってくる。単に微小変形理論を延長したものとしては、有限変形理論で解決するものでない。ケーブルだけ張って、荷重を加えたときの変形を計算しようとすると、値を定めるのに苦労するのは、誰でも一度は経験することではなかろうか。したがって、架設時における吊橋の挙動にも同じことが起るであろう。解き上げた具体的な値に信頼性がなくてはならぬ。そこに誤差の評価が常になされなければ、特に吊橋のような柔構造であればなおさら必要なことである。

一方解析式の組立ては、電子計算機にかけやすいように仕組まれていなければならぬ。繰り返しを得意とする電子計算機には、漸化式であることに越したことはない。また、間違いが入らぬように、系統的に式組みが出来ることが、最も能率のよい解法といえよう。われわれは、従来からそのような方式である漸化変形法なるものを、機会あるごとに発表して来ている。ここで吊橋を解くにあたって、微小変形理論と、有限変形理論との違いこそあれ、単位構におけるカつりあいを書くだけの労で、漸化式になることが明確であり、tri-diagonal matrix の姿が見れるのである。また、吊橋においては、その構造上3次元的解法が必要であり、それには、各部材の各種変形を全部同時に考慮されねばならぬ。かくして吊橋全体の挙動が忠実に表現されよう。ケーブル，補剛桁，主塔等が完全に一体となって、初めて吊橋の真価が発揮されるのであり、主塔のたわみ，補剛桁の挫屈なども枝わかれして論ぜられよう。多径間連続吊橋では主塔をいくつも、くぐり抜けねばならぬが、主塔の挙動に関する枝出し作業で取り込むことが出来る。

有限変形理論で入るべき、非線形の項は、若し必要ならば何項でも取ることが出来、計算上の精度も期待しうる。試算した所では、構造物の形状が非常に柔軟である場合には、iteration の回数が増加することは当然と云えよう。補剛桁を吊りさげても一端の動きをおさえなければ不安定な構造となり、ここに架設時における変形を決めるのに困難さを思わせるのである。さらに、吊材は、斜め吊材のときに補剛桁に推力が出ることは知られているが、鉛直な吊材にても有限変形理論では補剛桁に推力を考えるべきである。また各部材には、変形後に軸力の増加があることは当然であるが、変形後の姿で力釣り合いを書く時、おのずから、軸力の増加が導入されているとの観点より、その増加分によるというような表現は出てこない。あくまで形状の変化のみで釣りあい式が構成されているのである。また試算の域を出ないので何ともいえないが、誤差の集積をかなりおさえることが出来ると判断する。それは過去において、有限要素法や，格子構造で、非常に沢山な節点をもつものの数値計算を経験し、その時の計算手法は今回も同じように踏襲しているからである。

2. 基本式



$$\begin{bmatrix}\cos\psi \\ \sin\psi\end{bmatrix} = \frac{1}{L}\begin{bmatrix}a'-a \\ b'-b\end{bmatrix}, \quad L=\sqrt{(a'-a)^2+(b'-b)^2}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\psi' \\ \sin\psi'\end{bmatrix} = \frac{1}{L'}\begin{bmatrix}(a'-a)+(u'-u) \\ (b'-b)+(v'-v)\end{bmatrix}$$

$$L'=\sqrt{\{(a'-a)+(u'-u)\}^2+\{(b'-b)+(v'-v)\}^2} \quad \cdots(1)$$

以上で各部材の長さならびに射影子が、変形前と変形後の型がきまる。こゝで有限変形における部材の伸びは

$$\Delta L = \lfloor \cos\psi + \mathbf{U},\ \sin\psi + \mathbf{V} \rfloor (\mathbf{U}' - \mathbf{U}) \quad \cdots(2)$$

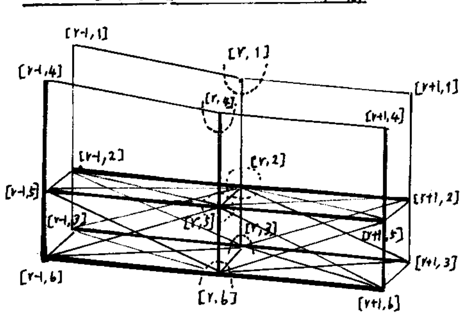
であり、$\mathbf{U}$と$\mathbf{U}'$は節点における各部材の始端, 終端であり

$\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$は非線形項としてあらわれるもので、別途計算されねばならぬ。この項がなければ、微小変形理論の撓化変形法と全く一致することになる。基本式としては、軸力, 剪断力, 曲げモーメントによるつり合い式を求めれば、それらの組合せによって、書きならべられるだけである。

$$\begin{bmatrix}\mathbf{V}(0) \\ \mathbf{V}(1)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha & \beta \\ \alpha' & \beta'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{U}(0) \\ \mathbf{U}(1)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\gamma \\ \gamma'\end{bmatrix}\mathbf{K}, \quad \mathbf{V}=\begin{bmatrix}F \\ S \\ M\end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}=\begin{bmatrix}u \\ v \\ \theta\end{bmatrix} \quad \cdots(3)$$

（3）は2次元的挙動を示すが、立体解析になると、これに T, と φ なるねじれに関するものが加わる。

3. Double-Deck の吊橋



Double-Deck 吊橋では単位構におけるつりあい式の係数マトリクスが

$[A\ \ B\ \ C]_r$ の型となりそれぞれ30×30の大きさとなる。その中で補字1, 4は3×3であり. 2, 3, 5, 6は6×6のものである。要素の配置は右のようになる。

$$A_r = \begin{bmatrix} a_1 & & & & & \\ & a_2 & a_2'' & & d_2'' & \\ & a_3' & a_3 & & & d_3'' \\ & & & a_4 & & \\ & d_5' & & & a_5 & a_5'' \\ & & d_6' & & a_6' & a_6 \end{bmatrix}_r \qquad (4)$$

$$B_r = \begin{bmatrix} b_1 & b_1'' & & & & \\ b_2' & b_2 & b_2'' & & e_2'' & \\ & b_3' & b_3 & & & e_3'' \\ & & & b_4 & b_4'' & \\ & e_5' & & b_5' & b_5 & b_5'' \\ & & e_6' & & b_6' & b_6 \end{bmatrix}_r \qquad (5)$$

$$C_r = \begin{bmatrix} c_1 & & & & & \\ & c_2 & c_2'' & & f_2'' & \\ & c_3' & c_3 & & & f_3'' \\ & & & c_4 & & \\ & f_5' & & & c_5 & c_5'' \\ & & f_6' & & c_6' & c_6 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

このように大型なマトリクスになれば、いよいよ撓化方式に頼るほかない。われわれは、計算の能率と、解の信頼性をたもつよう努力している。この稿においては未だ数値結果は見られないが、発表当日には、ご覧いただけると信ず。