

九州大学 正員 小坪 清真
 学生員 〇島野 清

(1) はやがき

一般に、曲げのみをうける橋梁の各支点が異なる地震波をうける時の橋脚の応答は、従来、各次数のモードを重ね合わせて求める *Modal analysis* の適用が確認されている。しかし、吊橋や高橋脚のようにケーブルの变形とか、橋脚の換れとかいった現象が曲げと共存して起こり、その影響が無視出来ない複合構造物に対しても、この *Modal analysis* が適用できるか否かの問題がある。そこで、著者等は吊橋の各支点が橋軸直角方向に異なる地震波を受ける場合の応答解析に *Modal analysis* が適用できるか模型実験を行ったが、計算値と実験値にひらきがかった。その原因は、桁内の曲げ液動速度とケーブル内の液動速度が異なることによるものであらうと考えられた。

そこで、弦の振動の微分方程式と換れのそれとが同一であることから、単に換れだけ生じる模型に対して実験を行い、(1)慣性モーメントが断面一様に分布しているものとして *modal analysis* で、(2)24個の多質点系に分割する方法、(3)液動論による方法、の3通りで応答計算を行ないその結果を比較してみた。

(2) 実験とその概要

材料として換れ棒に鋼棒($\phi=10\text{mm}$)を使用し、10cm間隔に1個の割合いで換れを生じやすくするために、直径10cm、厚さ1cmの鉄の円盤をはめ込んだ。支点Aは固定し、支点Bはバアリンクで回転できるようにして、外乱角加速度を与えられるようにした。外乱角加速度は図-1のように、最下端の円盤($\phi=16\text{cm}$)の上に右左2個の歪式加速度計を張り付けその平均値から求めた。ゲージはX印の位置に90°交叉した2枚ゲージを張った。

記録は、一端支点Bに角加速度を与えてその応答ひずみを strain Meter から Photo Corder に記録した。

(3) 理論計算

ϕ を換れ角, θ を断面の回転角とすると $\phi = \frac{d\theta}{dx}$

換れ角は換れモーメント(T)に比例し、せん断弾性係数(G)に反比例するから、 k をねじり定数とすると $\phi = T/kG$

換れ液動の場合、 I_0 を断面の重心に関する2次極モーメント、 w を単位体積重量とすると、

$$\frac{w}{g} I_0 \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

結局(1)式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - G^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad G = \sqrt{\frac{kGg}{wI_0}} \quad (2)$$

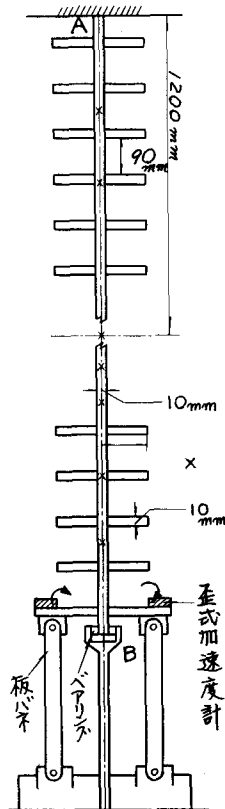


図1 模型概略

(2) 式に $\Theta = \Theta(x) (C_1 \sin \pi x / l + C_2 \cos \pi x / l)$ とおき境界条件 $x=0, x=l$ で $\Theta=0$ を解くと

$$\Theta = \sum_{s=1}^{\infty} A_s \sin \frac{s\pi}{l} x \quad (3)$$

(i) Modal analysis

半径 r なる円形断面の場合、 $I_0 = \pi r^4 / 4$ となるから、銅棒の半径、単位体積重量を r_c, w_c 、又鉄の円盤半径、単位体積重量を r_s, w_s とすれば、円盤の $w I_0$ が銅棒だけの部分にも等分布していると仮定すると、 $w I_0$ と C_1 は次のようになる。

$$w I_0 = \frac{w_c}{2} \pi r_c^4 + \frac{w_s}{2} \pi r_s^4 \cdot \frac{1}{10} \quad C_1 = \sqrt{\frac{K G g}{w I_0}} = \sqrt{\frac{10 G g w_c^4}{10 w_c r_c^4 + w_s r_s^4}}$$

q を一般座標、 S 次の振動型、固有円振動数、減衰定数を Θ_s, n_s, h_s とすると運動エネルギー K ひずみエネルギー V 、散逸率 F は次式で表わせる。

$$K = \frac{w I_0}{2g} \sum_{s=1}^m \dot{a}_s^2 \int_0^l \Theta_s^2(x) dx, \quad V = \frac{w I_0}{2g} \sum_{s=1}^m n_s^2 a_s^2 \int_0^l \Theta_s^2(x) dx, \quad F = \frac{w I_0}{2g} \sum_{s=1}^m 2 h_s n_s \dot{a}_s^2 \int_0^l \Theta_s^2(x) dx$$

又、一端固定点 A が 1 だけ変位した時の静的弾性変形曲線を $f(x)$ とすると、一般力 Q_s は次式となる。

$$Q_s = -\frac{w I_0}{g} \ddot{\phi} \left\{ \int_0^l f(x) \Theta_s(x) dx \right\}$$

これを Lagrange の方程式に代入すると

(但し、 r_0 ; 加速度計の載った円盤半径)

$$\ddot{a}_s + 2 h_s n_s \dot{a}_s + n_s^2 a_s = -\beta_s \ddot{\phi}$$

$$\beta_s = \frac{\int_0^l f(x) \Theta_s(x) dx}{\int_0^l \Theta_s^2(x) dx}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2}{2 r_0}$$

次にひずみは

$$\epsilon = \frac{r}{2} \frac{d\theta}{dx}$$

(ii) 多質点系に分割する方法

系を n 個に分けそのつり合方程式は stiffness matrix を使うと

$$\frac{w I}{g} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_i \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1} & \cdots & C_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{i1} & \cdots & k_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} = -\frac{w I}{g} \ddot{\phi} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ \frac{l-a_i}{l} \end{bmatrix}$$

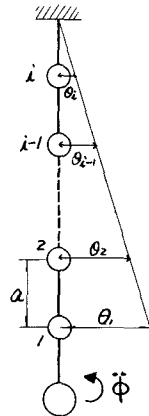
C_{ij} は減衰係数、 k_{ij} はバネ定数

(iii) 波動論による方法

方程式 (2) を次の境界条件のもとで解けばよい。

$$t < 0: \quad \theta = 0 \quad \frac{d\theta}{dt} = 0$$

$$t > 0; \quad x=0 \quad \dot{\theta} = 1, \quad x=l \quad \theta = 0$$



以上の結果は当日発表の予定である。